УНИВЕРСУМ

ФИЗИКА

10

ПРОСВЕЩЕНИЕ
ИЗДАТЕЛЬСТВО

УНИВЕРСУМ

С. В. Громов   Н. В. Шаронова

ФИЗИКА

10

Механика

Теория относительности

Электродинамика

Учебник для 10 класса общеобразовательных учреждений

Профильный уровень

Под редакцией Н. В. Шароновой

Допущено Министерством образования и науки Российской Федерации

8-е издание, дополненное и переработанное

Москва «ПРОСВЕЩЕНИЕ» 2007

УДК 373.167.1:53
ББК 22.3я72
Г87

Громов С. В.

Г87 Физика : механика. Теория относительности. Электродинамика : учеб. для 10 кл. общеобразоват. учреждений : профил. уровень / С. В. Громов, Н. В. Шаронова; под ред. Н. В. Шароновой. — 8-е изд., доп. и перераб. — М. : Просвещение, 2007. — 415 с. : ил. — ISBN 978-5-09-015982-1.

Учебник написан по программе курса физики для 10 класса полной (средней) школы. Содержит теоретический материал по механике, теории относительности, электродинамике, достаточное количество вопросов, задач, упражнений, а также примеры решения основных типов задач и описания лабораторных работ, тем самым полностью обеспечивая учебный процесс.

УДК 373.167.1:53
ББК 22.3я72

ISBN 978-5-09-015982-1

МЕХАНИКА

> Мы *создаем* совершенно новую науку, предмет которой является чрезвычайно старым. В природе нет ничего древнее *движения*, но именно относительно него философами написано весьма мало значительного. Поэтому я многократно изучал на опыте его особенности, вполне этого заслуживающие, но до сего времени либо неизвестные, либо недоказанные.
>
> *Г. Галилей, 1638 г.*

Мы приступаем к изучению **механики** — науки о движении тел и происходящих при этом взаимодействиях между ними. По характеру решаемых задач механику делят на две основные части: кинематику и динамику. В *кинематике* (от греч. kinēmatos — движение) описывается механическое движение тел без учета причин, которыми оно обусловлено. Задача кинематики — дать математическое описание того, *как* движутся тела, без выяснения причин, *почему* они так движутся. *Динамика* (от греч. dynamis — сила) представляет собой раздел механики, в котором выясняются причины, которыми обусловлено то или иное движение. Изучение динамики позволяет объяснить, *почему* тела движутся именно так, а не иначе.

Научные основы современной механики были заложены выдающимся итальянским ученым Галилео Галилеем (1564—1642), которого иногда называют первым физиком (в современном смысле этого слова). Важной заслугой Галилея является введение в физику научного эксперимента. До него изучение движения часто основывалось лишь на доводах, которые были плодом фантазии. Галилей же считал, что «тот, кто болтает о природе, вместо того чтобы наблюдать ее и с помощью экспериментов заставить говорить, никогда не познает ее; но если кто-то добьется успеха и природа заговорит с ним, она заговорит на языке математики».

Это означает, что изучение природы с помощью физических экспериментов позволяет накопить множество опытных данных, обработка и обобщение которых могут привести к открытию физических законов. А большинство *физических законов* выражает некоторые математические соотношения между измеряемыми на опыте характеристиками[1] тел или каких-либо процессов.

По словам известного ученого XIX в. Ж. Лагранжа, Галилей «открыл новую и безграничную область для развития механики... Нужен исключительный гений, чтобы установить законы природы на явлениях, которые всегда были у всех перед глазами и тем не менее ускользали от внимания философов».

---

[1] Эти характеристики называются *физическими величинами*.

ОСНОВЫ КИНЕМАТИКИ

Глава 1. ПРОСТРАНСТВО, ВРЕМЯ, ДВИЖЕНИЕ

Миллиарды лет назад в результате сложных процессов и многообразных превращений на Земле родилась жизнь. Мертвая природа породила живую...

По мере накопления знаний об окружающей действительности люди стали более осознанно смотреть на вещи, пытаясь объяснить мир из него самого, не прибегая к сверхъестественным силам. Так, уже в V в. до н. э. древнегреческий философ Гераклит писал: «Мир, единый из всего, не создан никем из богов и никем из людей, а был, есть и будет вечно живым огнем, закономерно воспламеняющимся и закономерно угасающим...»

Сегодня мы знаем, что в качестве самого общего, исходного представления о мире, в котором мы живем, можно рассматривать следующее:

Окружающий нас мир материален.

Это означает, что:

1. *Мир существует объективно, т. е. независимо от чьего-либо сознания и вне его.*

2. *Образующая мир материя способна действовать на наши органы чувств и вызывать у нас определенные ощущения. Критически анализируя эти ощущения, мы можем познавать существующие в мире явления.*

Развитие астрономии, физики и других наук показало, что и на Земле, и в космосе действуют одни и те же законы движения материи. Движение материи происходит в пространстве и во времени.

§ 1. ПРОСТРАНСТВО И ВРЕМЯ

Пораженные зрелищем окружающего мира, люди еще в далекой древности заметили, что в природе нет ничего застывшего, все в ней находится в непрерывном движении и бесконечном развитии. Все течет, все изменяется, говорил древнегреческий философ Гераклит, и невозможно два раза войти в одну и ту же реку, потому что уже после первого раза она успеет измениться.

Чередование различных событий, а также возникновение и прекращение многообразных процессов, различающихся своей длительностью, определяют то, что мы называем **временем.** *Время — одна из форм существования материи.* Существование протяженности у материальных объектов, наличие у них границ и внутренней структуры определяют другую *форму существования материи* — **пространство**.

Пространство и время относятся к основным физическим понятиям. Поэтому определить их через что-то еще более общее в физике нельзя. Какое бы явление ни рассматривалось, в число описывающих его величин обязательно входят пространственные и временные характеристики. Такими характеристиками являются *расстояния* и *промежутки времени*.

Промежутки времени между событиями определяются с помощью показаний *часов*. Часами может служить любое устройство или система тел, в которой происходит какой-либо периодический процесс. В периодическом процессе многократно повторяется одно и то же состояние материального объекта. Примерами подобных процессов могут служить колебания маятника, вращение Земли вокруг собственной оси, колебания балансира в карманных и наручных часах, колебания атомов и др. Когда-то время измеряли по человеческому пульсу. В Средние века широко использовались песочные часы. Галилей в своих опытах пользовался большим баком с водой, в котором было отверстие, из которого вода вытекала в подставленный сосуд. Промежутки времени он оценивал, взвешивая вытекшую воду.

Важное значение имеет выбор единицы времени. Если в качестве часов рассматривать Землю, вращающуюся вокруг своей оси, то естественной единицей времени могут служить *сутки*; если же рассматривать орбитальное движение Земли вокруг Солнца, то за единицу времени естественно принять *год* и т. п. Наиболее точными часами являются *атомные часы*, с помощью которых в настоящее время устанавливается основная единица времени — *секунда* (с). Год и сутки связаны с секундой следующим образом:

$$1 \text{ год} \approx 3{,}1 \cdot 10^7 \text{ с}, \ 1 \text{ сут} \approx 8{,}6 \cdot 10^4 \text{ с}.$$

Время обладает следующими свойствами:

1. Одномерность. Момент наступления любого события (относительно выбранного начала отсчета времени) всегда можно определить *одним* числом (t).

2. Непрерывность. Любые промежутки времени обладают беспредельной делимостью. Другими словами, не существует такого промежутка времени, меньше которого уже нет.

В соответствии с этими свойствами непрерывному течению времени часто сопоставляют прямую, называемую осью времени. На оси времени, изображенной на рисунке 1, отмечены точки, соответствующие моментам наступления трех событий: A, B и C, одно из которых — A — принято за начало отсчета времени, т. е. момент его наступления выбран за нуль

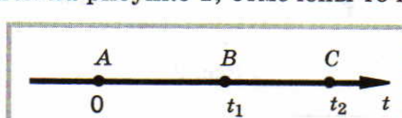


Рис. 1

($t_A = 0$). Если в момент наступления события B часы показали время t_1, а в момент наступления события C — время t_2, то *промежуток времени* между событиями B и C будет равен разности $t_2 - t_1$.

Разность конечного и начального значений любой величины в физике принято обозначать с помощью греческой буквы Δ (дельта), ставя ее перед обозначением соответствующей величины. Поэтому для промежутка времени мы можем в данном случае записать:

$$\Delta t = t_2 - t_1.$$

Таким образом, если t означает момент времени, то Δt — промежуток времени. Впрочем, t — это, конечно, тоже определенный промежуток времени, только промежуток времени между такими событиями, одно из которых принято за начало отсчета времени.

Основной пространственной характеристикой является *расстояние*. Чтобы найти то или иное расстояние, необходимо проделать определенные измерения. Не существует опытов, которые позволили бы определить абсолютные расстояния вообще; экспериментально можно измерить только расстояния *между телами* (или разными частями одного и того же тела).

Для определения расстояний нужно выбрать единицу длины. В разные времена разные народы использовали в качестве таковой и длину шага, и расстояние от локтя до конца среднего пальца, и расстояние, проходимое пешеходом за день, и т. п. В настоящее время принята единая для всех стран основная единица длины — *метр*[1].

Сопоставление многих опытных фактов, связанных с измерениями расстояний между различными телами вдоль разных направлений, позволило обнаружить у пространства ряд свойств.

1. Непрерывность. Все расстояния в пространстве обладают беспредельной делимостью, т. е. не существует такого расстояния, меньше которого уже нет.

2. Трехмерность. Положение любой точки в пространстве определяется *тремя* числами, например координатами x, y, z (рис. 2). Имея это в виду, говорят, что размерность нашего пространства равна трем.

3. Евклидовость. Соотношения между различными пространственными расстояни-

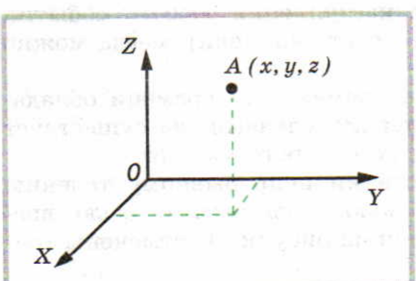


Рис. 2

[1] Согласно современному определению, *метр* — это расстояние, которое свет проходит в вакууме за 1/299 792 458-ю долю секунды.

ями в нашем мире удовлетворяют аксиомам евклидовой геометрии, и, в частности, выполняется знаменитая теорема Пифагора.

Последнее свойство выполняется в нашем мире не абсолютно точно. Вблизи массивных небесных тел (например, звезд) наблюдаются отклонения от законов евклидовой геометрии.

Вообще, в пространственной структуре нашего мира различают три уровня:

1. *Мегамир.* Это мир огромных астрономических систем — галактик, включающих в себя сотни миллиардов звезд. Все вместе они образуют Вселенную.

2. *Макромир.* Это мир обычных, окружающих нас в повседневной жизни тел, начиная от песчинки и кончая планетными системами, подобными нашей Солнечной. Все эти тела называют *макроскопическими.*

3. *Микромир.* Это мир молекул, атомов и элементарных частиц (электронов, протонов и др.).

В дальнейшем (в механике) мы будем рассматривать лишь те явления, которые происходят на уровне макромира.

? **1.** Какие формы существования материи вы знаете? **2.** Перечислите свойства пространства. **3.** Назовите свойства времени. **4.** К какому уровню строения мира относятся: а) атомы, б) скопления галактик, в) автомобили, г) электроны, д) ракеты, е) земной шар?

§ 2. СИСТЕМА ОТСЧЕТА

Любое событие характеризуется местом, где оно произошло, и временем, когда оно наступило.

Что касается моментов времени, то мы уже знаем, что они определяются показаниями часов. А что следует понимать под «местом в пространстве»? Вопрос этот не такой простой, как может показаться с первого взгляда.

Если, например, вы, стоя у окна в равномерно движущемся вагоне, выпустите из рук какой-либо предмет, то увидите, что он падает *прямолинейно* вниз. Однако прохожий, находящийся вблизи полотна железной дороги и наблюдающий за падением этого предмета одновременно с вами, увидит совсем другое: предмет будет двигаться не прямолинейно вниз, а по некоторой *кривой* линии (рис. 3). Но если это так, то может возникнуть вопрос: где в действительности находятся те «места», через которые проходит предмет при своем падении, — на прямой линии или кривой?

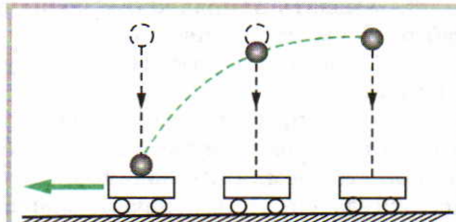


Рис. 3

Для того чтобы ответить на этот вопрос, вспомним, что на практике можно измерить расстояние только между *телами*. Поэтому бессмысленно пытаться определить какое-то абсолютное положение уединенного тела. Как минимум, для этого необходимы два тела: во-первых, данное тело, чье положение мы хотим определить, и, во-вторых, то тело, относительно которого мы будем отмерять расстояние до данного тела.

Определение. Твердое тело, относительно которого определяется положение других тел, называется **телом отсчета**.

Таким образом, о местоположении любого тела можно говорить лишь при условии, что предварительно выбрано тело отсчета. Поэтому вопрос о том, где в действительности находятся те «места», через которые проходило рассмотренное нами выше тело, — на прямой линии или кривой, не имеет смысла. Если телом отсчета является движущийся вагон, то на одной линии, а если им является железнодорожное полотно, то на другой линии.

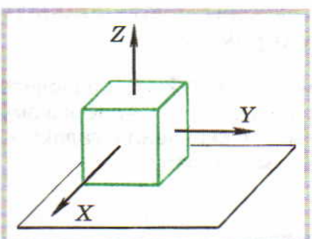


Рис. 4

Итак, никаких абсолютных мест в пространстве не существует.

Для определения положения тела в пространстве с телом отсчета связывают *прямоугольную систему координат* X, Y, Z (рис. 4).

Поскольку любое событие происходит не только в пространстве, но и во времени, для описания физических явлений необходимо систему координат, связанную с телом отсчета, дополнить часами.

Определение. Совокупность системы координат, связанной с телом отсчета, и покоящихся относительно него часов называется **системой отсчета**.

Понятие системы отсчета является фундаментальным для всей физики. *Ни одно явление, ни один процесс нельзя описать до тех пор, пока не выбрана та или иная система отсчета.*

Выбрать систему отсчета — это значит:

1. Указать, какое тело является телом отсчета.

2. Выбрать точку, которая будет являться началом координат O.

3. Указать направления координатных осей и выбрать масштаб по осям координат.

4. Выбрать событие, которое будет являться началом отсчета времени.

Например, при рассмотрении прыжка спортсмена в длину можно пользоваться системой отсчета, в которой: 1) телом отсчета является земля; 2) началом координат служит та точка на земле, откуда спортсмен начал свой прыжок; 3) координатные оси направлены так, что одна из них (ось OY) перпендикулярна поверхности земли, а другая (ось OX) проходит через точки отрыва и приземления спортсмена; 4) за начало отсчета времени выбран момент отрыва спортсмена от поверхности земли.

При проведении научных исследований в качестве системы отсчета часто выступает лаборатория, оборудованная приборами, необходимыми для измерения пространственных и временных характеристик. Полезно, однако, иметь в виду, что, выбрав сначала некоторую систему отсчета, связанную с одним каким-либо телом отсчета (например, стенами лаборатории), можно рассмотреть другое тело отсчета, движущееся относительно первого известным образом, и связать с ним новую систему отсчета. При этом целесообразно выбирать такую систему отсчета, описание явлений в которой выглядит наиболее просто.

? **1.** Что такое тело отсчета? **2.** Приведите примеры, показывающие, что положение любого тела в пространстве относительно. **3.** Какие величины определяют положение тела в выбранной системе отсчета? **4.** Что такое система отсчета? Зачем в ней нужны часы? **5.** Что значит выбрать систему отсчета?

§ 3. МЕХАНИЧЕСКОЕ ДВИЖЕНИЕ

Как уже говорилось, для описания любого физического явления необходимо выбрать ту или иную систему отсчета.

Свяжем систему отсчета с поверхностью Земли и пронаблюдаем, как по небу плывут облака или летит самолет, как едет автомобиль или падает с дерева лист. Все эти и многие другие явления, выражаемые вроде бы разными словами: «летит», «плывут», «падает», «едет» и т. п., — объединяет то, что во всех этих случаях положения тел относительно Земли, т. е. выбранной нами системы отсчета, изменяются. Этот общий признак и позволяет ввести для всех подобных явлений одно общее название — механическое движение[1].

Определение. **Механическим движением** называется процесс изменения положения тела относительно какого-либо другого тела, выбранного за тело отсчета, с течением времени.

Механическое движение относительно. Это означает:

1. Бессмысленно говорить о движении тела, не указав систему отсчета, относительно которой это движение рассматривается.

2. В разных системах отсчета одно и то же движение может выглядеть по-разному, вплоть до того, что оно вообще может смениться покоем, если систему отсчета связать с самим рассматриваемым телом.

Наряду с относительностью механическому движению присущи и черты **абсолютности**, а именно: относительное движение двух (и более) тел есть факт абсолютный, не зависящий от выбора системы отсчета! То есть, например, если в одной системе отсчета два те-

[1] Помимо механической, существуют и другие формы движения: тепловая, химическая, биологическая и др. Мы их здесь не рассматриваем.

ла A и B приближаются друг к другу, то их сближение будет происходить и в любой другой системе отсчета, какую бы мы ни выбрали. Если бы механическое движение было только относительным (и, следовательно, его можно было бы уничтожить подходящим выбором системы отсчета), то было бы неясно, как оно может приводить к абсолютным следствиям. Пусть, например, мяч попадает в оконное стекло и разбивает его. Ясно, что найти такую систему отсчета, в которой стекло оказалось бы целым, невозможно. Разбитое стекло — факт явно абсолютный. И абсолютность этого факта является следствием абсолютного характера сближения стекла и мяча.

? **1.** Что такое механическое движение? **2.** Что понимают под относительностью механического движения? его абсолютностью? **3.** Приведите примеры, показывающие, что механическое движение действительно относительно. **4.** Кто находится в движении: пассажир, едущий в автобусе, или человек, стоящий у автобусной остановки?

§ 4. МАТЕРИАЛЬНАЯ ТОЧКА

Мы начали изучать движение тел. Но все тела имеют сложнейшую атомную структуру и обладают многочисленными механическими (пластичность, прочность и т. п.), тепловыми (теплоемкость, тепловое расширение и т. п.), электрическими (удельное сопротивление) и другими (горючесть, цвет и т. п.) свойствами. Учесть сразу все это бесконечное разнообразие свойств и особенностей тел мы не можем. Поэтому при изучении реальных тел следует мысленно заменить их теоретически упрощенными **моделями**, т. е. *такими идеализированными объектами, в которых пренебрегают несущественными в данной задаче деталями и свойствами реальных тел и сохраняют только их основные, определяющие черты*. При этом чем проще описание модели и чем шире ее область применимости, тем она лучше.

Чем же можно пренебречь, изучая механическое движение тел? Ответ на этот вопрос зависит от характера решаемой задачи, т. е. от содержания того круга вопросов, на которые мы хотим получить ответ.

Пусть, например, с крыши многоэтажного дома уронили мячик. Чтобы найти время его падения, нам не нужно знать ни его прочности, ни тепловых свойств, ни удельного сопротивления, ни температуры, ни цвета. Наличием всех этих характеристик в данных условиях можно пренебречь. При падении мячик может и вращаться. В этом случае прямая, мысленно проведенная через любые две точки мячика (на его поверхности или внутри), не остается параллельной самой себе. Различные точки мячика движутся по-разному в отличие от поступательного движения, при котором все точки тела движутся одинаково. Более того, нам не важно даже, каковы размеры мячика — пять сантиметров или десять. Если его размеры намного меньше высоты, с которой он упал, то мы вообще можем считать его точкой, пренебрегая при этом как его размерами, так и всей его внутренней структурой, а вместе с ней и процессами, происходящими внутри его, — теми процессами, которые в конечном счете определяют его температуру, цвет и т. п. В итоге мы получаем предельно упрощенную модель реального тела, которую, ввиду того что все вещество в ней считается сосредоточенным в одной точке, называют *материальной точкой* или просто *частицей*. Словом «материальная» подчеркивается ее отличие от геометрической точки, не обладающей вообще никакими физическими свойствами. Материальная же точка обладает по крайней мере массой.

Определение. **Материальной точкой** или **частицей** называется модель, соответствующая телу, размерами которого в условиях данной задачи можно пренебречь.

Одно и то же тело в одних случаях можно принять за материальную точку, а в других — нельзя. Когда можно пренебречь размерами тела, а когда нет, зависит от конкретных условий задачи.

Обычно *материальной точкой можно считать тело, которое движется поступательно (или вращательную часть его движения можно не учитывать) и при этом размеры которого намного меньше расстояний, характерных для рассматриваемого в задаче движения.* Так, например, за материальную точку можно с большой точностью принять всю нашу Землю при рассмотрении ее орбитального движения вокруг Солнца, ибо расстояние, которое Земля проходит за год, в десятки тысяч раз превышает размеры самой Земли. Однако при рассмотрении суточного вращения Земли ее уже нельзя считать точкой.

Важно понимать, что в природе материальных точек не существует. Материальная точка представляет собой абстрактную, идеализированную модель реального тела. Любые же идеализации существуют лишь в нашем сознании, а не в природе. В то же время использование этой простой модели позволяет ответить на многие вопросы, касающиеся движения реальных тел. Именно поэтому ее и используют.

? **1.** Что такое материальная точка? **2.** Существуют ли материальные точки в природе? **3.** Можно ли считать материальной точкой шарик диаметром 1 см? **4.** Почему при изучении различных тел в физике их заменяют идеализированными моделями?

§ 5. ОСНОВНАЯ ЗАДАЧА МЕХАНИКИ

Определить положение какого-либо произвольного тела в выбранной системе отсчета — это значит указать координаты всех его частиц. Но любое тело состоит из огромного числа частиц, которые к тому же могут еще перемещаться друг относительно друга. Представьте себе, например, облако, которое постоянно меняет свои очертания и вдобавок еще испаряется! Поэтому задача об определении местоположения тела в общем случае может быть довольно сложной.

Ситуация значительно упрощается, когда рассматриваемое в задаче тело можно заменить моделью — материальной точкой. В этом случае всему телу в выбранной системе отсчета будет соответствовать лишь одна точка, а не несколько. Именно этот случай мы и будем иметь в виду в дальнейшем, когда будем говорить о движении какого-либо тела.

С течением времени положение движущегося тела (частицы) в выбранной системе отсчета изменяется. Если в начальный момент времени $t_0 = 0$ координаты частицы были равны x_0, y_0, z_0, то спустя некоторое время t они будут иметь значения x, y, z, которые могут отличаться от начальных.

Определение координат движущейся частицы, т. е. ее положения в выбранной системе отсчета, в любой момент времени t есть **основная задача механики.**

Ясно, что эта задача имеет смысл лишь в том случае, если движущаяся частица в каждый момент времени имеет определенные координаты. Так ли это на самом деле? Оказывается, ответ на этот вопрос зависит от того, к какому уровню строения мира относится рассматриваемая частица. Если к *макромиру*, то да. Если же к *микромиру*, то нет. Про микрочастицы (электроны, протоны и др.) нельзя сказать, что в каждый момент времени они находятся в точно определенном месте пространства[1]. В соответствии с этим различают *классическую механику*, относящуюся к макромиру, и *квантовую механику*, описывающую микромир.

Сейчас наша задача состоит в изучении классической механики. От квантовой она отличается прежде всего своим исходным принципом, согласно которому

В данной системе отсчета любая движущаяся частица в каждый момент времени имеет точно определенные координаты.

Этот принцип является **основной аксиомой классической механики**. В микромире он не выполняется. Справедливость же его для макромира подтверждается всей человеческой практикой. Недаром, например, ученые, запускающие космическую станцию, могут с огромной точностью предсказать, где она будет находиться в любой момент времени. И успешные стыковки космических кораблей в заданном месте и в заданный момент времени полностью подтверждают их предсказания.

В общем случае в данной системе отсчета любая частица в каждый момент времени имеет три координаты: x, y, z. Однако в дальнейшем мы ограничимся рассмотрением таких движений, которые будут происходить в одной плоскости. На плоскости же достаточно двух координат: x и y. Значения этих координат зависят от ориентации координатных осей. Пусть, например, требуется

[1] Это удивительное обстоятельство выяснилось лишь в первой половине XX в.

определить координаты шарика, движущегося по наклонной плоскости и находящегося в некоторый момент времени t в точке A на ней. Если систему координат при этом расположить так, чтобы ось OX была горизонтальна, то координаты точки A будут равны $x = 4$ м, $y = 3$ м (рис. 5). В системе координат, у которой ось абсцисс направлена вдоль наклонной плоскости, координаты точки A будут уже другие: $x' = 5$ м, $y' = 0$.

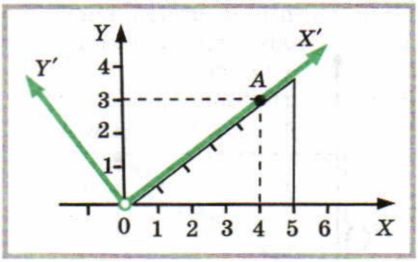


Рис. 5

Таким образом, несмотря на то что и в том и в другом случае рассматривалась одна и та же точка, координаты ее при переходе от одной системы к другой изменились.

Встает вопрос: нет ли такого способа описания положения частицы, который бы не зависел от ориентации системы координат? Оказывается, способ такой есть — он называется **векторным**. Положение частицы в любой системе отсчета можно характеризовать *вектором*, проведенным из начала этой системы отсчета в ту точку, где находится в данный момент рассматриваемая частица.

Определение. Вектор, проведенный из начала системы отсчета в данную точку, называется **радиус-вектором** этом точки.

Радиус-вектор принято обозначать буквой $\vec{r}$. Модуль радиус-вектора r и его направление указывают соответственно, на каком расстоянии и в каком направлении находится данная точка относительно начала системы отсчета. На практике направление на объект можно определить, например, с помощью компаса или других инструментов, как это делает топограф при съемке карты местности, а расстояние до объекта — с помощью мерной ленты (рис. 6). Направление на цель и расстояние до нее можно определить и с помощью радиолокатора (рис. 7).

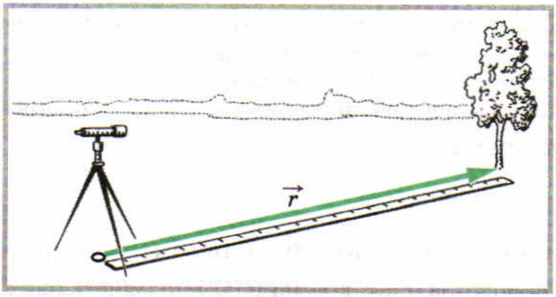


Рис. 6

Рис. 7

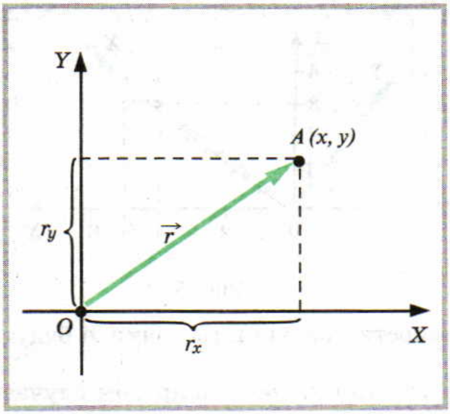


Рис. 8

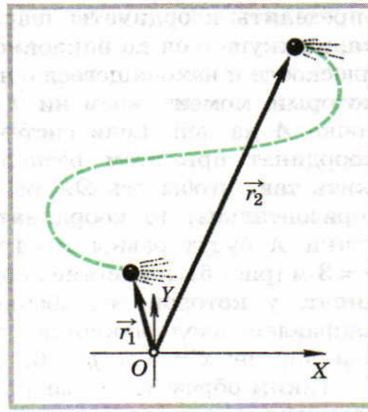


Рис. 9

В данной системе отсчета всякой точке соответствует вполне определенный радиус-вектор, и обратно: любой радиус-вектор определяет единственную точку в этой системе отсчета.

Опуская из конца радиус-вектора $\vec{r}$ перпендикуляры на оси координат (рис. 8), мы получим его *проекции*, которые обозначаются следующим образом:

r_x — проекция радиус-вектора $\vec{r}$ на ось OX;
r_y — проекция радиус-вектора $\vec{r}$ на ось OY.

Эти проекции, как видно из рисунка, совпадают с координатами конца радиус-вектора, т. е.

$$r_x = x, \ r_y = y.$$

При повороте системы координат радиус-вектор данной точки остается неизменным, меняются лишь его проекции. Этим свойством обладает не только радиус-вектор, но и любой вектор вообще. Поэтому *описание движения тела с помощью векторов не зависит от того, как ориентирована система координат в выбранной системе отсчета.*

Если частица движется, то ее радиус-вектор изменяется. Он может удлиняться или укорачиваться, а также изменять свою ориентацию в пространстве (рис. 9). Иными словами, радиус-вектор движущейся частицы зависит от времени, т. е., как говорят математики, $\vec{r}$ является функцией t:

$$\vec{r} = \vec{r}\,(t).$$

Разным движениям соответствуют разные функции $\vec{r}\,(t)$, т. е. разные зависимости радиус-вектора $\vec{r}$ от времени t. Это могут быть линейные функции, квадратичные и др.

Зная, как радиус-вектор движущейся частицы зависит от времени t, мы сможем определить его значение в любой момент времени и тем самым решить основную задачу механики. Задачу же эту необходимо уметь решать и инженерам-конструкторам, рассчитывающим законы движения различных частей машин и механизмов, и артиллеристам с ракетчиками, и прокладывающим курс штурманам самолетов и морских судов, и диспетчерам, составляющим график движения поездов и других транспортных средств. Без решения этой задачи не обойтись и астрономам, изучающим движение небесных тел, и ученым, запускающим космические станции.

? **1.** В чем заключается основная задача механики и где ее приходится решать? **2.** Чем отличается классическая механика от квантовой? **3.** Какие способы описания положения частиц существуют? **4.** Что такое радиус-вектор и чему равны его проекции на оси координат? **5.** Что представляют собой следующие величины: $\vec{r}$, r_x, r? Какие из них могут равняться 2 м; –3 м?

§ 6. ТРАЕКТОРИЯ, ПУТЬ И ПЕРЕМЕЩЕНИЕ

Согласно *основной аксиоме классической механики*, в данной системе отсчета любая движущаяся частица в каждый момент времени имеет точно определенные координаты. Этим координатам в выбранной системе отсчета соответствуют определенные точки. Множество всех этих точек образует непрерывную линию, вдоль которой и движется рассматриваемая частица.

Определение. Линия, образованная множеством точек, через которые проходит движущаяся частица в данной системе отсчета, называется **траекторией**.

След, оставляемый пишущей ручкой или проносящимся в небе самолетом, делает их траекторию видимой (рис. 10). Однако в большинстве случаев она невидима и допускает лишь математическое описание.

По форме траектории механические движения делятся на *прямолинейные* и *криволинейные*. В первом случае траекторией движения в данной системе отсчета является прямая линия, во втором — некоторая кривая.


Рис. 10

Траектория одного и того же движения в разных системах отсчета может иметь неодинаковую форму. В одной системе отсчета она может иметь простую форму, в другой — сложную. Роль удачного выбора системы отсчета можно проиллюстрировать следующим историческим примером. В свое время древнегреческий астроном Клавдий Птолемей рассматривал движения всех небесных тел относительно Земли, считая последнюю центром Вселенной. Траектории движения планет и их описание оказались при этом настолько сложными, что, например, в XIII в. король Кастилии Альфонс X даже признался, что если бы попросили его совета в момент сотворения мира, то он создал бы его по более простому и лучшему плану.

Иную картину мира представил в XVI в. польский ученый Николай Коперник. За тело отсчета он принял Солнце, и — о чудо! — все орбиты планет получились близкими к круговым. Созданная Коперником картина мира оказалась настолько простой и ясной, что это позволило открыть один из самых великих законов природы — закон всемирного тяготения.

С понятием траектории тесно связано понятие пути.

Определение. **Путь** — это длина участка траектории, пройденного частицей за данный промежуток времени.

В отличие от радиус-вектора путь является не векторной, а скалярной величиной. *Скалярными* величинами (или просто *скалярами*) называют такие величины, которые не имеют направления в пространстве и во всех системах координат в данной системе отсчета характеризуются одним и тем же числом. Если вектор можно изобразить в виде направленного отрезка, то со скаляром этого сделать нельзя. Помимо пути l, к скалярам относятся объем V, масса m, промежуток времени Δt и др. Модуль любого вектора также является скаляром.

Деление величин на скаляры и векторы началось с работ ирландского математика и физика-теоретика Уильяма Гамильтона (1805—1865). Использование скаляров и векторов позволяет записывать законы физики в виде, который совершенно не зависит от выбора направления координатных осей.

Следует помнить, что складывать (или вычитать) скаляр с вектором нельзя. Вектор можно складывать только с вектором, скаляр — только со скаляром. Умножать же вектор на скаляр можно. В результате этого снова получается вектор, причем вектор того же направления (но с другим модулем!), если скаляр положительный, и противоположного направления, если скаляр отрицательный.

Учитывая сказанное, попробуем выяснить, что следует добавить к радиус-вектору $\vec{r}_0$ начального положения частицы, чтобы получить радиус-вектор $\vec{r}$ ее конечного положения, т. е. положения, которое будет занимать эта частица спустя некоторое время t:

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + ? \tag{6.1}$$

Вопрос этот имеет непосредственное отношение к решению основной задачи механики.

Поскольку $\vec{r}_0$ — это вектор, то прибавить к нему можно лишь также вектор. Если обозначить вектор, которого не хватает в равенстве (6.1), через $\vec{s}$, то можно будет записать:

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{s}. \qquad (6.2)$$

Выясним физический смысл введенного нами вектора $\vec{s}$. Для этого прежде всего выразим его из последнего равенства. Получаем:

$$\vec{s} = \vec{r} - \vec{r}_0. \qquad (6.3)$$

Как известно из математики, вектор, равный *разности* двух других векторов, изображается в виде направленного отрезка, проведенного из конца «вычитаемого» вектора к концу «уменьшаемого» вектора (при условии, что оба эти вектора исходят из одной точки). Применительно к данному случаю это означает, что вектор $\vec{s}$ направлен от конца радиус-вектора $\vec{r}_0$ к концу радиус-вектора $\vec{r}$. Другими словами, он соединяет начальное положение частицы в выбранной системе отсчета с ее конечным положением в той же системе отсчета.

Определение. Вектор $\vec{s}$, проведенный из начального положения частицы в ее конечное положение, называется **перемещением** этой частицы за данное время.

На рисунке 11 изображено перемещение мячика, брошенного с балкона дома и оказавшегося к рассматриваемому моменту в точке B. Как видим, *физический смысл перемещения заключается в том, что оно показывает, на какое расстояние и в каком направлении сместилось тело за данное время*. Расстояние, на которое сместилось тело, определяется модулем вектора перемещения s.

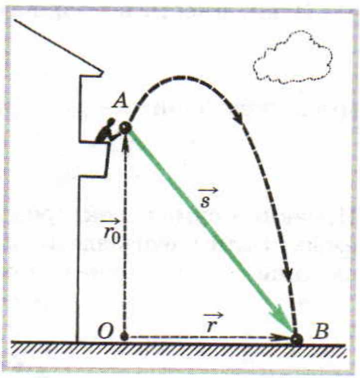


Рис. 11

Из рисунка 11 видно также, что в общем случае пройденный частицей путь l не равен модулю перемещения $\vec{s}$: $l \neq s$. Более того, в случае *замкнутой* траектории, т. е. когда начальная и конечная точки траектории совпадают, перемещение вообще равно нулю, в то время как пройденный путь может исчисляться километрами.

Путь и модуль перемещения оказываются равными лишь в одном-единственном случае — когда тело движется по прямой линии в неизменном направлении.

Согласно (6.3) перемещение равно разности радиус-векторов. Но разность конечного и начального значений любой величины, как уже говорилось в § 1, можно обозначать с помощью символа Δ (дельта). Например, $t_2 - t_1 = \Delta t$. Поэтому для перемещения также можно записать: $\vec{r} - \vec{r}_0 = \Delta\vec{r}$. Символом $\Delta\vec{r}$ мы в дальнейшем будем обозначать также такие перемещения, которые являются очень малыми.

Если перемещение известно, то радиус-вектор $\vec{r}$ частицы в любой момент времени может быть выражен по формуле (6.2). Однако эта формула является векторной, и потому никаких числовых значений в нее подставлять нельзя. Для того чтобы стало возможным проделать с помощью этой формулы вычисления, нужно предварительно перейти от векторного способа описания движения к координатному. При решении задач такой переход приходится совершать очень часто. Общее правило здесь таково:

Векторное равенство, полученное в результате решения конкретной задачи, следует переписать для проекций входящих в него векторов. Переписывание состоит в отбрасывании стоящих над векторными величинами стрелок и расстановке индексов, указывающих, на какую ось осуществляется проецирование; все знаки, стоящие в векторном уравнении, остаются при этом прежними.

Возможность замены векторного равенства на координатные обусловлена тем, что у равных векторов равны и проекции на любую ось.

Итак, вместо векторного равенства:

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{s}$$

мы можем записать два уравнения в координатной форме:

$r_x = r_{0x} + s_x$ — для проекций на ось OX;
$r_y = r_{0y} + s_y$ — для проекций на ось OY.

Проекция суммы векторов равна сумме проекций векторов-слагаемых. Если учесть здесь, что $r_{0x} = x_0$, $r_{0y} = y_0$, $r_x = x$, $r_y = y$, то последние два уравнения можно переписать так:

$$x = x_0 + s_x; \quad y = y_0 + s_y. \qquad (6.4)$$

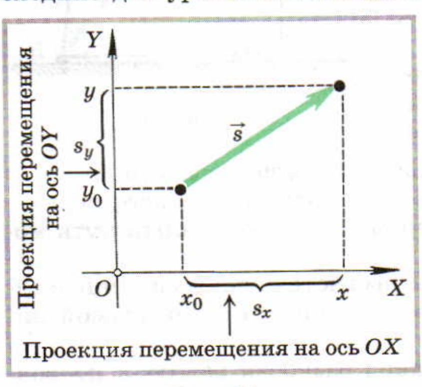


Рис. 12

Рисунок 12 иллюстрирует полученные уравнения. Если известно начальное положение частицы и ее перемещение, то с помощью этих уравнений можно определить координаты частицы в любой момент времени и тем самым решить основную задачу механики.

? **1.** Что такое траектория? путь? перемещение? **2.** Существует ли понятие траектории для микрочастиц? Почему? **3.** Приведите примеры, показывающие, что траектория движения, путь и перемещение зависят от выбора системы отсчета. **4.** Какие величины называют скалярами? Приведите примеры. Чем скаляры отличаются от векторов и что у них общее? **5.** Когда модуль перемещения совпадает с пройденным путем и когда они различны? **6.** Как обозначают очень малые перемещения? **7.** Что нужно знать для того, чтобы можно было решить основную задачу механики?

§ 7. СКОРОСТЬ

Основной задачей механики является определение положения частицы, т. е. ее координат или радиус-вектора $\vec{r}$, в любой момент времени. Эту задачу можно решить, если известны радиус-вектор начального положения частицы $\vec{r}_0$ и ее перемещение $\vec{s}$:

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{s}.$$

Для определения конечного положения частицы надо знать ее начальное положение и перемещение. Чтобы найти перемещение, разделим мысленно всю траекторию движения частицы на такие малые участки, на которых движение частицы (в пределах точности измерений) можно считать *равномерным* и *прямолинейным*[1]. Если обозначить перемещения на этих малых участках через $\Delta\vec{r}$, то полное перемещение частицы $\vec{s}$ можно будет найти при сложении[2] всех этих малых перемещений:

$$\vec{s} = \Delta\vec{r}_1 + \Delta\vec{r}_2 + \ldots + \Delta\vec{r}_n,$$

или короче:

$$\vec{s} = \text{сумма } \Delta\vec{r}.$$

Таким образом, если мы будем знать каждое из малых перемещений $\Delta\vec{r}$, то мы сможем узнать и все перемещение $\vec{s}$.

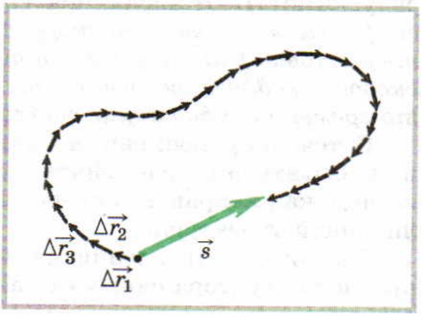


Рис. 13

[1] *Равномерное прямолинейное* движение изучалось в VII классе; это такое движение, при котором за любые равные промежутки времени тело совершает одинаковые перемещения. Равномерное движение является прямолинейным.

[2] По определению, которое дается в математике, вектор, равный сумме нескольких других векторов, изображается в виде направленного отрезка, соединяющего начало первого вектора с концом последнего (при условии, что все складываемые векторы расположены друг за другом) (рис. 13).

Представим малое перемещение $\Delta\vec{r}$ в виде: $\Delta\vec{r} = \left(\dfrac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}\right)\Delta t$, где Δt очень (или, как говорят, бесконечно) малый промежуток времени, за который совершено перемещение $\Delta\vec{r}$. Появившееся здесь отношение $\dfrac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$ имеет специальное название.

Определение. Векторная физическая величина, характеризующая быстроту движения и равная отношению перемещения, совершенного за очень малый промежуток времени, к значению этого промежутка времени, называется **мгновенной скоростью** или просто **скоростью** частицы в данный момент времени.

Математически это определение можно записать следующим образом:

$$\vec{v} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}.$$

Из этого определения видно, что скорость тела является вектором, направление которого в каждой точке траектории совпадает с направлением вектора малого перемещения $\Delta\vec{r}$, проходящего через эту точку. Это означает, что вектор скорости направлен по касательной к траектории в данной точке, в чем нетрудно убедиться на опыте. Коснемся вращающегося точильного камня, имеющего форму диска, стальным резцом. Мы увидим, что раскаленные частицы камня, имеющие в момент отрыва определенную скорость, будут отлетать от диска по касательной к нему (рис. 14). *Физический смысл мгновенной скорости (или скорости в данной точке траектории) заключается в том, что она показывает, с какой скоростью двигалось бы тело, если бы начиная с данного момента времени его движение стало равномерным и прямолинейным.*

С течением времени мгновенная скорость может возрастать или убывать, а также менять свое направление. На рисунке 15 показано, как направлена скорость частицы в разных точках криволинейной траектории.

Говоря о направлении движения, имеют в виду именно направление вектора скорости частицы в данный момент времени.

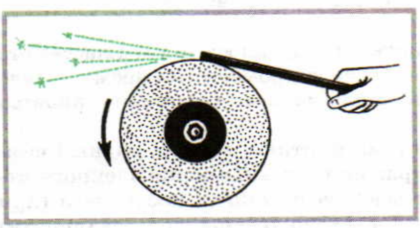


Рис. 14

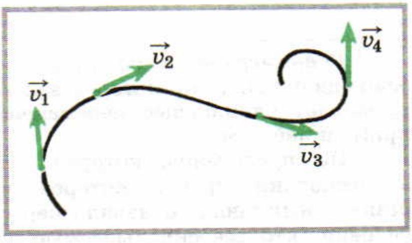


Рис. 15

Модуль скорости v показывает, как быстро меняется модуль радиус-вектора, и может быть измерен с помощью специальных приборов, называемых *спидометрами*[1].

Основной единицей скорости служит *метр в секунду* (м/с). 1 м/с — это такая скорость, двигаясь с которой равномерно и прямолинейно тело за каждую секунду перемещается на 1 м. На практике также часто используются *километры в час* (км/ч).

Зная мгновенную скорость частицы в разных точках траектории, можно найти каждое из малых перемещений $\Delta\vec{r} = \vec{v}\Delta t$, а сложив их, — и все перемещение $\vec{s}$:

$$\vec{s} = \text{сумма произведений } \vec{v}\Delta t.$$

В координатном виде, пригодном для вычислений, последнее выражение распадается на два уравнения:

s_x = сумма произведений $v_x \Delta t$ — в проекциях на ось OX;
s_y = сумма произведений $v_y \Delta t$ — в проекциях на ось OY.

Эти суммы можно вычислять разными способами, в том числе с помощью электронно-вычислительных машин (ЭВМ). Мы, однако, остановимся здесь лишь на одном из них, основанном на анализе *графика проекции скорости.*

График проекции скорости получают, откладывая по оси ординат значения из проекции скорости (v_x или v_y), а по оси абсцисс — время t. Покажем, что *площадь под графиком проекции скорости численно равна проекции перемещения.*

Рассмотрим для определенности нахождение проекции перемещения s_x. Эта проекция находится по графику зависимости $v_x(t)$, показывающему, как меняется с течением времени проекция скорости v_x. Примером такого графика является линия KL, которая изображена на рисунке 16. Форма этой линии произвольна и в данном случае значения не имеет.

Посмотрев на рисунок, легко заметить, что площадь под графиком, т. е. площадь фигуры $OKLM$, равна сумме площадей узких вертикальных прямоугольников, на которые можно разбить всю эту фигуру, если основания Δt этих прямоугольников бесконечно малы. Площадь же каждого из этих прямоугольников (например, закрашенного цветом) равна произведению основания Δt на высоту v_x. Таким образом,

площадь фигуры $OKLM$ =
= сумме произведений $v_x \Delta t$.

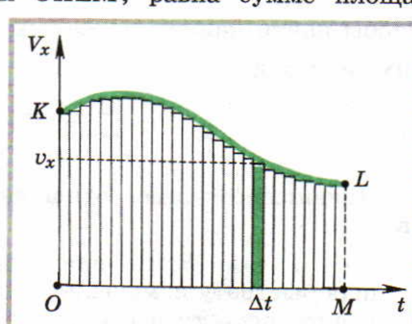


Рис. 16

[1] От англ. speed — модуль скорости.

Но сумма, стоящая в правой части этого равенства, как раз и есть проекция перемещения s_x.

Итак, для нахождения проекции перемещения достаточно найти площадь под графиком проекции скорости. Зная же перемещение, а также начальное положение частицы, можно решить основную задачу механики.

? **1.** Что такое мгновенная скорость? **2.** Как направлена мгновенная скорость? **3.** Что является единицей скорости? **4.** В чем заключается графический метод определения проекции перемещения? **5.** Что дает знание скорости в разные моменты времени для решения основной задачи механики? **6.** Переведите в метры в секунду следующие значения скорости: 18 км/ч, 36 км/ч, 54 км/ч, 72 км/ч.

§ 8. УСКОРЕНИЕ

Итак, чтобы решить основную задачу механики и определить положение частицы в любой момент времени, необходимо знать перемещение, которое она совершит к этому моменту. Перемещение мы сможем найти только в том случае, если будем знать, какую скорость имеет частица в каждый момент времени. Как же найти эту скорость?

Предположим, что за время движения t скорость частицы изменилась от некоторого начального значения $\vec{v}_0$ до значения $\vec{v}$. Тогда изменение скорости за это время будет равно разности $\vec{v} - \vec{v}_0$. Все это изменение можно представить в виде суммы малых изменений скорости $\Delta\vec{v}$, происходящих одно за другим по мере движения частицы вдоль своей траектории:

$$\vec{v} - \vec{v}_0 = \text{сумма } \Delta\vec{v}.$$

Отсюда

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \text{сумма } \Delta\vec{v}. \qquad (8.1)$$

Чтобы найти каждое из малых изменений скорости $\Delta\vec{v}$, представим $\Delta\vec{v}$ в виде:

$$\Delta\vec{v} = \left(\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}\right)\Delta t.$$

Появившееся здесь отношение $\Delta\vec{v}/\Delta t$ имеет специальное название.

Определение. Векторная физическая величина, характеризующая быстроту изменения скорости и равная отношению изменения скорости частицы, происшедшего за очень малый промежуток времени, к значению этого промежутка времени, называется **ускорением** этой частицы.

Обозначая ускорение буквой $\vec{a}$, мы, таким образом, запишем:

$$\vec{a} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}.$$

Модуль ускорения a показывает, *как быстро* изменяется модуль скорости частицы. В технике его измеряют с помощью особых приборов — *акселерометров*[1]. Измеряют ускорение в *метрах на секунду в квадрате* (м/с^2). 1 м/с^2 — это модуль такого ускорения, при котором в случае его постоянства за 1 с модуль скорости частицы изменяется на 1 м/с. При ускорении, например, 10 м/с^2 скорость за 1 с успевает измениться на 10 м/с. Другими словами, при $a = 10$ м/с^2 скорость частицы изменяется в 10 раз быстрее, чем при $a = 1$ м/с^2.

Следует иметь в виду, что житейское понимание слова «ускорение» у́же его физической трактовки. В обыденной жизни движение считают ускоренным лишь в том случае, если скорость этого движения возрастает; в противном же случае, когда скорость уменьшается, говорят о замедленном движении. В физике **ускоренным** *называют любое движение, при котором ускорение отлично от нуля*: $\vec{a} \neq 0$. Этому соответствуют движения и с возрастающей, и с убывающей, и даже с неизменной по модулю скоростью, но в последнем случае обязательно изменяющейся по направлению. С ускорением, таким образом, движется и тормозящий у остановки автобус, и стартующая с космодрома ракета, и падающее с дерева яблоко, и обращающийся вокруг Земли спутник.

Ускорение $\vec{a}$ равно нулю только в том случае, когда ни модуль скорости, ни ее направление в процессе движения не меняются, т. е. когда тело либо покоится, либо движется равномерно.

В зависимости от значения ускорения различают следующие виды движения:

[1] От англ. acceleration — ускорение.

Следует иметь в виду, что в отличие от скорости, которая всегда направлена по касательной к траектории, ускорение $\vec{a}$ может иметь любую ориентацию по отношению к направлению движения частицы.

Для установления направления вектора $\vec{a}$ заметим, что согласно определению

$$\vec{a} \uparrow\uparrow \Delta\vec{v},$$

т. е. ускорение $\vec{a}$ сонаправлено с малым изменением скорости $\Delta\vec{v}$. Последнее равно разности скоростей в двух близких точках траектории: $\Delta\vec{v} = \Delta\vec{v}_2 - \Delta\vec{v}_1$. Исходя из этого, выясним, как направлено ускорение в следующих частных случаях.

1. ПРЯМОЛИНЕЙНОЕ ДВИЖЕНИЕ

а) Тело **разгоняется**, двигаясь из состояния покоя. Начальная скорость $\vec{v}_1 = 0$, $\Delta\vec{v} = \vec{v}_2$ и, следовательно, $\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{v}_2$, т. е. ускорение совпадает по направлению со скоростью тела.

б) Тело **тормозит** и останавливается. Конечная скорость $\vec{v}_2 = 0$, $\Delta\vec{v} = -\vec{v}_1$ и, следовательно, $\vec{a} \uparrow\downarrow \vec{v}_1$, т. е. ускорение направлено в сторону, противоположную скорости тела.

2. КРИВОЛИНЕЙНОЕ ДВИЖЕНИЕ

а) Скорость частицы **возрастает** (рис. 17): $\Delta\vec{v} = \vec{v}_2 + (-\vec{v}_1)$. Ускорение направлено под острым углом к вектору скорости.

б) Скорость частицы **уменьшается** (рис. 18): $\Delta\vec{v} = \vec{v}_2 + (-\vec{v}_1)$. Ускорение направлено под тупым углом к вектору скорости.

Если ускорение $\vec{a}$ известно, то по формуле $\Delta\vec{v} = \vec{a}\Delta t$, которая вытекает из определения ускорения, можно найти каждое из малых изменений скорости $\Delta\vec{v}$, а сложив их — все изменения скорости: от начальной $\vec{v}_0$ до конечной $\vec{v}$. Учитывая это в выражении (8.1), получаем:

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \text{сумма произведений } \vec{a}\Delta t. \qquad (8.2)$$

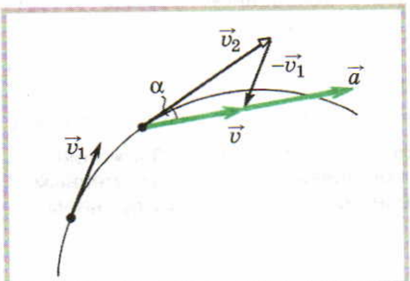


Рис. 17

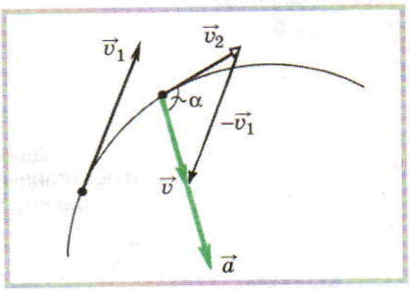


Рис. 18

Эта формула позволяет определить скорость тела в любой момент времени. Зная скорость, можно найти перемещение, а с помощью перемещения — и положение тела в любой момент времени.

? **1.** Что такое ускорение? **2.** Что показывает модуль ускорения? **3.** В каких единицах выражают ускорение? **4.** Как направлено ускорение в разных случаях? **5.** Что дает знание ускорения для решения основной задачи механики?

§ 9. РАВНОУСКОРЕННОЕ И РАВНОМЕРНОЕ ДВИЖЕНИЯ

Самым простым из ускоренных движений является движение, при котором ускорение все время остается неизменным:

$$\vec{a} = \text{const}^1.$$

Такое движение совершает, например, шарик, скатывающийся по наклонному желобу (рис. 19). Приблизительно постоянное ускорение имеют также автобус или поезд при отправлении в путь или торможении, скользящая по льду шайба и т. п.

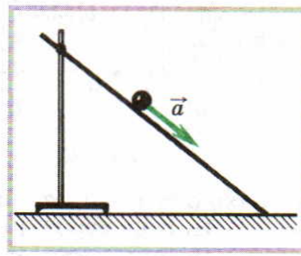


Рис. 19

Определение. Движение с постоянным ускорением называется **равноускоренным.**

Решение *основной задачи механики* для такого движения можно осуществить по схеме:

$$\vec{a} \to \vec{v} \to \vec{s} \to \vec{r},$$

т. е. через ускорение мы сначала найдем скорость, затем перемещение и только потом радиус-вектор частицы, определяющий ее положение в произвольный момент времени t.

Связь скорости $\vec{v}$ с ускорением $\vec{a}$ определяется формулой (8.2):

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \text{сумма произведений } \vec{a}\Delta t.$$

Поскольку ускорение $\vec{a}$ при равноускоренном движении является величиной постоянной, мы можем вынести его в этой сумме за скобки. Получаем:

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}\ (\text{сумма } \Delta t).$$

Но сумма всех малых промежутков времени Δt, появившаяся здесь в скобках, есть просто все время движения t. Поэтому последнее выражение можно переписать в виде:

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t. \qquad (9.1)$$

---

[1] От лат. constans (константа) — постоянная величина.

Эта формула позволяет определить мгновенную скорость тела в любой момент времени t.

В координатном представлении выражение (9.1) распадается на два уравнения для проекций на оси OX и OY:

$$v_x = v_{0x} + a_x t,$$
$$v_y = v_{0y} + a_y t.$$

Если тело движется по прямой линии, то, направив вдоль этой линии координатную ось OX, мы сможем ограничиться рассмотрением лишь одного из этих уравнений — для проекции скорости v_x.

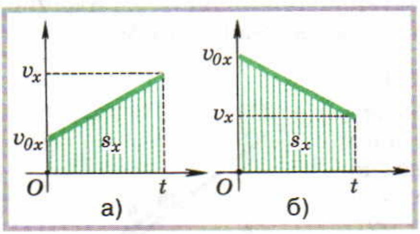


Рис. 20

Зависимость v_x от времени t является линейной. Поэтому на графике скорости эта зависимость представится в виде прямой линии. Эта линия при возрастании скорости или убывании может быть наклонена либо вверх, либо вниз (рис. 20). И в том и в другом случае проекция перемещения s_x находится как площадь фигуры под графиком зависимости $v_x(t)$. Этой фигурой в данном случае является *трапеция*. Площадь трапеции, как известно из геометрии, равна произведению полусуммы оснований, т. е. $\frac{v_{0x} + v_x}{2}$, на высоту, т. е. t:

$$s_x = \frac{v_{0x} + v_x}{2} t.$$

В векторном представлении эта формула имеет вид:

$$\vec{s} = \frac{\vec{v}_0 + \vec{v}}{2} t. \quad (9.2)$$

Чтобы получить окончательную формулу для перемещения, подставим в последнее равенство выражение для скорости (9.1).

Получим:

$$\vec{s} = \frac{\vec{v}_0 + \vec{v}}{2} t = \frac{\vec{v}_0 + (\vec{v}_0 + \vec{a}t)}{2} t = \vec{v}_0 t + \frac{1}{2} \vec{a} t^2.$$

Полученная формула

$$\vec{s} = \vec{v}_0 t + \frac{1}{2} \vec{a} t^2 \quad (9.3)$$

позволяет определить перемещение тела, совершенное за любое время t. Прибавляя это перемещение к начальному положению

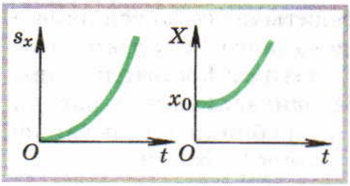


Рис. 21

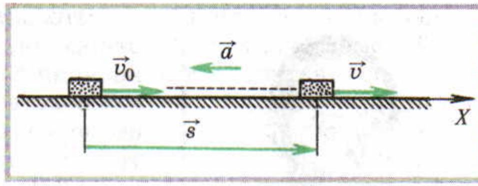


Рис. 22

тела $\vec{r}_0$, мы получим радиус-вектор точки, где будет находиться тело в любой момент времени t:

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2. \tag{9.4}$$

Это выражение и является *решением основной задачи механики для равноускоренного движения*.

В проекциях на ось OX уравнения (9.3) и (9.4) имеют вид:

$$s = v_{0x}t + \frac{1}{2}a_x t^2; \tag{9.5}$$

$$x = x_0 + v_{0x}t + \frac{1}{2}a_x t^2. \tag{9.6}$$

Соответствующие графики приведены на рисунке 21.

При решении задач на равноускоренное движение следует помнить, что проекции величин, стоящих в этих уравнениях, могут быть как положительными, так и отрицательными:

$s_x = s$, $v_{0x} = v_0$, $a_x = a$, если направления векторов $\vec{s}$, $\vec{v}_0$ и $\vec{a}$ совпадают с выбранным направлением оси OX; $s_x = -s$, $v_{0x} = -v_0$, $a_x = -a$, если направления векторов $\vec{s}$, $\vec{v}_0$ и $\vec{a}$ противоположны направлению оси OX (через v_0, v и a здесь обозначены модули соответствующих векторов, и потому эти величины не могут быть отрицательными).

Например, в случае торможения автомобиля, показанном на рисунке 22, $s_x = s$, $v_{0x} = v_0$; $v_x = v$, $a_x = -a$.

Важным примером равноускоренного движения является **свободное падение тел** на Землю. Падение можно считать свободным в том случае, когда сопротивление воздуха невелико и им можно пренебречь. Тогда, как установил еще Галилей, *все тела падают с одинаковым ускорением*. Это ускорение не зависит от массы падающих тел, их размеров, плотности, температуры и т. д. и вблизи поверхности Земли равно 9,8 м/с^2. Рассказывают, что, для того чтобы установить это, Галилей поднимался на знаменитую Пизанскую башню и сбрасывал оттуда различные предметы (рис. 23).

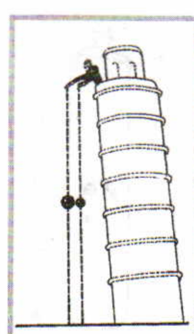


Рис. 23

Галилео Галилей

Чтобы убедиться в справедливости открытия, сделанного Галилеем, в современных условиях достаточно пронаблюдать за одновременным падением перышка и дробинки в стеклянной трубке, из которой откачан воздух (рис. 24).

Поскольку свободное падение является равноускоренным, то для него справедливы все формулы, рассмотренные выше.

Заметим, что уравнения равноускоренного движения описывают и **равномерное движение**, известное вам из курса физики VII класса. При таком движении скорость постоянна ($\vec{v}_0 = \vec{v} = \text{const}$), и потому, чтобы получить нужные формулы, следует в уравнениях (9.3) — (9.6) положить ускорение $\vec{a}$ равным нулю, а $\vec{v}_0$ равным просто $\vec{v}$. Это дает:

$$\vec{s} = \vec{v}t, \ \ \vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}t;$$
$$s_x = v_x t, \ \ x = x_0 + v_x t.$$

Полученные формулы позволяют решить основную задачу механики для равномерного движения. Соответствующие этому движению графики зависимости проекции скорости и координаты от времени изображены на рисунке 25.

Если, наконец, в полученных уравнениях положить и скорость равной нулю, то мы получим формулы, описывающие состояние **покоя:**

$$\vec{r} = \vec{r}_0 \ \text{ и } \ x = x_0.$$

Эти равенства показывают, что тело не сдвинулось с места и продолжает оставаться в начальной точке.

Рис. 24

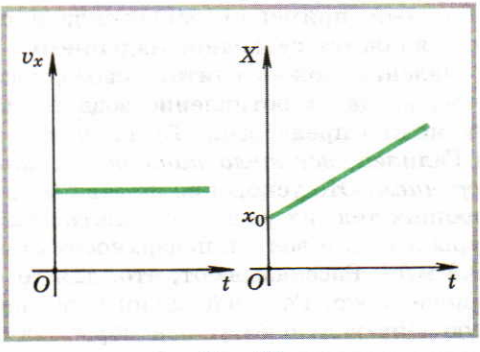


Рис. 25

Таким образом, в уравнении, определяющем координату движущегося тела в произвольный момент времени t:

$$x = x_0 + v_{0x}t + \frac{1}{2}a_x t^2,$$

первое слагаемое справа соответствует состоянию покоя в точке с координатой x_0, второе слагаемое показывает, на сколько сместилось бы из этой точки тело, если бы оно двигалось равномерно со скоростью v_0, а третье — дает поправку к предыдущему результату, обусловленную наличием ускорения.

? **1.** Какое движение называют равноускоренным? Приведите примеры. **2.** С каким ускорением падают все тела вблизи поверхности Земли? **3.** Как решается основная задача механики для равноускоренного движения? **4.** Что нужно знать для того, чтобы вычислить координату тела в любой момент времени при его прямолинейном равноускоренном движении? **5.** Чем отличается график скорости равноускоренного движения от графика скорости равномерного движения? **6.** Что нужно знать для определения координаты тела при его равномерном прямолинейном движении?

§ 10. РАВНОМЕРНОЕ ДВИЖЕНИЕ ПО ОКРУЖНОСТИ

Наряду с равномерным и равноускоренным движениями часто приходится встречаться с *равномерным движением по окружности* (рис. 26). Такое движение могут совершать точки вращающихся колес, различных центробежных механизмов, валов и роторов турбин, искусственные спутники, обращающиеся по круговым орбитам, и т. д. *При равномерном движении по окружности скорость меняется лишь по направлению, модуль же ее остается неизменным.* Именно поэтому такое движение и называют равномерным движением по окружности. Но это вовсе не означает, что ускорение при этом равно нулю.

Равномерное движение по окружности происходит с ускорением, направленным в каждой точке этой окружности к ее центру и потому называемым **центростремительным.** Докажем это утверждение методом «от противного».

Допустим, что ускорение в рассматриваемом движении направлено не к центру окружности, а под углом α, большим или меньшим 90° (угол α — угол между направлениями ускорения и скорости). Но при $\alpha < 90°$, как мы знаем из § 8, модуль скорости возрастает, а при $\alpha > 90°$ — убывает. И то и другое противоречит условию сохранения модуля скорости. Поэтому допущение того, что $\alpha \neq 90°$, ошибочно, и потому ускорение

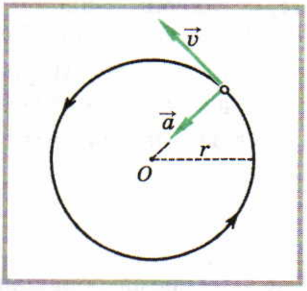


Рис. 26

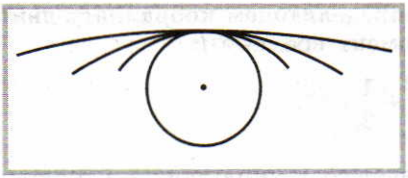


Рис. 27

при равномерном движении по окружности действительно все время должно быть направлено к центру.

Чтобы выяснить, от чего зависит модуль центростремительного ускорения, заметим, что чем больше скорость движения, тем быстрее изменяется направление скорости и потому тем больше должно быть ускорение. Если же при неизменной скорости увеличивать радиус окружности, то каждый ее участок будет все более приближаться к отрезку прямой линии (рис. 27), а движение все больше будет похоже на равномерное. Но при равномерном прямолинейном движении $a = 0$. Поэтому с увеличением радиуса окружности модуль ускорения должен уменьшаться.

Итак, можно было бы думать, что центростремительное ускорение прямо пропорционально скорости и обратно пропорционально радиусу окружности, т. е. равно отношению v/r. Однако это не совсем так, потому что при делении скорости, измеряемой в м/с, на радиус, измеряемый в м, мы получим величину, измеряемую в 1/с. Ускорение же измеряется в м/с^2. Чтобы получить м/с^2, нужно, очевидно, делить на радиус не просто скорость, а ее квадрат, измеряемый в м^2/с^2. Действительно, в этом случае мы будем иметь:

$$\frac{\text{м}^2}{\text{с}^2} : \text{м} = \frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$

Таким образом, верной формулой центростремительного ускорения является следующая:

$$a_{\text{ц}} = \frac{v^2}{r}. \qquad (10.1)$$

Следует, правда, признать, что эту формулу мы не доказали, а лишь «нащупали». Однако строгие рассуждения подтверждают наш вывод.

Кроме центростремительного ускорения, важнейшими характеристиками равномерного движения по окружности являются *период* и *частота* обращения.

Определение. **Период** обращения — это время, за которое совершается один оборот.

Обозначается период буквой T и определяется по формуле:

$$T = \frac{t}{n}, \qquad (10.2)$$

где t — время обращения, n — число оборотов, совершенных за это время.

Определение. **Частота** обращения — это величина, численно равная числу оборотов, совершенных за единицу времени.

Обозначается частота греческой буквой ν (ню) и находится по формуле:

$$\nu = \frac{n}{t}. \qquad (10.3)$$

Измеряется частота в 1/с.

Сравнивая формулы (10.2) и (10.3), можно заметить, что период и частота — величины взаимно обратные:

$$T = \frac{1}{\nu}, \quad \nu = \frac{1}{T}.$$

Если тело, двигаясь по окружности со скоростью v, делает один оборот, то пройденный этим телом путь можно найти, умножив скорость v на время одного оборота: $l = vT$. С другой стороны, этот путь равен длине окружности $2\pi r$. Поэтому

$$vT = 2\pi r.$$

Выразив отсюда скорость движения:

$$v = \frac{2\pi r}{T} \qquad (10.4)$$

и подставив полученное выражение в формулу (10.1), можно получить:

$$a = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 r, \qquad (10.5)$$

или, так как $T = \frac{1}{\nu}$:

$$a = (2\pi\nu)^2\, r. \qquad (10.6)$$

Эта формула показывает, что при неизменной частоте обращения центростремительное ускорение прямо пропорционально расстоянию от движущейся частицы до центра вращения.

? **1.** Что можно сказать о скорости тела, равномерно движущегося по окружности? **2.** Как направлено и чему равно по модулю центростремительное ускорение? **3.** Что представляют собой период и частота обращения? Какая между ними связь? **4.** Как связан период обращения со скоростью движения?

ИТОГИ И ОБОБЩЕНИЯ

Любое физическое явление можно описать лишь после того, как выбрана та или иная система отсчета. Система отсчета включает в себя тело отсчета, систему координат и часы.

Процесс изменения положения тела относительно какого-либо другого тела, выбранного за тело отсчета, называют механическим движением.

В выбранной системе отсчета проще всего описывается движение отдельных частиц (материальных точек), в качестве которых можно рассматривать тела, размерами которых в данных условиях можно пренебречь.

В более широком смысле, чем мы говорили до сих пор, содержание *основной задачи механики* состоит в определении положения и скорости тела в любой момент времени. Такая постановка задачи возможна лишь потому, что в макромире действует принцип: в данной системе отсчета любая движущаяся частица в каждый момент времени имеет точно определенные координаты и скорость. Этот принцип *является основной аксиомой классической механики*. В микромире, где действуют законы квантовой механики, он не выполняется.

Основная задача механики легко решается для равноускоренного движения. Так называют движение с постоянным ускорением. В этом случае скорость и положение частицы в любой момент времени определяются уравнениями:

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t;$$
$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2.$$

Часто бывает полезной также формула для квадрата скорости, которая может быть получена следующим образом:

$$v_x^2 = (v_{0x} + a_x t)^2 = v_{0x}^2 + 2v_{0x}a_x t + a_x^2 t^2 = v_{0x}^2 + 2a_x\left(v_{0x}t + a_x\frac{t^2}{2}\right).$$

Таким образом:

$$v_x^2 = v_{0x}^2 + 2a_x s_x.$$

Эта формула не содержит времени t, что позволяет более просто решать некоторые задачи на равноускоренное движение.

Еще более просто решается основная задача механики для равномерного движения:

$$\vec{v} = \text{const};$$
$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}t.$$

Таким образом, мы изучили три вида движения материальной точки: равномерное и равноускоренное движения и равномерное движение по окружности.

Для равномерного движения по окружности, являющегося периодическим, во многих случаях важно знать не столько положение и скорость материальной точки в некоторый момент времени, сколько такие физические величины, как радиус окружности, модуль скорости, период и частота обращения, центростремительное ускорение.

Все виды движения материальной точки описываются величинами, характеризующими пространственно-временное существование движущейся точки ($\vec{r}$, x, t), быстроту изменения положения ($\vec{v}$) и быстроту изменения скорости ($\vec{a}$).

Глава 2. ПРИНЦИПЫ СИММЕТРИИ

Понятие симметрии[1] тесно связано с понятием красоты. Может ли быть симметрия у законов физики? Разве есть что-нибудь общее между математическими формулами, выражающими эти законы, и теми узорами и орнаментами, чья симметрия приводит нас в восхищение? Оказывается, есть! Чтобы найти это общее, заметим, что *предмет* называют симметричным в том случае, когда он не меняет своего вида после совершения с ним какой-либо операции. Симметрична, например, ваза, если после поворота на любой угол вокруг своей оси она выглядит точно так же, как и раньше. Украшающие стены зданий и галерей бордюры также обладают симметрией. Бордюр, т. е. периодически повторяющийся рисунок на длинной ленте, симметричен по отношению к параллельному переносу его вдоль этой ленты.

Аналогично определяется и симметрия *физических законов*, или, точнее, уравнений, выражающих эти законы: принято говорить, что они обладают симметрией, если в результатах каких-либо операций с системой, описываемой ими, внешний вид (или форма) этих уравнений не изменяется. При этом операции, по отношению к которым уравнения сохраняют свой вид, называют *преобразованиями симметрии.*

При каких же операциях законы физики не меняют своей формы?

§ 11. ПРИНЦИП ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННОЙ СИММЕТРИИ

Итак, какие же операции являются преобразованиями симметрии физических законов?

Чтобы ответить на этот вопрос, представим себе, что мы изучаем движение частей какой-либо установки. Это может быть любая механическая система. Построим еще одну такую установку — точную копию предыдущей: с такими же деталями и прежней ориентацией ее отдельных частей, но в другом месте. Построение такой установки эквивалентно *параллельному переносу* в это место первой установки. Создав одинаковые условия,

[1] В одном словаре даже можно прочесть, что *симметрия* — это «красота, обусловленная пропорциональностью частей тела или любого целого, равновесием, подобием, гармонией, согласованностью».

включим сразу обе системы и внимательно проследим за работой каждой из них. Мы увидим, что движения всех частей одной машины будут в точности повторять соответствующие движения в другой машине.

Для большей убедительности вы можете провести аналогичный опыт сами. Возьмите два одинаковых будильника и поставьте их в разных углах комнаты. Затем понаблюдайте за их работой. Совпадение движений их стрелок покажет вам, что они работают одинаково. И так обстоит дело не только в пределах данной комнаты.

Экспорт и импорт различных изделий основаны, несомненно, на том, что эти изделия одинаково служат людям, даже находясь в разных странах!

При изучении механических явлений из множества окружающих нас тел выделяют совокупность частиц (тел) для рассмотрения в той или иной задаче. Такую совокупность тел называют **механической системой** или просто **системой**. Всякое механическое явление, происшедшее в одном месте, повторится без изменений, если оно будет происходить в любом другом месте. Причем к такому же выводу можно прийти, рассматривая не только механические, но и любые другие (например, электромагнитные) физические явления. Любой процесс, происходящий в той или иной системе, как показывает опыт, не зависит от местоположения этой системы.

Разумеется, это является верным только в том случае, когда внешние условия в тех местах, где находится система, совпадают. Если же, например, движению каких-либо частей установки помешает посторонняя стена, оказавшаяся в том месте, куда мы перенесли рассматриваемую систему, то это, конечно, изменит ее работу. Поэтому в реальных опытах все подобные помехи нужно учесть и постараться от них избавиться.

Если же избавиться от них не удается, то все существенно влияющее на установку следует объединить вместе с ней в одну *замкнутую систему*. Замкнутая система — это система тел, находящаяся на бесконечно большом расстоянии от всех остальных тел во Вселенной. Замкнутая система представляет собой идеализированную модель реальной системы тел, достаточно удаленных от всех прочих, не входящих в данную систему тел окружающего мира.

Именно замкнутую систему следует переносить затем в другое место как единое целое. Например, из-за ослабления притяжения Земли с увеличением высоты над ее поверхностью ход настенных часов с маятником при их подъеме может измениться. Повлиять на притяжение Земли мы не можем. Поэтому, чтобы проверить, зависят ли свойства этих часов от их местоположения в пространстве, вместе с часами нам пришлось бы перенести и саму Землю, рассматривая последнюю вместе с часами как одну замкнутую систему.

Итак, опыт показывает, что при параллельном переносе замкнутой системы из одного места в другое ее свойства не изменяются: движения частей этой системы в одном месте в точности повторяют соответствующие движения системы в любом другом месте.

Определение. Пространство, в котором физические свойства замкнутой системы не зависят от ее местоположения, называют **однородным**.

До сих пор мы рассматривали только *земные* явления.

Было время, когда Земля считалась центром Вселенной. На протяжении тысячелетия ее принимали за центр всего и потому все, что происходило на ней, считали чем-то особым и совершенно нетипичным для других мест.

Астрономические данные свидетельствуют о том, что явления на Земле вовсе не носят исключительного характера. Мир обладает пространственной однородностью. И самым простым доказательством тому служит то, что каждый раз, когда мы просыпаемся утром, не замечаем того, что находимся уже в совершенно другом месте Галактики[1]. Ведь не заметить это можно только в том случае, если в новом месте все происходит точно так же, как и раньше.

Имея в виду однородность пространства, часто говорят, что все положения замкнутой системы, получающиеся друг из друга путем параллельного переноса, являются физически эквивалентными (или равноправными).

Пространственная однородность мира представляет собой особый вид симметрии — симметрии по отношению к параллельному переносу: перенося замкнутую систему из одного места в другое, мы наблюдаем неизменность в ее свойствах.

Чтобы ознакомиться с другой симметрией мира, проведем еще один эксперимент. Снова соорудим два одинаковых устройства, причем теперь уже находящиеся рядом друг с другом, но зато по-разному ориентированные в пространстве. Будем считать, что каждое из этих устройств может быть получено из другого путем простого *поворота* на некоторый угол.

Включим эти устройства и снова пронаблюдаем за их работой. Мы увидим, что если внешние условия при этом не изменились и остались одинаково благоприятными для работы, то движения всех частей одной машины будут опять в точности повторять движения соответствующих частей другой машины. Опыты такого рода вы без труда можете провести у себя дома сами, хотя бы с тем же будильником. Как бы вы его ни повернули перед тем, как поставить на ночь, на его работе это не скажется. Впрочем, этого даже не нужно делать специально. Он

[1] Вместе со всей Солнечной системой мы движемся вокруг центра Галактики со скоростью 250 км/с.

будет поворачиваться сам, участвуя в суточном вращении Земли вокруг своей оси!

В общем случае, как мы уже знаем, следует говорить о замкнутой системе. Поэтому вывод, к которому мы приходим, анализируя опыты с поворотами систем на разные углы, можно сформулировать следующим образом: свойства замкнутой системы не зависят от ее ориентации в пространстве. Все положения замкнутой системы, получающиеся друг из друга путем ее поворота на любой угол, оказываются физически эквивалентными.

Определение. Пространство, в котором физические свойства замкнутой системы не зависят от ее ориентации, называют **изотропным.**

Пространственная изотропность мира означает, что в нем отсутствуют какие бы то ни было выделенные направления: все направления в изотропном пространстве по отношению к замкнутой системе являются равноправными. В каком бы направлении мы ни ориентировали замкнутую систему, ее свойства останутся одинаковыми.

Пространственная изотропность — это еще одна симметрия мира, симметрия по отношению к повороту: при повороте замкнутой системы на какой-либо угол мы наблюдаем неизменность в ее свойствах. Все процессы в повернутой установке протекают точно так же, как и до поворота.

Симметрия мира может быть связана не только с пространством, но и со временем. Чтобы убедиться в этом, снова обратимся к эксперименту. Предположим, что мы построили опять же две совершенно одинаковые установки, но одну из них мы включили раньше, а другую — позже. Если внешние условия при этом не изменились, то, как показывает опыт, вторая установка будет работать точно так же, как и первая. Общий вывод здесь может быть сформулирован следующим образом: протекание любого процесса в замкнутой системе не зависит от того, когда он начался. В этом смысле все моменты времени по отношению к процессам в замкнутой системе оказываются эквивалентными.

Определение. Если протекание любого процесса в замкнутой системе не зависит от того, в какой момент времени он начался, то время называют **однородным.**

Однородность времени выражает симметрию мира по отношению к временны́м сдвигам: сдвинув начало какого-либо процесса в замкнутой системе на некоторое время вперед, мы не обнаружим в характере дальнейшего протекания этого процесса никаких изменений.

Итак, наш мир обладает определенной **пространственно-временной симметрией:** *все места, направления и моменты времени в нем физически эквивалентны.* Эта эквивалентность обнаруживается в опытах с замкнутыми системами и выражается в виде: 1) *однородности пространства*, 2) *изотропии пространства* и 3) *однородности времени*.

Вспомним, однако, что все места, направления и моменты времени имеют смысл лишь по отношению к той или иной системе отсчета. Поэтому любое утверждение, касающееся этих понятий, также приобретает смысл только после того, как указана используемая система отсчета. В какой же системе отсчета справедлива пространственно-временная симметрия?

Общечеловеческая практика показывает, что наилучшим образом она соблюдается в системе отсчета, связанной с далекими одиночными звездами. Кроме того, как оказалось, свойствами симметрии пространство и время обладают также и во всех тех системах отсчета, которые движутся относительно удаленных звезд равномерно и прямолинейно.

Определение. Системы отсчета, которые покоятся или движутся по отношению к удаленным звездам с постоянной скоростью, называются **инерциальными**.

Примером инерциальной системы отсчета может служить, например, система отсчета, начало которой находится в центре Солнца, а координатные оси ориентированы на три одиночные звезды (гелиоцентрическая система). Систему отсчета, связанную с центром Земли и осями, направленными на далекие звезды, можно считать инерциальной лишь приближенно в течение времени, за которое скорость ее орбитального движения не успевает заметно измениться. Еще в меньшей степени инерциальной может считаться система отсчета, координатные оси которой жестко связаны с самой Землей. Такая система участвует не только в орбитальном движении вокруг Солнца, но еще и в суточном вращении вокруг земной оси. Поэтому ее скорость относительно звезд, конечно, изменяется, а не остается постоянной, как это должно быть у инерциальных систем. Однако это изменение[1] происходит сравнительно медленно и на движениях, рассматриваемых в большинстве «земных» практических задач, часто никак не сказывается. В таких случаях земная система отсчета может считаться практически инерциальной и, конечно, самой удобной для анализа явлений, происходящих в околоземном пространстве. Инерциальными при этом будут и все другие системы отсчета, движущиеся относительно поверхности Земли равномерно и прямолинейно (например, движущийся с постоянной скоростью поезд, летящий без ускорения самолет и т. п.).

---

[1] Центростремительное ускорение Земли, связанное с ее суточным вращением вокруг собственной оси, достаточно мало — на экваторе около 0,03 м/с^2, а ускорение Земли, обусловленное ее вращением вокруг Солнца, еще меньше — приблизительно 0,006 м/с^2. И то и другое ускорение значительно меньше ускорения свободного падения (9,8 м/с^2), играющего основную роль в движениях тел вблизи поверхности Земли.

Во всех этих системах отсчета, как показывает опыт, пространство и время обладают свойствами симметрии, что значительно облегчает исследование явлений природы. Поэтому примем следующее соглашение: *все физические явления и законы в дальнейшем мы будем рассматривать лишь в инерциальных системах отсчета (сокращенно ИСО).*

Поскольку физические явления в замкнутых системах, рассматриваемые по отношению к ИСО, происходят одинаковым образом независимо от места и ориентации в пространстве и независимо от времени, в которое они наблюдаются, то этой же независимостью должны обладать и законы физики, лежащие в основе этих явлений. Последнее же возможно только в том случае, когда уравнения, выражающие эти законы, не будут менять своей формы при: 1) параллельном переносе замкнутой системы, 2) ее повороте и 3) сдвиге во времени. Эти преобразования и являются *преобразованиями симметрии* физических законов. Так, например, как бы вы ни поворачивали и куда бы ни переносили собранную вами электрическую цепь, формула закона Ома $I = \frac{U}{R}$, описывающая электрический ток в цепи, везде и всегда будет одной и той же. Аналогично, проводя в разных местах и в разные моменты времени опыты по взвешиванию тела в воде, вы всегда будете получать одну и ту же формулу архимедовой силы и т. п. Именно благодаря этой симметрии мы можем опираться в своих исследованиях на труды своих предшественников и прибегать к помощи своих коллег в других городах и странах.

Однако следует помнить, что эта симметрия наблюдается лишь в инерциальных системах отсчета. В неинерциальных системах, т. е. таких, которые движутся с ускорением (например, разгоняются или, как карусель, вращаются), законы физики утрачивают симметрию и описание даже простых явлений оказывается довольно сложным.

Итак, в природе действует закон:

> В инерциальной системе отсчета пространство однородно и изотропно, а время однородно, так что законы физики в любом месте, при любой ориентации системы и во все моменты времени имеют один и тот же вид.

Это утверждение называется **принципом пространственно-временной симметрии**. Будучи обобщением огромного количества опытных фактов, принцип пространственно-временной симметрии является одним из важнейших принципов физики.

? **1.** Что понимают под симметрией физических законов? **2.** Что такое преобразование симметрии? Какие операции к ним относятся? **3.** С помощью каких опытов можно обнаружить пространственно-временную симметрию? Какие виды этой симметрии существуют? **4.** Сформулируйте принцип пространственно-временной симметрии.

В каких системах отсчета он справедлив? **5.** Для альпиниста положения его у подножия и на вершине Эльбруса отнюдь не эквивалентны. Противоречит ли это однородности пространства? **6.** Все тела, предоставленные самим себе и находящиеся вблизи поверхности Земли, падают всегда вниз, на землю. Ни одно тело без сообщения ему надлежащей скорости само не поднимается вверх. Получается, что направления вверх и вниз вроде бы вовсе не эквивалентны. Противоречит ли этот пример утверждению об изотропности пространства? **7.** С чем связана возможность использовать в настоящее время законы, которые были открыты не сегодня, а много лет назад? **8.** Почему мы можем использовать научные результаты, полученные в лабораториях, находящихся в других странах? **9.** Нужно ли все экспериментальные установки, находящиеся в различных лабораториях, ориентировать одинаковым образом? Почему? **10.** Какие системы отсчета называют инерциальными? Приведите примеры. **11.** Является ли инерциальной система отсчета, связанная с Землей? Почему?

§ 12. ПРИНЦИП ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

Законы физики обладают не только пространственно-временной симметрией. Есть еще одно важнейшее преобразование симметрии, при котором они не меняют своей формы. Что это за преобразование?

Пусть имеются две инерциальные системы отсчета, например система отсчета, связанная с Землей, которую мы будем обозначать буквой K, и какая-либо другая система отсчета, движущаяся относительно первой равномерно и прямолинейно. Эту вторую систему отсчета мы будем обозначать K'.

Как мы уже знаем, в силу принципа пространственно-временной симметрии законы физики, описывающие поведение замкнутых систем в инерциальной системе отсчета K, всюду и всегда в ней имеют один и тот же вид. Обозначим эти законы условно через Φ.

Поскольку система отсчета K' тоже инерциальная, то законы физики, записанные в ней, также везде и всегда будут иметь в ней тоже одинаковый вид. Обозначим законы физики, действующие в системе отсчета K', через Φ'.

Спрашивается: совпадают ли между собой законы Φ и Φ'? Другими словами, одинаковые ли законы действуют в лабораториях, размещенных одна на земле, а другая — в равномерно и прямолинейно движущемся вагоне (или корабле, самолете и т. п.)? Чтобы ответить на этот вопрос, следует обратиться к опыту.

Наблюдая за всевозможными процессами (механическими, электромагнитными и др.), происходящими в замкнутой системе, можно заметить, что при одинаковой постановке опытов их результаты не зависят от того, покоится ли эта система относительно K или движется по отношению к ней вместе с K'. Оказывается, *равномерное движение системы тел как целого не влияет на ход процессов, происходящих в этой системе.*

Этот важный опытный факт применительно к механическим явлениям был детально исследован Г. Галилеем. «Уединитесь, — писал Галилей, — с кем-либо из друзей в просторное помещение под палубой какого-нибудь корабля, запаситесь мухами, бабочками и другими подобными мелкими летающими насекомыми; пусть будет у вас там также большой сосуд с водой и плавающими в нем маленькими рыбками; подвесьте, далее, наверху ведерко, из которого вода будет капать капля за каплей в другой сосуд с узким горлышком, подставленный внизу. Пока корабль стоит неподвижно, наблюдайте прилежно, как мелкие летающие животные с одной и той же скоростью движутся во все стороны помещения; рыбы, как вы увидите, будут плавать безразлично во всех направлениях; все падающие капли попадут в подставленный сосуд, и вам, бросая какой-нибудь предмет, не придется бросать его с большей силой в одну сторону, чем в другую, если расстояния будут одни и те же; и если вы будете прыгать сразу двумя ногами, то сделаете прыжок на одинаковое расстояние в любом направлении. Прилежно наблюдайте все это, хотя у нас не возникает никакого сомнения в том, что, пока корабль стоит неподвижно, все должно происходить именно так. Заставьте теперь корабль двигаться с любой скоростью, и тогда (если движение будет только равномерным и без качки в ту и другую стороны) во всех названных явлениях вы не обнаружите ни малейшего изменения и ни по одному из них не сможете установить, движется корабль или стоит неподвижно».

Итак, одинаково поставленные механические опыты и в системе отсчета, неподвижной относительно Земли, и в системах отсчета, движущихся относительно нее равномерно и прямолинейно, приводят к совершенно одинаковым результатам. И так обстоит дело во всех инерциальных системах отсчета. Но из одинаковости механических явлений следует одинаковость и законов, лежащих в их основе. Поэтому мы можем утверждать, что

> во всех инерциальных системах отсчета законы механики имеют один и тот же вид.

Это утверждение называется **принципом относительности Галилея**. Не только механические, но и другие физические явления (тепловые, электромагнитные, явления в микромире) при одинаковых начальных условиях протекают одинаково в различных инерциальных системах отсчета.

Во всех инерциальных системах отсчета законы физики имеют один и тот же вид. Это утверждение, сформулированное А. Эйнштейном, является одним из самых фундаментальных законов природы. *Принцип относительности описывает еще одну симметрию, существующую в природе, — симметрию законов* *физики по отношению к переходу от одной ИСО к другой.* Все эти системы отсчета оказываются совершенно равноправными: никакой преимущественной, т. е. как-то с точки зрения физики выделенной по сравнению с другими, среди них нет. Именно поэтому, в частности, находясь в закрытом вагоне и проводя в нем всевозможные эксперименты, вы не сможете по их результатам определить, покоится ваш вагон или движется относительно Земли равномерно и прямолинейно. Сто́ит, однако, вагону изменить свою скорость (например, резко затормозить), как падающие с полок вещи сразу дадут понять, движется он или нет! Переход к неинерциальной системе отсчета уже не является преобразованием симметрии законов физики, и потому ускоренное движение системы отсчета всегда дает о себе знать.

? **1.** Сформулируйте принцип относительности. **2.** Какие опытные факты подтверждают этот принцип? **3.** Какие факты в опыте, описываемом Галилеем, свидетельствуют об изотропности пространства? **4.** В одном из своих сочинений Галилей пишет: «Сотни раз, сидя в своей каюте, я спрашивал себя, движется ли корабль или стоит неподвижно». Испытывали ли вы когда-нибудь подобные сомнения? Из-за чего они могут возникнуть? **5.** Почему Галилей рекомендует проводить опыт именно под палубой корабля, а не на ней?

§ 13. ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ГАЛИЛЕЯ

Согласно *принципу относительности* одним из **преобразований симметрии** физических законов является переход от одной инерциальной системы отсчета к другой, т. е., например, от системы отсчета K, связанной с Землей, к системе отсчета K', движущейся относительно нее равномерно и прямолинейно. Выясним, как меняются значения различных физических величин при таком переходе, тем более что это требуется часто знать и на практике. Так, например, артиллеристу важно знать, как движется снаряд не только относительно земли, но и относительно перемещающегося танка; штурман корабля может интересоваться движением корабля и относительно земли, и относительно воды, которая сама течет относительно берегов; для пилота представляет интерес движение самолета и относительно аэродрома, и относительно потоков воздуха и т. п.

Выясним прежде всего, как связано **перемещение**, совершенное некоторой частицей относительно системы отсчета K, с перемещением той же частицы относительно системы K'.

Пусть за движением данного тела следят два наблюдателя: один из системы отсчета K (он неподвижен относительно Земли), а другой из системы отсчета K' (он находится в равномерно и прямолинейно движущемся вагоне). Скорость системы K' (т. е. вагона) относительно K обозначим через $\vec{V}$.

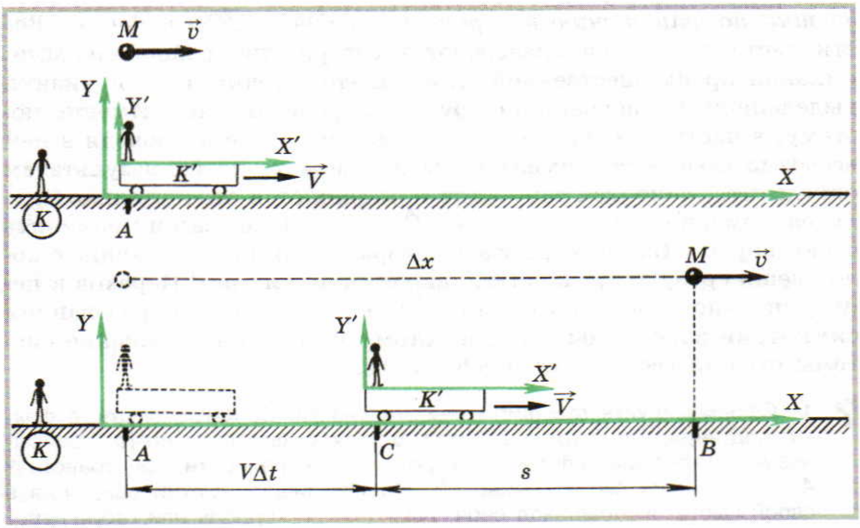


Рис. 28

Рассматривая движение частицы M в течение некоторого времени Δt, наблюдатель в системе отсчета K увидит, что за это время она переместится из одного положения (над точкой A) в другое положение (над точкой B). Одновременно с этим наблюдатель, находящийся в K', двигаясь с постоянной скоростью V, пройдет путь, равный произведению $V\,\Delta t$, и окажется в точке C системы отсчета K (рис. 28).

Обозначим изменение координаты частицы M за это время относительно неподвижной системы отсчета K через Δx, а относительно движущейся системы K' через $\Delta x'$. Наша задача — найти связь между Δx и $\Delta x'$.

Из рисунка 28 видно, что

$$\Delta x = s + V\,\Delta t. \qquad (13.1)$$

Величина Δx оказалась связанной с расстоянием s. Как связано s с $\Delta x'$? Чтобы ответить на этот вопрос, заметим, что:

величина s есть то расстояние, на которое удалилась частица от движущегося наблюдателя за время Δt, измеренное неподвижным наблюдателем в K;

величина же $\Delta x'$ есть то расстояние, на которое сместилась частица относительно движущегося наблюдателя с его точки зрения, т. е. за время $\Delta t'$, измеренное им самим.

Если $\Delta t = \Delta t'$, то оба эти расстояния, естественно, равны:

$$s = \Delta x'. \qquad (13.2)$$

Но можем ли мы утверждать, что $\Delta t = \Delta t'$? Чтобы выяснить, зависит ли течение времени от выбора системы отсчета, обратимся к результатам экспериментов.

В 1971 г. на реактивных самолетах, облетевших вокруг земного шара, были помещены атомные часы. При сравнении показаний этих часов с показаниями неподвижных часов, оставшихся на Земле, было установлено, *что движущиеся часы идут медленнее неподвижных*![1] Время на движущихся телах замедляется! Поэтому $\Delta t \neq \Delta t'$. Однако разница в промежутках времени в этом эксперименте составляла всего лишь одну миллиардную долю секунды. Зафиксировать ее могут только атомные часы, обычным же часам это не под силу. Исследование этого вопроса показывает, что разница в промежутках времени становится значительной только в том случае, когда скорость одной системы отсчета по отношению к другой сравнима со скоростью света, равной приблизительно 300 000 км/с. Поэтому если ограничиться рассмотрением лишь медленных движений тел, т. е. движений со скоростями, много меньшими скорости света, то можно считать, что течение времени от выбора системы отсчета не зависит.

Итак, будем в дальнейшем считать, что

Промежуток времени между двумя данными событиями во всех инерциальных системах отсчета имеет одно и то же значение, т. е.

$$\Delta t = \Delta t'.$$

Это утверждение является одной из важнейших аксиом классической механики. Имея в виду эту аксиому, часто говорят, что *время в классической механике является абсолютным*, т. е. единым для всех систем отсчета. Поэтому и аксиома эта носит название **принципа абсолютности времени**.

Напомним, что справедлив этот принцип лишь при скоростях, много меньших скорости света. При больших же скоростях этот принцип, а значит, и классическая механика, его использующая, становятся несправедливыми.

Если исходить из принципа абсолютности времени, то становится верным равенство (13.2) и формула (13.1) приобретает вид:

$$\Delta x = \Delta x' + V\Delta t. \tag{13.3}$$

Это соотношение справедливо лишь при условии, что $\Delta t = \Delta t'$; поэтому обычно их выписывают рядом:

$$\Delta x = \Delta x' + V\Delta t,$$
$$\Delta t = \Delta t'.$$

Полученные формулы называются **преобразованиями Галилея**. В векторном виде они выглядят так:

[1] Этот результат, правда, не был неожиданным, так как он был теоретически предсказан А. Эйнштейном еще в 1905 г.

$$\Delta\vec{r} = \Delta\vec{r}\,' + \vec{V}\Delta t,$$
$$\Delta t = \Delta t'. \qquad (13.4)$$

Физический смысл этих преобразований заключается в том, что они показывают, как связаны между собой перемещения и промежутки времени в двух разных системах отсчета, одна из которых движется относительно другой равномерно и прямолинейно со скоростью $\vec{V}$.

Преобразованиям Галилея можно придать и несколько другой смысл. Нахождение частицы (см. рис. 28) в определенный момент времени в положении над точкой A может рассматриваться как некоторое событие; обозначим его *1*. Тогда нахождение частицы (спустя время Δt) над точкой B можно обозначить как событие *2*. Величина Δx при этом будет равна разности координат этих событий в системе отсчета K. Аналогично величина $\Delta x'$ будет также представлять собой разность координат соответствующих событий, только уже в системе отсчета K'. В итоге мы можем сказать, что преобразование Галилея (13.3) связывает разности координат любой пары событий в двух разных инерциальных системах отсчета, причем уже неважно, связаны ли эти события с перемещением какого-либо тела или нет. В частности, если одно из этих событий состояло в том, что в нулевой момент времени $t_0 = t'_0 = 0$ начала O и O' обеих систем отсчета находились в одной и той же точке $x_0 = x'_0 = 0$, то для координат любого другого события преобразования Галилея дают:

$$x = x' + Vt,$$
$$t = t'.$$

Соответствующую ситуацию иллюстрирует рисунок 29.

Выясним теперь, что происходит со **скоростью** при переходе от одной ИСО к другой. Другими словами, найдем формулу, связывающую скорость частицы $\vec{v} = \dfrac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$, которую она имеет в неподвижной системе отсчета K, со скоростью $\vec{v}\,' = \dfrac{\Delta\vec{r}\,'}{\Delta t'}$ той же частицы в движущейся системе отсчета K'. Для этого разделим обе части первого из равенств (13.4) на время движения частицы. Учитывая, что оно одинаково в обеих системах отсчета ($\Delta t = \Delta t'$), получаем:

$$\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{\Delta\vec{r}\,'}{\Delta t'} + \frac{\vec{V}\Delta t}{\Delta t},$$

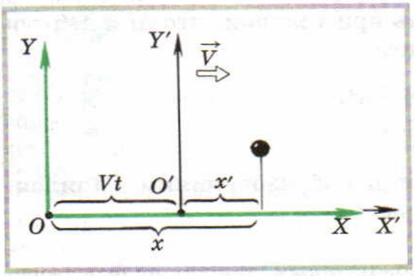


Рис. 29

т. е.

$$\vec{v} = \vec{v}' + \vec{V}.$$

Полученная формула носит название **классического закона сложения скоростей.**

Из этого закона видно, что если скорость $\vec{v}'$ на сколько-то изменится, то, чтобы сохранилось равенство $\vec{v}' + \vec{V} = \vec{v}$, на столько же изменится и скорость $\vec{v}$, т. е. $\Delta\vec{v} = \vec{v}'$. Разделив обе части этого равенства на промежуток времени, в течение которого изменялась скорость, мы получим:

$$\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{\Delta\vec{v}\,'}{\Delta t'}.$$

Но $\dfrac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \vec{a}$ есть ускорение рассматриваемой частицы в системе отсчета K, а $\dfrac{\Delta\vec{v}\,'}{\Delta t'} = \vec{a}\,'$ — ускорение этой же частицы относительно системы K'. Поэтому окончательно получаем:

$$\vec{a} = \vec{a}'.$$

Это означает, что *ускорение данной частицы во всех инерциальных системах отсчета имеет одно и то же значение.*

Величины, которые не меняются при переходе от одной системы отсчета к другой, называют **инвариантными**[1] относительно такого перехода. Следовательно, в отличие от перемещения и скорости *ускорение — величина инвариантная (по отношению к переходу от одной ИСО к другой).*

Теперь мы можем более глубоко понять, в чем состоит *относительность механического движения.* Для описания механического движения необходимо указать систему отсчета. Относительными, т. е. изменяющимися при переходе к другой инерциальной системе отсчета, являются сам факт движения или покоя, траектория материальной точки, ее координаты, перемещение, скорость. В то же время инвариантными, т. е. не изменяющимися при переходе к другой инерциальной системе отсчета, являются длины отрезков, промежутки времени и ускорения.

? **1.** В чем заключается физический смысл преобразований Галилея? При каких скоростях они справедливы? **2.** В чем заключается принцип абсолютности времени? Приведите факты, подтверждающие этот принцип. **3.** При каких скоростях движения выполняется принцип абсолютности времени? Что происходит со временем при быстрых движениях? **4.** Выведите преобразования Галилея. **5.** Докажите, что любые два события, одновременные в одной системе отсчета, являются

[1] От лат. invarians — неизменяющийся.

одновременными и в любой другой системе отсчета. Будет ли это так в случае очень быстрого движения системы отсчета? **6.** Докажите, что если по часам одной системы отсчета событие *A* наступило раньше события *B*, то и по часам любой другой системы отсчета событие *A* также предшествовало событию *B*. **7.** Воспользовавшись преобразованием Галилея, докажите, что разность координат одновременных событий во всех системах отсчета одна и та же. **8.** Находясь у себя дома, некий ученик правильно решил заданную на дом задачу. Спустя некоторое время, уже в школе, этот ученик получил за это оценку «5». Можно ли выбрать такую систему отсчета, в которой оба эти события — решение дома задачи и получение в школе «пятерки» — произошли в одном и том же месте? **9.** В чем заключается классический закон сложения скоростей? Почему его называют классическим? При каких скоростях он справедлив? **10.** Какие величины называют инвариантными? **11.** Меняется ли ускорение при переходе от одной ИСО к другой? Ответ обоснуйте.

ИТОГИ И ОБОБЩЕНИЯ

Итак, исследуя в ИСО свойства окружающего нас мира, мы обнаружили в нем определенные свойства симметрии: одни и те же опыты, будучи поставленными в разных городах, в разное время, в повернутых относительно друг друга установках или в лабораториях, размещенных в равномерно и прямолинейно движущихся поездах, кораблях и т. п., дают одни и те же результаты. Это означает, что: 1) параллельный перенос замкнутой системы, 2) ее поворот на любой угол, 3) временной сдвиг и 4) переход от неподвижной системы отсчета к равномерно движущейся относительно неподвижной системе отсчета являются преобразованиями симметрии физических законов.

Данное множество преобразований симметрии и преобразования Галилея в сжатом виде содержат в себе информацию обо всех основных свойствах симметрии нашего мира (однородность пространства, его изотропность, однородность времени, абсолютность времени, полное равноправие всех инерциальных систем отсчета), являются концентрированным выражением тех основных представлений об окружающем мире, на которых в течение веков возводилось громадное здание физической науки.

Два **принципа симметрии**: *принцип пространственно-временной симметрии* и *принцип относительности* — определяют те требования, которым должны удовлетворять законы физики, в частности классической механики, а именно: если мы изучаем движение замкнутой системы тел в некоторой покоящейся инерциальной системе отсчета, то верными могут считаться только такие законы, форма которых остается неизменной при параллельном переносе замкнутой системы, ее повороте, сдвиге во времени и при переходе к равномерно движущейся относительно неподвижной системе отсчета. Другими словами, на роль законов физики могут претендовать только такие соотношения между характеристиками системы, которые подчиняются принципам симметрии.

Принципы симметрии существенно ограничивают то возможное многообразие законов, которые могли бы действовать в нашем мире. А это, в свою очередь, значительно помогает ученым в поисках новых законов природы.

Можно сказать, что в нашем знании об окружающем мире существуют три последовательные ступени. На низшей ступени находятся явления; на следующей ступени — законы природы; наконец, на третьей ступени покоятся принципы симметрии.

Между отношением законов природы к явлениям и отношением принципов симметрии к законам природы существует глубокая аналогия. *Если законы природы управляют явлениями, то принципы симметрии управляют законами природы.*

Более того, без принципов симметрии законы природы не могли бы существовать. Ведь для их существования мир должен обладать по крайней мере приближенной симметрией. При полном отсутствии таковой законы природы могли бы меняться день ото дня и при переходе из одного места в другое. Но в таком случае эти «законы» уже нельзя было бы назвать действительно законами природы, так как любой закон по определению должен выражать обязательно *объективную, устойчивую, повторяющуюся* связь между явлениями. Иначе он просто не имеет права называться законом.

? **1.** Какие три ступени можно выделить в нашем знании об окружающем мире? **2.** Какую роль в нашем мире играют принципы симметрии? **3.** Используя закон сложения скоростей, скажите, как в случае необходимости следует прыгать из вагона движущегося поезда: по ходу поезда или назад? куда лицом? **4.** Когда мы движемся вокруг Солнца быстрее — днем или ночью? **5.** Можно ли рукой поймать вылетевшую при выстреле из винтовки пулю?

ОСНОВЫ ДИНАМИКИ

Глава 3. ЗАКОНЫ ДИНАМИКИ

«Мир, если смотреть на него издали, кажется круглым, гладким, чисто отполированным шариком, но если посмотреть на него вблизи, он оказывается очень сложным: миллиарды крохотных атомов, всевозможные неровности»[1]. Причем преодолеть эти «неровности» и разобраться в сути происходящих вокруг явлений оказывается подчас столь трудно, что древнегреческий философ Демокрит как-то воскликнул: «Я бы предпочел найти истинную причину хотя бы одного явления, чем стать царем Персии».

Да, мир действительно сложен. Но разобраться в нем можно. Ведь явления природы существуют не независимо друг от друга, а в определенной *взаимосвязи*; оглянитесь вокруг, и вы увидите, что одни явления вызывают к жизни какие-то другие; те, в свою очередь, третьи и т. д. И вне этой связи не существует ни одно явление, ни один процесс.

Такую связь явлений, в которой одно явление при определенных условиях с необходимостью порождает другое явление, называют *причинностью*. При этом то из явлений, которое порождает другое, называют **причиной**, а то явление, которое порождается, называется действием причины или **следствием**.

Существование в мире причинности обусловливает его *саморазвитие*. Это означает, что мир развивается не под действием какой-то внешней по отношению к нему «воли», а сам по себе, в результате внутренних процессов, подчиняющихся закономерной причинно-следственной связи. В мире нет и не может быть беспричинных явлений, всякое явление имеет свою причину.

Знание причинно-следственных связей между различными явлениями природы играет исключительно важную роль в практической деятельности людей. Раскрыв причины полезных явлений, человек может ускорять их наступление или даже искусственно воссоздавать те явления и процессы, которые ему нужны. Знание же причин вредных явлений позволяет ограничивать их действие и тем самым предотвращать наступление нежелательных для человека следствий.

И наоборот, незнание причин тех или иных явлений делает человека бессильным, беспомощным перед ними.

Существование в мире причинности и познание ее человеком позволяет объяснить все явления природы естественным путем, не ссылаясь при этом на деятельность каких бы то ни было

[1] Фейнман Р. Характер физических законов. — М.: Мир, 1968.

сверхъестественных, потусторонних сил и различного рода чудеса. И даже если причины каких-то явлений нам еще неизвестны, они все равно существуют и рано или поздно будут поняты.

Тема **«Динамика»**, к изучению которой мы переходим, как раз и отличается от предыдущей темы «Кинематика» именно тем, что в ней анализируются *причины*, определяющие характер того или иного движения. В основе динамики лежат принцип причинности и три закона Ньютона. Изучению этих законов, а также связанных с ними понятий и посвящена эта глава.

§ 14. ПРИНЦИП ПРИЧИННОСТИ

В 1796 г. вышла в свет книга французского ученого Пьера Симона Лапласа «Изложение системы мира». Ознакомившись с ней, Наполеон Бонапарт спросил у автора, а где же в его системе Бог. На это гордый Лаплас ответил: «Я не нуждаюсь в этой гипотезе».

Лаплас сумел объяснить все, что происходит в Солнечной системе, естественными причинами, опираясь лишь на строгие законы механики. «Всякое имеющее место явление, — писал Лаплас, — связано с предшествующим на основании того очевидного принципа, что какое-либо явление не может возникнуть без производящей его причины... Противоположное мнение есть иллюзия ума... Таким образом, мы должны рассматривать настоящее состояние Вселенной как следствие ее предыдущего состояния и как причину последующего».

Лаплас был первым, кому удалось с помощью законов механики объяснить практически все, что касалось движений тел Солнечной системы. Им был разработан способ вычисления орбит небесных тел и была высказана гипотеза о происхождении Солнечной системы, сыгравшая выдающуюся роль в истории науки.

Солнечная система, включающая в себя Солнце и окружающие его планеты со спутниками, представляет собой классический пример механической системы. Вообще, **системой** в механике называют совокупность частиц (тел), выделенных из множества окружающих нас тел для рассмотрения и изучения в той или иной задаче.

Основная задача механики применительно к системе частиц заключается в определении положения каждой из частиц системы в любой момент времени.

Мы хотим научиться предсказывать, где будут частицы в *будущем*, исходя из данных, относящихся к их *настоящему*. Очевидно, что такое предсказание возможно только в том случае, если в природе существует причинность и *будущее* этих частиц полностью определяется их *настоящим*. Если бы это было не так, то никаких предсказаний мы сделать бы не смогли. В действительности же, как показало развитие науки, такие предсказания делать можно.

Если вся необходимая для определения будущего системы информация известна, то говорят, что известно **состояние** системы в данный момент времени.

В классической механике *состояние системы определяется положениями* ($\vec{r}$) *и скоростями* ($\vec{v}$) *ее частиц*, т. е. состояние $= \{\vec{r}, \vec{v}\}$. С течением времени состояние системы может изменяться: меняется взаимное расположение частиц системы, изменяются их скорости. Однако между начальным и последующими состояниями системы существуют определенные причинно-следственные связи. Существование этих связей приводит к тому, что эволюция системы во времени полностью предопределяется ее начальным состоянием. По начальному состоянию системы, т. е. состоянию этой системы в некоторый начальный момент времени t_0, можно определить (предсказать) состояние этой системы в любой последующий момент времени t:

$$\text{состояние } (t_0) \to \text{состояние } (t).$$

Иными словами,

> Совокупность начальных положений и скоростей всех частиц системы полностью определяет все ее дальнейшее движение.

Это утверждение, называемое **механическим принципом причинности**, является обобщением громадного количества опытных фактов и представляет собой одну из важнейших аксиом классической механики. Ее справедливость вытекает не из отдельных опытов, а из того, что все полученные из нее следствия, проверяемые как специальными опытами, так и всей человеческой практикой, оказываются правильными.

? **1.** В каком случае говорят, что известно состояние системы? **2.** Какие величины определяют состояние системы в классической механике? **3.** В чем заключается основная задача механики для системы частиц? **4.** Сформулируйте принцип причинности.

§ 15. ПОНЯТИЯ СИЛЫ И МАССЫ

Тела, окружающие частицу, способны оказывать на нее определенное влияние, действие.

Влияние тел (или частиц) на движение друг друга называют **взаимодействием.** В общем случае взаимодействие представляет собой взаимное влияние двух материальных объектов (частиц, тел и полей), в результате которого изменяются оба взаимодействующих объекта.

В механических явлениях *взаимодействие тел является причиной их ускорений, а ускорения — следствием их взаимодействия.* Так, например, с ускорением движутся падающие на Землю тела; причиной этого ускорения является притяжение Земли. Другой пример: первоначально покоящийся стальной шарик начинает двигаться к поднесенному магниту; здесь, очевидно, воздействие магнита вызвало ускорение шарика.

Взаимодействие тел характеризуется некоторой величиной, являющейся функцией положений ($\vec{r}$) и скоростей ($\vec{v}$) взаимодействующих тел. Чем больше эта величина, тем больше ускорение данного тела. Величина эта является векторной: от ее направления зависит и направление приобретаемого телом ускорения. Обозначается она буквой $\vec{F}$ и называется **силой**.

Сила не единственная величина, от которой может зависеть ускорение. Если на *разные* частицы воздействовать одинаково, то можно заметить, что ускорения, которые приобретают эти частицы, оказываются различными. Это означает, что у каждой частицы есть своя (как говорят, *внутренняя*, т. е. не зависящая от состояния) характеристика, влияющая на получаемое частицей ускорение. На направление ускорения эта характеристика не влияет, поэтому она является не векторной величиной, а скалярной. Обозначают ее буквой m и называют **массой**.

За единицу массы (1 кг) выбрана масса специально изготовленного цилиндра из платиново-иридиевого сплава диаметром и высотой около 39 мм. Этот прототип (или, как говорят, эталон) массы хранится в Международном бюро мер и весов во Франции (в Севре, близ Парижа). В России, как и в некоторых других странах, имеется копия этого эталона.

Единица массы — *килограмм*, а также единица длины — *метр* и единица времени — *секунда* являются основными механическими единицами в так называемой **Международной системе единиц** (сокращенно СИ, что значит: система интернациональная). Эта система в настоящее время считается предпочтительной для использования по сравнению с другими системами единиц, например системой СГС, в которой за основные механические единицы приняты сантиметр, грамм и секунда.

После выбора эталона масса произвольного тела определяется следующим образом. Рассматриваемое тело приводят во взаимодействие с эталоном, после чего находят отношение модулей полученных этими телами ускорений[1]. *Это отношение, как показывают опыты, для произвольного тела и эталона массы всегда оказывается одним и тем же*; оно не зависит от состояний тела и эталона массы (определяемых их положениями и скоростями) и поэтому при договоренности о том, что

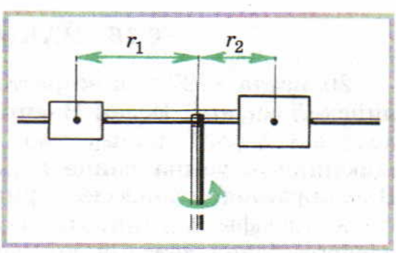


Рис. 30

[1] Проще всего это можно сделать, поместив оба тела на центробежную машину и связав их друг с другом тонкой нитью (рис. 30). Двигаясь по окружности, эти тела будут иметь центростремительные ускорения, которые легко находятся по известным формулам.

$m = 1$ кг, может считаться внутренней характеристикой произвольного тела — его массой.

Определение. **Массой** тела называется скалярная физическая величина, численно равная отношению модулей ускорений, получаемых эталоном и данным телом при взаимодействии между собой.

Обозначая массу тела буквой m, мы, таким образом, можем записать:

$$m = \frac{a_{эт}}{a} \text{ кг.}$$

Не следует думать, что единственным способом определения массы тела на практике является сравнение его ускорения с ускорением эталона. Масса входит во многие физические законы, и потому ее можно находить, пользуясь соответствующими формулами. Существует, кроме того, и такой способ измерения массы, как *взвешивание*.

Поскольку масса определяется через ускорения, а ускорения инвариантны относительно перехода от одной инерциальной системы отсчета к другой, то этим же *свойством инвариантности обладает и масса*. Отсюда следует и другое важное свойство массы: *масса тела не зависит от его скорости*. В самом деле, если бы это было не так, то при переходе от одной системы отсчета к другой масса тела изменяла бы свое значение (ведь скорость одного и того же тела в разных системах отсчета различна!), но это противоречит ранее доказанному свойству инвариантности. Значит, масса тела действительно не зависит от его скорости.

? **1.** Что понимают под взаимодействием тел? Приведите примеры. **2.** Что является причиной ускорения тел? **3.** Какая величина характеризует взаимодействие тел? Что вы можете о ней сказать? **4.** Что называется массой тела? **5.** Какими свойствами обладает масса?

§ 16. ЗАКОНЫ НЬЮТОНА

20 марта 1727 г. в возрасте 84 лет скончался гениальный английский ученый Исаак Ньютон. Похороны его состоялись в Лондоне с большой пышностью. По указу короля Георга I его похоронили в усыпальнице королей — Вестминстерском аббатстве. В похоронной процессии приняли участие знатнейшие герцоги, пэры и графы Англии. После похорон Вольтер[1] написал: «Не так давно в одной знатной компании обсуждался избитый и пустой вопрос: кто был величайшим человеком — Цезарь, Александр, Тамерлан или Кромвель? Кто-то сказал, что таким человеком был,

[1] Вольтер (1694—1778) — знаменитый французский писатель, философ и историк.

без сомнения, Исаак Ньютон. И он был прав, так как мы должны благодарить Ньютона за то, что он овладел нашим разумом не насилием, а силой правды».

«Природа для него, — писал впоследствии Эйнштейн, — была открытой книгой, которую он читал без усилий». За свои научные заслуги Ньютон был возведен в рыцарское достоинство. И он мог с полным правом на своем смертном одре сказать: «Сделал, что мог, пусть другие сделают лучше».

Исаак Ньютон

Ньютон является родоначальником классической теоретической физики. Законы, сформулированные им в гениальном труде «Математические начала натуральной философии» (1687) как «аксиомы движения», носят теперь его имя.

В **первом законе Ньютона** рассматривается тело, бесконечно удаленное от всех других тел (такое тело называют *изолированным*).

> Любое тело, до тех пор пока оно остается изолированным, сохраняет свое состояние покоя или равномерного прямолинейного движения.

Таким образом, первый закон Ньютона утверждает, что изолированное тело может находиться лишь в одном из следующих двух состояний: оно может либо покоиться, либо двигаться равномерно и прямолинейно, т. е. с постоянной скоростью $\vec{v} = \text{const}$. Объединяет оба эти случая то, что и в том и в другом случае ускорение тела равно нулю: $\vec{a} = 0$.

Возникает вопрос: почему тело в отсутствие всех остальных тел не может изменить свою скорость и двигаться с ускорением? Во времена Ньютона ответа на этот вопрос не было и первый закон Ньютона считался аксиомой. Теперь же мы понимаем, что этот закон является следствием более общих принципов. В самом деле, допустим, что ускорение изолированного тела отлично от нуля: $\vec{a} \neq 0$. Тогда, в соответствии с принципом причинности, оно должно будет определяться положением $\vec{r}$ тела и его скоростью $\vec{v}$. Но зависимость ускорения от местоположения тела будет противоречить однородности пространства (получится, что в разных точках пространства скорость изолированного тела будет меняться по-разному, в то время как свойства изолированного тела во всех местах пространства должны быть одинаковыми), а зависимость от скорости будет противоречить инвариантности ускорения (переходя от одной инерциальной системы отсчета к другой и получая тем самым разные значения $\vec{v}$, мы получали бы тогда и разные значения ускорения). Быть же равным какому-то постоянному, направленному в определенную сторону вектору ускорение не может, так как это означало бы появление в пространстве некоторого выделенного направления, что противоречит его изотропности. Таким образом, ускорение $\vec{a} = 0$, что и утверждается в первом законе Ньютона.

Рассматриваемый закон впервые был четко сформулирован и включен в систему основных законов механики Ньютоном. Однако открытие этого закона принадлежит Г. Галилею. До Галилея в течение двух тысяч лет считалось, что изолированное тело не может двигаться, оно может лишь покоиться, ибо, как писал древнегреческий ученый Аристотель, «все движущееся необходимо бывает движимо чем-то». Закон, открытый Галилеем, опроверг это положение. Ведь равномерное прямолинейное движение, совершаемое изолированным телом, происходит само по себе и не требует ничего «движущего». Кстати, сам Аристотель был довольно близок к открытию этого закона. Опираясь на представления о симметрии, он пришел к выводу, что если тело, однажды приведенное в движение, находится в пустоте (является изолированным), то оно должно двигаться в ней до бесконечности. «Ибо, — спрашивал Аристотель, — почему оно скорее остановится здесь, а не там?» Считая, однако, такое движение невозможным, Аристотель неожиданно заключил отсюда, что никакой пустоты в природе быть не может. В действительности же такое движение возможно, и, например, наблюдая за ракетой вдали от небесных тел, мы увидели бы, что после выключения двигателей она продолжает двигаться равномерно и прямолинейно с той скоростью, которая была ей сообщена вначале.

Движение тела, не поддерживаемое никаким воздействием, называют *движением по инерции*. Поскольку в первом законе Ньютона как раз и говорится о возможности такого движения, то этот закон часто называют *законом инерции*.

Второй закон Ньютона описывает движение частицы, вызванное влиянием окружающих тел, и устанавливает связь между ускорением частицы, ее массой и силой, с которой на нее действуют эти тела.

> Если на частицу массой m окружающие тела действуют с силой $\vec{F}$, то эта частица приобретает такое ускорение $\vec{a}$, что произведение ее массы на ускорение будет равно действующей силе.

Математически второй закон Ньютона записывается в виде:

$$m\vec{a} = \vec{F}.$$

На основе этого закона устанавливается единица силы — 1 Н (*ньютон*). 1 Н — это сила, с которой нужно действовать на тело массой 1 кг, чтобы сообщить ему ускорение 1 м/с^2.

Если сила $\vec{F}$, с которой тела действуют на данную частицу, известна, то записанное для этой частицы уравнение второго закона Ньютона называют ее *уравнением движения*.

Второй закон Ньютона часто называют основным законом динамики, так как именно в нем находит наиболее полное математическое выражение принцип причинности и именно он, наконец, позволяет решить основную задачу механики. Для этого нужно выяснить, какие из окружающих частицу тел оказывают на нее существенное действие, и, выразив каждое из этих действий в виде соответствующей силы, следует составить уравнение движения данной частицы. Из уравнения движения (при известной массе) находится ускорение частицы. Зная же ускорение (а также начальное состояние $\vec{r}_0$ и $\vec{v}_0$), можно определить ее скорость, а после скорости — и положение данной частицы в любой момент времени.

Практика показывает, что решение основной задачи механики с помощью второго закона Ньютона, начиная с расчета движения обыкновенного автомобиля и кончая движением автоматической межпланетной станции, всегда приводит к правильным результатам. Это и является экспериментальным подтверждением справедливости второго закона Ньютона.

Третий закон Ньютона описывает взаимодействие *двух* тел.

Силы взаимодействия любых двух частиц всегда равны по модулю и направлены в противоположные стороны вдоль соединяющей их прямой.

В такой формулировке третий закон Ньютона выполняется для тел, которые можно считать материальными точками, т. е. когда они находятся на расстоянии, много большем их собственных размеров (рис. 31, *а*). Для тел, которые нельзя считать материальными точками (рис. 31, *б*, *в*), третий закон Ньютона применяется в «ограниченной форме»: *силы, с которыми взаимо-*

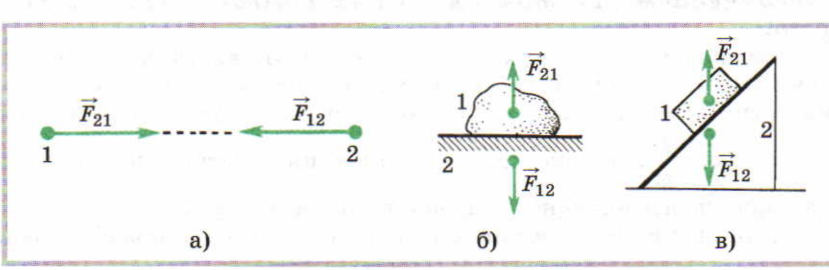


Рис. 31

действуют любые два тела, всегда равны по модулю и противоположны по направлению[1], т. е.

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}.$$

Здесь $\vec{F}_{12}$ — сила, с которой 1-е тело действует на 2-е, а $\vec{F}_{21}$ — сила, с которой, наоборот, 2-е тело действует на 1-е.

Как видим, третий закон Ньютона обосновывает введение самого термина «взаимодействие»: если одно из тел действует на второе, то второе также действует на первое. Другими словами, не может быть такого, чтобы одно тело на другое действовало, а то на первое нет. Как писал сам Ньютон, «действию всегда есть равное и противоположное противодействие». В частности, как заметил автор данного закона, «если кто нажимает пальцем на камень, то и палец его также нажимается камнем. Если лошадь тащит камень, привязанный к канату, то и обратно (если можно так выразиться) она с равным усилием оттягивается к камню...».

? **1.** В чем заключается первый закон Ньютона? Почему его называют законом инерции? **2.** В чем отличие взглядов на движение у Галилея и Ньютона от представлений Аристотеля и его последователей? **3.** Каким образом первый закон Ньютона связан с принципами симметрии? **4.** В чем заключается второй закон Ньютона? **5.** Какое уравнение называют уравнением движения? **6.** Может ли скорость движения тела быть направленной не туда, куда направлена сила? А ускорение? **7.** Как решается основная задача механики с помощью второго закона Ньютона? **8.** В каких единицах выражается сила? **9.** В чем заключается третий закон Ньютона? Приведите примеры его проявления. **10.** Что сильнее притягивает: яблоко — Землю или Земля — яблоко?

§ 17. СЛЕДСТВИЯ ИЗ ЗАКОНОВ НЬЮТОНА

Законы Ньютона представляют собой систему взаимосвязанных законов, которые позволяют глубже понять сущность понятий силы и массы. Проиллюстрируем это следующими положениями, вытекающими из этих законов:

1. Сила является характеристикой воздействия, оказываемого на данную частицу со стороны других тел, и с увеличением расстояния до них убывает, стремясь к нулю.

То, что сила является характеристикой воздействия со стороны окружающих частицу тел, следует из того, что она зависит от состояния этих тел (см. § 15) и при этом определяет ускорение данной частицы: $\vec{a} = \dfrac{\vec{F}}{m}$. Что же касается убывания действующей силы до нуля при неограниченном удалении от частицы окружающих ее тел, то это является следствием первого и второго законов Ньютона.

[1] При этом о линии действия сил ничего не говорится.

Действительно, согласно первому закону Ньютона бесконечно удаленная от всех тел частица имеет нулевое ускорение $\vec{a} = 0$. Но по второму закону Ньютона $\vec{F} = m\vec{a}$. Поэтому при $\vec{a} = 0$ и сила $\vec{F} = 0$.

2. Сила, с которой сразу несколько тел действуют на данную частицу, равна сумме сил, с которыми эти тела действуют на нее по отдельности:

$$\vec{F} = \vec{F_1} + \vec{F_2} + \ldots + \vec{F_n}.$$

Это утверждение называется **принципом независимости взаимодействий**. С учетом этого принципа второй закон Ньютона записывается в виде:

$$m\vec{a} = \vec{F_1} + \vec{F_2} + \ldots + \vec{F_n}. \tag{17.1}$$

Иногда сумму сил, стоящую в правой части этого закона, называют *равнодействующей силой*.

Принцип независимости взаимодействий иначе называют *принципом суперпозиции*[1] *сил*.

3. Сумма всех внутренних сил, действующих в любой системе, всегда равна нулю.

Под *внутренними* понимают те силы, которые действуют между телами самой рассматриваемой системы. Например, для системы из двух тел внутренними являются силы их взаимодействия $\vec{F}_{12}$ и $\vec{F}_{21}$. Так как $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$, то сумма этих сил действительно равна нулю. На основании третьего закона Ньютона к аналогичному результату можно прийти и в случае более сложных систем, состоящих из трех, четырех, пяти и т. д. тел. Например, для системы из трех тел, учитывая их попарное взаимодействие, можно записать: $\vec{F}_{12} + \vec{F}_{13} + \vec{F}_{21} + \vec{F}_{23} + \vec{F}_{31} + \vec{F}_{32} = (\vec{F}_{12} + \vec{F}_{21}) + (\vec{F}_{13} + \vec{F}_{31}) + (\vec{F}_{32} + \vec{F}_{23}) = 0$. Воспользовавшись для обозначения суммы знаком Σ (греческая буква «сигма»), мы, таким образом, можем утверждать, что в любом случае

$$\Sigma\vec{F}_{\text{внутр}} = 0.$$

Отсюда, кстати, следует, что внутренние силы не способны привести в движение систему тел как целое. Действительно, для этого нужно было бы сообщить ускорение, а ускорение, как это следует из второго закона Ньютона, могут сообщить системе лишь те силы, сумма которых отлична от нуля.

4. Отношение модулей ускорений, полученных двумя телами в результате взаимодействия друг с другом, равно обратному отношению их масс:

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{m_2}{m_1}. \tag{17.2}$$

---

[1] Слово «суперпозиция» в переводе на русский язык означает «наложение».

Действительно, согласно третьему закону Ньютона, $F_{12} = F_{21}$. Но по второму закону Ньютона $F_{12} = m_2a_2$, $F_{21} = m_1a_1$. Поэтому $m_2a_2 = m_1a_1$, откуда $\frac{a_1}{a_2} = \frac{m_2}{m_1}$.

Из (17.2) видно, что из двух тел то, которое имеет бо́льшую массу, получает при взаимодействии меньшее ускорение. С другой стороны, про тело, которое получает меньшее ускорение и, следовательно, медленнее изменяет свою скорость, говорят, что оно более инертно, а про тело, которое получает большее ускорение и, значит, быстрее изменяет свою скорость, говорят, что оно менее инертно. Иными словами, чем инертнее тело, тем больше масса тела. *Масса, таким образом, выступает как количественная характеристика свойства тела — инертности.*

5. Масса системы тел равна сумме масс всех тел этой системы:

$$m_{\text{сист}} = m_1 + m_2 + m_3 + \dots$$

Это свойство называется *аддитивностью*[1] массы. Ограничимся рассмотрением простейшего случая — докажем, что масса тела m, состоящего из двух частей массами m_1 и m_2, равна сумме $m_1 + m_2$.

Действительно, согласно определению массы $m = \frac{a_{\text{эт}}}{a} \cdot \text{кг}$, откуда

$$a_{\text{эт}} \cdot \text{кг} = ma. \quad (17.3)$$

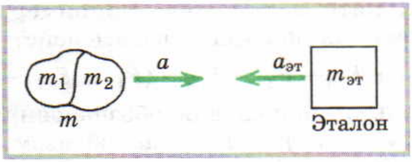


Рис. 32

С другой стороны, рассматривая взаимодействие частей данного тела с эталоном (рис. 32), мы на основании второго закона Ньютона можем написать:

$$m_1\vec{a} = \vec{F}_{21} + \vec{F}_{\text{эт}-1},$$
$$m_2\vec{a} = \vec{F}_{12} + \vec{F}_{\text{эт}-2},$$
$$m_{\text{эт}}\vec{a}_{\text{эт}} = \vec{F}_{1-\text{эт}} + \vec{F}_{2-\text{эт}}.$$

Складывая все эти уравнения и учитывая, что сумма всех внутренних сил, стоящих в этих уравнениях справа, равна нулю, мы получим:

$$m_1\vec{a} + m_2\vec{a} + m_{\text{эт}}\vec{a}_{\text{эт}} = 0.$$

Отсюда

$$(m_1 + m_2)\,\vec{a} = -m_{\text{эт}}\vec{a}_{\text{эт}},$$

или, так как $m_{\text{эт}} = 1$ кг,

$$(m_1 + m_2)\,a = a_{\text{эт}} \cdot \text{кг},$$

откуда с учетом (17.3),

$$(m_1 + m_2)\,a = ma,$$

[1] От англ. add — прибавлять.

т. е.

$$m = m_1 + m_2.$$

? **1.** В чем заключается физический смысл понятия силы? **2.** Сформулируйте второй закон Ньютона с учетом принципа независимости взаимодействий. **3.** Почему внутренние силы не способны привести в движение систему тел как целое? **4.** Характеристикой какого свойства является масса? **5.** В чем заключается аддитивность массы?

§ 18. ТИПЫ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ И РАЗЛИЧНЫЕ ВИДЫ СИЛ

Если бы вся Вселенная состояла только из изолированных тел, движущихся по инерции, то совокупность всех траекторий в мире представлялась бы множеством прямых линий. Унылая и однообразная картина!

Мир, к счастью, не таков, и окружающие нас тела движутся со всевозможными ускорениями. Причиной этих ускорений, как мы уже знаем, является взаимодействие тел.

Способность взаимодействовать является важнейшим свойством тел. В сущности, вся физика есть не что иное, как изучение различных взаимодействий. И величайшим достижением физики является установление того факта, что все бесконечное многообразие физических процессов, происходящих в нашем мире, можно объяснить существованием в природе всего лишь четырех типов **фундаментальных взаимодействий.** Причем на уровне макромира из них проявляются только два: электромагнитное и гравитационное взаимодействия[1].

Гравитационное взаимодействие свойственно всем телам без исключения, и проявляется оно во взаимном притяжении всех тел друг к другу, начиная от элементарных частиц и кончая гигантскими звездными скоплениями. Падение тел на землю, обращение планет вокруг Солнца, существование галактик — все это примеры проявления гравитации (всемирного тяготения).

Электромагнитное взаимодействие осуществляется между телами, в состав которых входят электрически заряженные частицы. В отличие от гравитационного взаимодействия оно может привести как к притяжению, так и к отталкиванию тел (например, одноименно заряженные тела отталкиваются, а разноименно заряженные — притягиваются). Электромагнитное взаимодействие между электронами и атомными ядрами обеспечивает существование атомов, атомы связывает в молекулы, а молекулы, в свою очередь, в различные тела. Электромагнитное взаимодействие играет

[1] Два других взаимодействия — так называемые сильное и слабое взаимодействия — проявляются лишь в микромире и потому рассматриваться здесь не будут.

основную роль во всех физико-химических и биологических процессах.

Согласно современным представлениям любое взаимодействие на макроуровне осуществляется посредством особого вида материи — **поля** (*гравитационного* или *электромагнитного*). Если, например, тело A взаимодействует с телом B, то это означает, что тело A создает в окружающем пространстве некоторое поле, которое действует на B; тело B также создает вокруг себя свое поле, которое действует на A.

Характеристикой действия одного тела на другое (посредством соответствующего поля) является *сила*. Существует много различных видов сил. Однако в зависимости от принадлежности к тому или иному типу фундаментальных взаимодействий все силы в макромире можно разделить на две группы: *силы, имеющие гравитационную природу*, и *силы, имеющие электромагнитную природу*. Примером силы из первой группы является сила тяжести, т. е. сила, с которой Земля притягивает к себе тела. Ко второй группе сил относятся силы трения и силы упругости. Примерами сил упругости являются сила натяжения, сила реакции опоры и в некоторых случаях вес тела.

Перечисленные выше силы второй группы представляют собой макроскопические проявления электромагнитного взаимодействия, осуществляющегося на микроскопическом уровне. Означает это следующее. Как известно, макроскопические тела, находящиеся вокруг нас, обычно электрически нейтральны и потому электромагнитного поля вокруг себя не создают. Однако внутри этих тел, а также в непосредственной близости от них эти поля существуют. Их называют *молекулярными* полями, так как они создаются заряженными частицами (электронами и атомными ядрами), входящими в состав молекул этих тел, и действуют только на расстояниях, сравнимых с размерами самих молекул.

Когда два тела приходят в соприкосновение, частицы их поверхностей сближаются и попадают в область действия молекулярных полей. Возникающие при этом сложные электромагнитные взаимодействия отдельных микрочастиц и приводят в конечном счете к взаимодействию самих соприкасающихся тел — тому взаимодействию, которое характеризуется силами упругости и трения.

Краткие сведения о перечисленных выше силах можно найти в таблицах, помещенных на форзацах учебника.

Заметим, что по той же формуле, по которой находится сила трения скольжения ($F_{тр} = \mu N$), можно определять и *максимальное значение силы трения покоя*, и силу трения качения с учетом того, что коэффициент трения качения много меньше коэффициента трения скольжения.

Закон, согласно которому ***сила упругости, возникающая при деформации тела, пропорциональна удлинению этого***

тела ($F_{\text{упр}} = k \mid \Delta l \mid$, $F_{\text{упр}}$ — модуль силы упругости), был экспериментально установлен в 1660 г. английским ученым Робертом Гуком и потому носит его имя.

Сила упругости при деформациях сжатия и растяжения направлена в сторону, противоположную смещению частиц тела. Поэтому закон Гука может быть записан так:

$$F_{\text{упр. } x} = -kx,$$

где $F_{\text{упр. } x}$ — проекция силы упругости на ось X, $x = \Delta l$, $x > 0$ при $\Delta l > 0$ — растяжение; $x < 0$ при $\Delta l < 0$ — сжатие.

На **законе Гука** основан принцип действия *динамометров* — приборов для измерения силы. В этих приборах измеряемая сила F уравновешивается противоположно направленной силой упругости. Эта сила создается пружиной, находящейся в динамометре. Сила упругости пропорциональна удлинению пружины и потому легко определяется по ее деформации. Зная же силу упругости, мы одновременно будем знать и равную ей по модулю силу F.

Принадлежность силы к одному из типов фундаментальных взаимодействий (в механике — к гравитационному или электромагнитному взаимодействию) определяет *природу силы*.

ИТОГИ И ОБОБЩЕНИЯ

Свои знаменитые законы Исаак Ньютон впервые опубликовал в 1687 г. в трактате под названием «Математические начала натуральной философии», что в современном понимании означает «Математические основы науки о природе».

Начинается книга Ньютона с определений основных понятий механики: массы, силы и т. п., после чего формулируются «аксиомы или законы движения». После изложения аксиом доказываются многочисленные следствия и теоремы. В этой же книге впервые формулируется и подробно рассматривается открытый Ньютоном закон всемирного тяготения.

Отдавая дань трудам своих великих предшественников, Ньютон говорил, что если он и «видел дальше, чем другие, то лишь потому, что стоял на плечах гигантов». А незадолго до смерти он написал: «Не знаю, каким представляет себе меня мир, но самому себе я кажусь просто ребенком, который играет на морском берегу и забавляется, отыскивая лучше обкатанные камешки или более красивые, чем обычно, ракушки, в то время как великий океан истины лежит передо мной совершенно не разгаданный».

На статуе, воздвигнутой Ньютону в Кембридже, помещена надпись: «Разумом он превосходил род человеческий».

Влияние взглядов Ньютона на дальнейшее развитие физики огромно. «Ньютон, — писал академик С. И. Вавилов, — заставил физику мыслить по-своему, „классически“, как мы выражаемся теперь. На языке Ньютона мы думали и говорили, и только теперь делаются попытки изобрести новый язык. Вот почему можно утверждать, что на всей физике лежал индивидуальный отпечаток его мысли; без Ньютона наука развивалась бы иначе».

Законы Ньютона гласят:

1. *Любое тело, до тех пор пока оно остается изолированным, сохраняет свое состояние покоя или равномерного прямолинейного движения.*

2. *Если на частицу с массой m действуют окружающие тела, то она приобретает такое ускорение $\vec{a}$, что произведение массы частицы на ее ускорение будет равно сумме всех сил, с которыми на нее действуют окружающие тела по отдельности:*

$$m\vec{a} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \ldots + \vec{F}_n.$$

(Второй закон Ньютона с учетом принципа независимости взаимодействий.)

3. *Если взаимодействуют два тела, то силы, с которыми они действуют друг на друга, всегда равны по модулю и противоположны по направлению:*

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}.$$

Тела взаимодействуют с силами одной природы. Справедливость этих законов вытекает не из отдельных опытов, а из того, что все полученные из них следствия, проверяемые как специальными экспериментами, так и всей человеческой практикой, оказываются правильными. При этом следует помнить, что *законы Ньютона сформулированы для движений, рассматриваемых лишь в инерциальных системах отсчета.*

Законы Ньютона позволяют по начальному состоянию системы определить ее состояния во все последующие моменты времени и тем самым, реализуя на практике принцип причинности, решить основную задачу механики.

Применимость классической механики ограничена областью явлений, соответствующих *медленным движениям макроскопических тел* (т. е. движениям со скоростями, много меньшими, чем скорость света).

Глава 4. ГРАВИТАЦИОННЫЕ СИЛЫ

Попытки объяснения наблюдаемой картины мира, и прежде всего строения Солнечной системы, занимали умы многих великих людей.

С особенной остротой вопрос о том, что связывает планеты и Солнце в единую систему, встал после того, как великий Коперник в XVI в. «изгнал» Землю из центра мироздания, «поместил» на ее место Солнце, а все планеты «заставил» обращаться вокруг него, предложив свою систему мира.

Если придерживаться воззрений Аристотеля, который связывал силу со скоростью, а не с ускорением, то причину движения планет, и в частности Земли вокруг Солнца, приходится искать в направлении скорости. Однако смотреть в направлении скорости Земли бесполезно: ничего, кроме какой-нибудь одинокой незначительной звезды, там не увидишь.

Ньютон связал силу с ускорением. Если же посмотреть в сторону ускорения Земли, то там окажется само Солнце. И именно Солнце поэтому естественно считать причиной обращения вокруг него Земли и планет.

Но не только планеты притягиваются к Солнцу. Солнце также притягивается планетами. Да и сами планеты взаимодействуют между собой. Одним из первых, кто это понял, был английский ученый Роберт Гук. Так, в 1674 г. он писал: «Все небесные тела имеют притяжение, или силу тяготения к своему центру, вследствие чего они не только притягивают собственные части и препятствуют им разлетаться, как наблюдаем на Земле, но притягивают также все другие небесные тела, находящиеся в сфере их действия. Поэтому не только Солнце и Луна имеют влияние на движение Земли, но и Меркурий, и Венера, и Марс, и Юпитер, и Сатурн также своим притяжением имеют значительное влияние на ее движение. Подобным образом и Земля соответственным притяжением влияет на движение каждого из этих тел».

Окончательное завершение эти идеи получили в работах Ньютона. В своих «Математических началах...» вопрос о тяготении Ньютон излагает последовательно и доказательно.

§ 19. ГРАВИТАЦИОННОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ

Все тела Вселенной, как небесные, так и находящиеся на Земле, подвержены взаимному притяжению. Если же мы и не наблюдаем его между обычными предметами, окружающими нас в повседневной жизни (например, между книгами, тетрадями, мебелью и т. п.), то лишь потому, что оно в этих случаях слишком слабое.

Взаимодействие, свойственное всем телам Вселенной и проявляющееся в их взаимном притяжении друг к другу, называют **гравитационным**, а само явление всемирного тяготения — *гравитацией*[1].

Гравитационное взаимодействие осуществляется посредством особого вида материи, называемого **гравитационным полем.** Такое поле существует вокруг любого тела, будь то планета, камень, человек или лист бумаги. При этом тело, создающее гравитационное поле, действует им на любое другое тело так, что у того появляется ускорение, всегда направленное к источнику поля. Появление такого ускорения и означает, что между телами возникает притяжение.

[1] От лат. gravitas — тяжесть.

Гравитационное поле не следует путать с электромагнитными полями, которые существуют вокруг наэлектризованных тел, проводников с током и магнитов.

Интересной особенностью гравитационного поля, которой не обладают электромагнитные поля, является его *всепроникающая способность*. Если от электрических и магнитных полей можно защититься с помощью специальных металлических экранов, то от гравитационного поля защититься ничем нельзя: оно проникает сквозь любые материалы.

Для обнаружения гравитационного экранирования проводились специальные эксперименты, но они дали отрицательный результат: если между двумя телами поместить в виде экрана третье тело, то притяжение между двумя первыми телами нисколько не ослабляется. Во всяком случае, если экранирование гравитации и существует, то оно настолько слабое, что лежит за пределами той точности, которая достигнута в современных экспериментах.

Взаимосвязь тел с гравитационным полем характеризуют особой физической величиной, называемой **гравитационным зарядом**. Поскольку всемирному тяготению подвержены все тела Вселенной, то, значит, и все они обладают тем или иным гравитационным зарядом. При этом чем больше гравитационный заряд μ тела, тем сильнее на него действует гравитационное поле окружающих тел:

$$F \sim \mu. \tag{19.1}$$

Именно так, в частности, действует Земля на попадающие в ее гравитационное поле тела. При этом ускорение, с которым эти тела падают на Землю, может быть найдено с помощью второго закона Ньютона:

$$a = \frac{F}{m}, \tag{19.2}$$

где F — модуль силы, с которой гравитационное поле Земли действует на падающее тело массой m (сопротивлением воздуха мы здесь пренебрегаем). Поскольку эта сила пропорциональна гравитационному заряду тела μ, то на основании (19.2) мы можем записать:

$$a \sim \frac{\mu}{m}.$$

С другой стороны, как установил еще Галилей, ускорение свободного падения для всех тел имеет одно и то же значение. Следовательно, одно и то же постоянное значение должно иметь и отношение $\frac{\mu}{m}$. Обозначая его через α, получаем: $\frac{\mu}{m} = \alpha$, откуда

$$\mu = \alpha m. \tag{19.3}$$

Гравитационный заряд любого тела, таким образом, пропорционален его массе.

Коэффициент пропорциональности α в (19.3) определяется выбором единицы гравитационного заряда. Обычно она выбирается так, что $\alpha = 1$. В этом случае для всех тел

$$\mu = m. \qquad (19.4)$$

Итак, из опытов, проводимых еще Галилеем, следует, что ***гравитационный заряд любого тела равен его массе.*** Это утверждение называют **принципом эквивалентности** гравитационного заряда и массы. Заметим, что таким свойством обладает только гравитационный заряд; электрический заряд с массой никак не связан.

Учитывая принцип эквивалентности, мы в дальнейшем (за исключением особых случаев) не будем различать μ и m и будем говорить везде лишь о массе.

? **1.** Какое взаимодействие называют гравитационным? **2.** В чем заключается принцип эквивалентности и из какого опытного факта он вытекает? **3.** Посредством чего осуществляется гравитационное взаимодействие?

§ 20. ЗАКОН ВСЕМИРНОГО ТЯГОТЕНИЯ

Одной из важнейших задач в теории тяготения является так называемая задача двух тел. Так называют задачу об исследовании движения и взаимодействия внутри системы, состоящей из двух тел, каждое из которых можно принять за материальную точку. Это могут быть, например, планета и Солнце, Луна и Земля и т. п. Основным вопросом в этой задаче является вопрос о том, как сила взаимного притяжения между этими телами зависит от расстояния между ними. По поводу этого вопроса Р. Гук в 1647 г. писал: «Притягательные силы тем значительнее обнаруживают себя, чем ближе тело, на которое они действуют, находится от центра действия. В какой степени это увеличение зависит от расстояния, это я еще не определил опытом». Подобный вопрос мучил и многих других ученых — современников Гука. Однако найти выражение для силы тяготения и на его основе определить траектории планет им никак не удавалось.

Выражение для силы тяготения Ньютон получил еще в 1666 г., когда ему было всего лишь 24 года. Но в то время, сверяя результаты своей теории с неточными данными опыта, он обнаружил расхождения и потому публиковать свои результаты не стал. В итоге открытый им закон оставался неизвестным людям в течение многих лет.

Сначала Ньютон установил, как зависит от расстояния ускорение свободного падения. Он заметил, что вблизи поверхности Земли, т. е. на расстоянии 6400 км от ее центра, это ускорение составляет 9,8 м/с^2, а на расстоянии, в 60 раз большем, у Луны, это ускорение оказывается в 3600 раз меньше, чем на Земле. Но

$3600 = 60^2$. Значит, ускорение свободного падения убывает обратно пропорционально квадрату расстояния от центра Земли:

$$a \sim \frac{1}{r^2}.$$

Но ускорение, по второму закону Ньютона, пропорционально силе. Следовательно, причиной такого убывания ускорения является аналогичная зависимость силы тяготения от расстояния.

Учитывая далее, что сила тяготения прямо пропорциональна гравитационным зарядам взаимодействующих тел μ_1 и μ_2, Ньютон пришел к выводу, что

$$F \sim \frac{\mu_1 \mu_2}{r^2},$$

или, если ввести коэффициент пропорциональности G,

$$F = G\frac{\mu_1 \mu_2}{r^2}. \qquad (20.1)$$

Окончательную формулу можно получить, если учесть принцип эквивалентности и гравитационные заряды заменить массами:

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}. \qquad (20.2)$$

Так Ньютон нашел выражение для силы гравитационного взаимодействия Земли с притягиваемыми ею телами. Но интуиция подсказывала ему, что по полученной формуле можно рассчитывать и силу тяготения, действующую между любыми другими телами Вселенной (если только их размеры малы по сравнению с расстоянием r между ними). Поэтому он стал рассматривать полученное выражение как закон всемирного тяготения, справедливый и для небесных тел, и для тел, находящихся на Земле. Дальнейшее развитие науки показало, что Ньютон был прав и его закон действительно может быть применен к самым разным телам — от атомов и молекул до гигантских звездных скоплений.

Итак, **закон всемирного тяготения**, открытый Ньютоном, гласит:

> Сила гравитационного притяжения любых двух частиц прямо пропорциональна произведению их масс и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними.

Математически этот закон выражается формулой (20.2). Стоящий в этой формуле коэффициент пропорциональности G носит название *гравитационной постоянной*.

Закон всемирного тяготения сформулирован здесь для частиц, т. е. для таких тел, размеры которых значительно меньше расстояния r между ними. Однако одна замечательная особенность этого закона позволяет использовать его и в некоторых других случаях. Такой особенностью является обратно пропорциональная зависимость силы тяготения именно от к в а д р а т а расстояния между частицами, а не от третьей, скажем, или четвертой степени расстояния. Расчеты показывают, что благодаря этому формулу (20.2) можно применять еще и для расчета силы притяжения шарообразных тел со сферически симметричным распределением веществ, находящихся на любом расстоянии друг от друга; только под r в этом случае следует понимать не расстояние между ними, а расстояние между их центрами. Справедливой оказывается формула (20.2) в промежуточном случае, когда сферическое тело произвольного размера взаимодействует с некоторой материальной точкой. Вот поэтому и можно применять эту формулу для расчета силы, с которой земной шар притягивает к себе окружающие тела.

? **1.** В чем заключается закон всемирного тяготения? **2.** Для каких тел он справедлив? **3.** Что следует понимать под r в законе всемирного тяготения, когда рассматривается взаимодействие шаров?

§ 21. ГРАВИТАЦИОННАЯ ПОСТОЯННАЯ

Когда Ньютон открыл закон всемирного тяготения, он не знал ни одного числового значения масс небесных тел, в том числе и Земли. Неизвестно ему было и значение постоянной G.

Между тем гравитационная постоянная G имеет для всех тел Вселенной одно и то же значение и является одной из фундаментальных констант. Каким же образом можно найти ее значение?

Из закона всемирного тяготения следует, что

$$G = F\frac{r^2}{m_1 m_2}. \tag{21.1}$$

Значит, для того чтобы найти G, нужно измерить силу притяжения F между телами известных масс m_1 и m_2 и расстояние r между ними.


Генри Кавендиш

Первые измерения гравитационной постоянной были осуществлены в середине XVIII в. Оценить, правда весьма грубо, значение G в то время удалось в результате рассмотрения притяжения маятника к горе, масса которой была определена геологическими методами.

Точные измерения G были впервые проделаны в 1798 г. замечательным ученым Генри Кавендишем — богатым

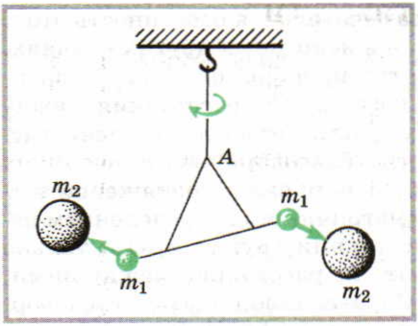


Рис. 33

английским лордом, прослывшим чудаковатым и нелюдимым человеком. С помощью так называемых крутильных весов (рис. 33) Кавендиш по углу закручивания нити A сумел измерить ничтожно малую силу притяжения между маленькими и большими металлическими шарами. Для этого ему пришлось использовать столь чувствительную аппаратуру, что даже слабые воздушные потоки могли исказить измерения. Поэтому, чтобы исключить посторонние влияния, Кавендиш разместил свою аппаратуру в ящике, ящик оставил в комнате, а сам проводил наблюдения за аппаратурой с помощью телескопа из другого помещения.

Опыты показали, что

$$G \approx 6{,}67 \cdot 10^{-11}\,\frac{\text{Н}\cdot\text{м}^2}{\text{кг}^2}.$$

Физический смысл этой величины, как видно из (21.1), заключается в том, что она численно равна силе, с которой притягиваются две частицы массой по 1 кг каждая, находящиеся на расстоянии 1 м друг от друга. Эта сила, таким образом, оказывается чрезвычайно малой — всего лишь $6{,}67 \cdot 10^{-11}$ Н.

Малое значение G приводит к тому, что гравитационное взаимодействие между обычными телами, не говоря уже об атомах и молекулах, является очень слабым. Два человека массой по 60 кг на расстоянии 1 м друг от друга притягиваются с силой, равной всего лишь $3 \cdot 10^{-9}$ Н.

Однако по мере увеличения масс тел роль гравитационного взаимодействия возрастает. Так, например, сила взаимного притяжения Земли и Луны достигает огромной величины: $\approx 10^{20}$ Н, а притяжение Земли Солнцем еще в 150 раз больше. Поэтому движение планет и звезд уже полностью определяется гравитационными силами.

В ходе своих опытов Кавендиш также впервые доказал, что не только планеты, но и обычные, окружающие нас в повседневной жизни тела притягиваются по тому же закону тяготения, который был открыт Ньютоном в результате анализа астрономических данных. Этот закон действительно является законом *всемирного* тяготения.

?

1. В чем заключается физический смысл гравитационной постоянной?
2. Кем впервые были проделаны точные измерения этой постоянной?
3. К чему приводит малость значения гравитационной постоянной?

§ 22. СИЛА ТЯЖЕСТИ

Применение теории тяготения для анализа земных явлений позволяет выяснить, по каким законам и под действием какой силы совершается падение тел на Землю.

Определение. Сила, с которой Земля притягивает находящиеся вблизи тела, называется **силой тяжести**, а гравитационное поле Земли — **полем тяжести**.

Направлена сила тяжести вниз, к центру Земли. В теле же она проходит через точку, которая называется **центром тяжести**.

Центр тяжести однородного тела, имеющего центр симметрии (шар, прямоугольная или круглая пластина, цилиндр и др.), находится в этом центре. При этом он может и не совпадать ни с одной из точек данного тела (например, у кольца).

В общем случае, когда требуется найти центр тяжести какого-либо плоского тела неправильной формы, следует исходить из следующей закономерности: если тело подвешивать на нити, прикрепляемой последовательно к разным точкам тела, то отмеченные нитью направления пересекутся в одной точке, которая как раз и является центром тяжести этого тела.

Модуль силы тяжести находится с помощью закона всемирного тяготения:

$$F_т = G\frac{mM_З}{r^2}, \text{ или } F_т = G\frac{mM_З}{(R_З+h)^2}. \qquad (22.1)$$

Здесь $M_З$ — масса Земли, m — масса тела, на которое действует сила тяжести, $r = R_З + h$ — расстояние от центра Земли до данного тела, $R_З$ — радиус Земли, h — высота тела над поверхностью Земли.

Если ввести обозначение:

$$g = G\frac{M_З}{r^2}, \text{ или } g = G\frac{M_З}{(R_З+h)^2}, \qquad (22.2)$$

то силу тяжести можно представить в виде произведения двух величин:

$$F_т = mg,$$

одна из которых (масса m) зависит от данного тела, а другая (g) от этого тела не зависит и характеризует лишь само поле тяжести, действующее на данное тело в данном месте. Если приписать величине g направление, совпадающее с направлением силы тяжести, то последнее равенство можно переписать в векторном виде:

$$\vec{F}_т = m\vec{g}. \qquad (22.3)$$

Выразив отсюда $\vec{g}$:

$$\vec{g} = \frac{\vec{F}_т}{m},$$

можно заметить, что эта величина показывает, с каким ускорением двигалось бы тело, если бы на него действовала одна только сила тяжести: ведь в этом случае по второму закону Ньютона как раз $\vec{a} = \frac{\vec{F}_т}{m}$. В соответствии с этим величину $\vec{g}$ называют **ускорением свободного падения**.

Ускорение свободного падения $\vec{g}$ является силовой характеристикой гравитационного поля Земли. Оно численно равно силе, с которой это поле действует на тело единичной массы (1 кг). Из (22.2) следует, что с увеличением высоты h над поверхностью Земли ускорение свободного падения убывает. Вблизи поверхности Земли (т. е. когда $h \approx 0$, точнее, $h \ll R_З$ и, следовательно, $r \approx R_З$) оно составляет приблизительно 9,8 м/с^2. Обозначая эту величину через g_0, мы можем записать:

$$g_0 = G\frac{M_З}{R_З^2}. \qquad (22.4)$$

С помощью этой формулы можно определить массу Земли:

$$M_З = \frac{g_0 R_З^2}{G}. \qquad (22.5)$$

Впервые это удалось сделать Генри Кавендишу, который после этого с гордостью заявил, что «взвесил Землю».

Подстановка в (22.5) числовых значений $g_0 = 9{,}8$ м/с^2, $R_З = 6{,}4 \cdot 10^6$ м, $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ Н $\cdot$ м^2/кг^2 дает:

$$M_З \approx 6 \cdot 10^{24} \text{ кг}.$$

До Кавендиша определить массу Земли не удавалось по той причине, что не было известно значение гравитационной постоянной.

Из формулы (22.4) видно, что g_0 зависит от радиуса Земли $R_З$. Но из-за сплюснутости Земли в разных местах $R_З$ имеет разное значение: оно убывает по мере продвижения от экватора к полюсу. Из-за этого, а также из-за того, что Земля вращается вокруг своей оси (и потому не является в точности инерциальной системой отсчета), ускорение свободного падения g_0 на разных широтах оказывается различным: на экваторе, например, оно равно 9,780 м/с^2, а на полюсе[1] — 9,832 м/с^2.

Кроме того, местные значения g_0 могут отличаться от их средних значений $g_{0ср}$ из-за неоднородного строения земной коры и недр, горных массивов и впадин, а также залежей полезных иско-

[1] Ускорение свободного падения на полюсе впервые было измерено в 1937 г. Е. К. Федоровым на дрейфующей станции «Северный полюс».

паемых. Разности значений g_0 и $g_{0ср}$ называются гравитационными аномалиями:

$$\Delta g_0 = g_0 - g_{0ср}.$$

Положительные аномалии $\Delta g_0 > 0$ часто свидетельствуют о залежах металлических руд, а отрицательные $\Delta g_0 < 0$ — о залежах легких полезных ископаемых, например нефти и газа.

Метод определения залежей полезных ископаемых по точному измерению ускорения свободного падения широко применяется на практике и носит название *гравиметрической разведки*.

? **1.** Какую силу называют силой тяжести? **2.** Чему равна сила тяжести? **3.** От чего зависит ускорение свободного падения? **4.** На чем основана гравиметрическая разведка?

§ 23. ДВИЖЕНИЕ ПОД ДЕЙСТВИЕМ СИЛЫ ТЯЖЕСТИ

Основной задачей механики, как мы знаем, является определение положения тела в любой момент времени. Решим эту задачу для частицы, движущейся в поле тяжести Земли.

При решении задачи мы будем исходить из нескольких допущений, которые значительно упрощают реальную ситуацию и делают решение задачи сравнительно простым.

1. В качестве системы отсчета будем рассматривать систему отсчета, связанную с Землей, считая последнюю инерциальной.

2. Ограничимся рассмотрением лишь небольших (по сравнению с радиусом Земли) перемещений тела, при которых поверхность Земли можно считать плоской.

3. Движение тела будем рассматривать лишь вблизи поверхности Земли, т. е. когда $h \ll R_З$, считая ускорение свободного падения во всей области движения тела одинаковым и равным по модулю $g = 9{,}8$ м/с^2.

4. Будем пренебрегать сопротивлением воздуха.

В указанных условиях на частицу действует лишь постоянная сила тяжести: $\vec{F}_т = m\vec{g} = \text{const}$.

Будем считать известными массу частицы m, а также ее начальное состояние, т. е. начальное положение $\vec{r}_0$ и начальную скорость $\vec{v}_0$ в выбранной системе отсчета. Задача заключается в том, чтобы найти по этим данным радиус-вектор $\vec{r}$ частицы, а также ее скорость в произвольный момент времени t.

Запишем уравнение движения частицы. Согласно второму закону Ньютона

$$m\vec{a} = \vec{F}_т, \text{ или } m\vec{a} = m\vec{g}, \ \vec{a} = \vec{g}.$$

Но $\vec{g} = \text{const}$. Следовательно, частица в рассматриваемом случае будет двигаться равноускоренно с ускорением, равным ускорению свободного падения.

При равноускоренном движении (см. § 9) скорость и радиус-вектор частицы в произвольный момент времени определяются выражениями (9.1) и (9.4). Заменяя в этих выражениях $\vec{a}$ на $\vec{g}$, получаем:

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{g}t \tag{23.1}$$

и

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2}\vec{g}t^2. \tag{23.2}$$

Равенство (23.1) показывает, что скорость движения частицы в любой момент времени лежит в плоскости, образованной векторами $\vec{v}_0$ и $\vec{g}$. Примем эту плоскость за координатную плоскость XOY. В проекциях на оси OX и OY уравнения (23.1) и (23.2) примут вид:

$$\begin{cases} v_x = v_{0x} + g_x t, \\ v_y = v_{0y} + g_y t, \end{cases} \quad (23.3) \qquad \begin{cases} x = x_0 + v_{0x}t + g_x t^2/2, \\ y = y_0 + v_{0y}t + g_y t^2/2. \end{cases} \quad (23.4)$$

Этих формул достаточно, чтобы решить любую задачу о движении тела под действием силы тяжести.

Полученные формулы описывают довольно широкий класс движений. Здесь и прямолинейные движения, есть и криволинейные. Остановимся на трех примерах, достаточно полно отражающих ситуацию.

1. Тело брошено вертикально вверх (рис. 34).

В этом случае $v_{0x} = 0$, $g_x = 0$, $v_{0y} = v_0$, $g_y = -g$, и уравнения (23.3) и (23.4) запишутся так:

$$\begin{cases} v_x = 0, \\ v_y = v_0 - gt, \end{cases} \quad (23.5) \qquad \begin{cases} x = x_0, \\ y = y_0 + v_0 t - \frac{1}{2}gt^2. \end{cases} \quad (23.6)$$

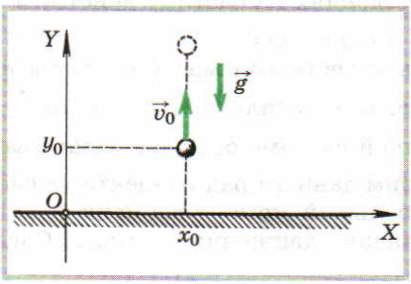


Рис. 34

Движение тела в этом случае будет происходить по прямой линии, причем сначала вертикально вверх до точки, в которой скорость обратится в нуль, а затем вертикально вниз.

2. Тело брошено горизонтально (рис. 35).

При этом $v_{0x} = v_0$, $g_x = 0$, $v_{0y} = 0$, $g_y = -g$, $x_0 = 0$, и, следовательно,

$$\begin{cases} v_x = v_0, \\ v_y = -gt, \end{cases} \quad (23.7) \qquad \begin{cases} x = v_0 t, \\ y = y_0 - \dfrac{1}{2} g t^2. \end{cases} \quad (23.8)$$

Чтобы определить вид траектории, по которой тело будет двигаться в этом случае, выразим время t из первого уравнения (23.8): $t = \dfrac{x}{v_0}$ — и подставим его во второе уравнение. В результате мы получим квадратичную зависимость y от x:

$$y = y_0 - \frac{1}{2} g \frac{x^2}{v_0^2}.$$

Это означает, что тело при этом будет двигаться по ветви параболы.

3. Тело брошено под углом к горизонту (рис. 36).

В этом случае $v_{0x} = v_0 \cos\alpha$, $g_x = 0$, $v_{0y} = v_0 \sin\alpha$, $g_y = -g$, $x_0 = y_0 = 0$, и потому

$$\begin{cases} v_x = v_0 \cos\alpha, \\ v_y = v_0 \sin\alpha - gt, \end{cases} \quad (23.9) \qquad \begin{cases} x = (v_0 \cos\alpha) t, \\ y = (v_0 \sin\alpha) t - \dfrac{1}{2} g t^2. \end{cases} \quad (23.10)$$

Движение тела и в этом случае будет происходить по параболе. Впервые это было доказано Галилеем. До него, поскольку проследить за полетом пушечных ядер было трудно, средневековые военные инженеры считали, что ядра движутся сначала по прямой

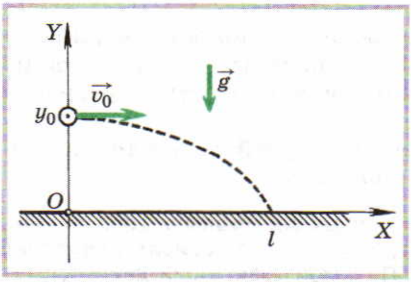


Рис. 35

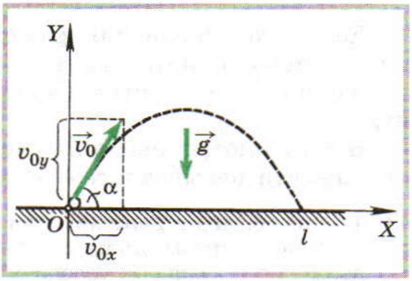


Рис. 36

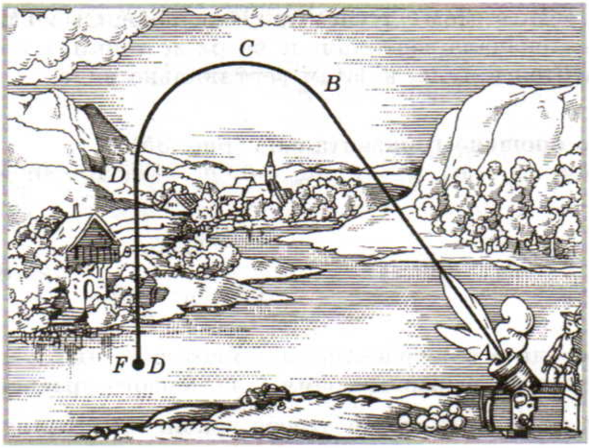


Рис. 37

линии до максимальной высоты, а затем падают отвесно вниз (рис. 37). Когда же было замечено, что тела в подобных случаях движутся по плавной кривой, то форма этой кривой оставалась неизвестной до тех пор, пока Галилей не доказал, что это парабола.

Во всех рассмотренных примерах на тело действовала одна и та же сила тяжести. Однако движения при этом выглядели по-разному. Объясняется это тем, что характер движения любого тела в заданных условиях определяется его начальным состоянием. Недаром все полученные нами уравнения содержат начальные координаты и начальные скорости. Меняя их, мы можем заставить тело подниматься вверх или опускаться вниз по прямой линии, двигаться по параболе, достигая ее вершины, или опускаться по ней вниз; ветвь параболы мы можем изогнуть сильнее или слабее и т. п. И в то же время все это многообразие движений можно выразить одной простой формулой:

$$m\vec{a} = \vec{F}_\text{т}.$$

Если это удобно для решения задачи, выбирая инерциальную систему отсчета, мы всегда можем перейти к рассмотрению движения с начальными координатами и скоростью, равными нулю.

Все рассмотренные виды движения под действием только силы тяжести называют *свободным падением*.

? **1.** Что общего в движении тел, брошенных вертикально, горизонтально и под острым углом к горизонту? **2.** От чего зависит траектория движения в заданных условиях? **3.** По какой траектории движется тело, брошенное под углом к горизонту?

§ 24. ДВИЖЕНИЕ ИСКУССТВЕННЫХ СПУТНИКОВ

В работах Ньютона можно найти замечательный рисунок, показывающий, как можно осуществить переход от простого падения тела по параболе к орбитальному движению тела вокруг Земли (рис. 38). «Брошенный на землю камень, — писал Ньютон, — отклонится под действием тяжести от прямолинейного пути и, описав кривую траекторию, упадет наконец на Землю. Если его бросить с большей скоростью, то он упадет дальше». Продолжая эти рассуждения, нетрудно прийти к выводу, что если бросить камень с высокой горы с достаточно большой скоростью, то его траектория могла бы стать такой, что он вообще никогда не упал бы на Землю, превратившись в ее искусственный спутник.

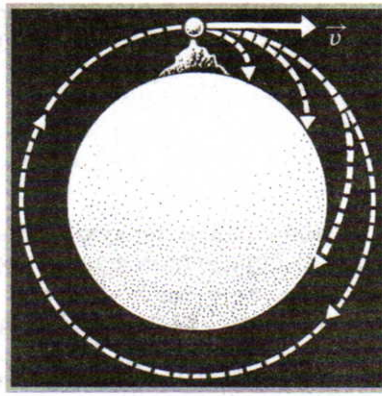


Рис. 38

Определение. Минимальная скорость, которую нужно сообщить телу у поверхности Земли, чтобы превратить его в искусственный спутник, называется **первой космической скоростью.**

Для запуска искусственных спутников применяют ракеты, поднимающие спутник на заданную высоту и сообщающие ему в горизонтальном направлении требуемую скорость. После этого спутник отделяется от ракеты-носителя и продолжает дальнейшее движение лишь под действием гравитационного поля Земли (влиянием Луны, Солнца и других планет мы здесь пренебрегаем).

Равномерное движение спутника по круговой орбите описывается уравнением:

$$ma_ц = F_т.$$

Здесь m — масса спутника, $a_ц$ — модуль его центростремительного ускорения. Поскольку $a_ц = \frac{v^2}{r}$, а $F_т = mg$, уравнение движения спутника может быть переписано в виде:

$$m\frac{v^2}{r} = mg,$$

отсюда

$$\frac{v^2}{r} = g,$$

и, следовательно,

$$v = \sqrt{gr}. \qquad (24.1)$$

Эта формула определяет скорость движения спутника по круговой орбите радиуса $r = R_З + h$. Поскольку на расстоянии r от центра Земли ускорение свободного падения $g = G\dfrac{M_З}{r^2}$, выражение для скорости спутника можно преобразовать:

$$v = \sqrt{gr} = \sqrt{G\frac{M_З}{r^2}r} = \sqrt{G\frac{M_З}{r}},$$

или

$$v = \sqrt{G\frac{M_З}{R_З + h}}. \qquad (24.2)$$

Чтобы найти первую космическую скорость v_1, следует учесть, что она определяется как скорость спутника вблизи поверхности Земли, т. е. когда $h \ll R_З$ и $r \approx R_З$, а $g = g_0 = 9{,}8$ м/с^2. В этом случае формулы (24.1) и (24.2) дают:

$$v_1 = \sqrt{g_0 R_З} \text{ и } v_1 = \sqrt{G\frac{M_З}{R_З}}.$$

Подстановка в эти формулы числовых данных приводит к следующему результату: $v_1 \approx 7{,}9 \cdot 103$ м/с $= 7{,}9$ км/с. Сообщить такую огромную скорость телу впервые удалось лишь в 1957 г., когда в Советском Союзе был запущен первый в мире искусственный спутник Земли (сокращенно ИСЗ). Запуск этого спутника явился результатом выдающихся достижений в области ракетной техники, электроники, автоматического управления, вычислительной техники и небесной механики.

В 1958 г. на орбиту был выведен первый американский спутник «Эксплорер-1», а несколько позже (в 60-х годах) запуски ИСЗ произвели и другие страны: Франция, Австралия, Япония, КНР, Великобритания и др., причем многие их спутники были запущены с помощью американских ракет-носителей.

В настоящее время запуск искусственных спутников является привычным делом, и в практике космических исследований уже давно получило широкое распространение международное сотрудничество.

Для дополнительного чтения

Запускаемые в разных странах спутники могут быть разделены по своему назначению на два больших класса:

1. Научно-исследовательские спутники. Они предназначены для изучения Земли как планеты, ее верхней атмосферы, околоземного космического пространства, Солнца, звезд, а также межзвездной среды.

2. Прикладные спутники. Они служат удовлетворению «земных» нужд народного хозяйства. Сюда относятся спутники связи,

спутники для изучения природных ресурсов Земли, метеорологические спутники, навигационные, военные и др.

К ИСЗ, предназначенным для полета людей, относятся пилотируемые корабли-спутники и орбитальные станции.

Помимо «работающих» спутников на околоземных орбитах, обращаются вокруг Земли и так называемые «вспомогательные объекты»: последние ступени ракет-носителей, головные обтекатели и некоторые другие детали, отделяемые от ИСЗ при выводе их на орбиты.

Заметим, что из-за огромного сопротивления воздуха вблизи поверхности Земли спутник не может быть запущен слишком низко. Например, на высоте 160 км он способен совершить всего лишь один оборот, после чего снижается и сгорает в плотных слоях атмосферы. По этой причине первый искусственный спутник Земли, выведенный на орбиту на высоте 228 км, просуществовал всего лишь три месяца.

С увеличением высоты сопротивление атмосферы, которая становится все разреженнее, уменьшается и постепенно становится пренебрежимо малым.

Интересно, что на высоте более 500 км небольшие легкие спутники могут встретить новое «препятствие» — давление солнечного света. Так, например, значительному световому воздействию подверглись спутники типа «иголок», запущенные в США в 1963 г. со спутника «Мидас-6» для создания вокруг земного шара кольца, отражающего радиоволны (длина «иголки» составляла 17,8 мм). Из-за давления света через несколько лет «иголки» вошли в атмосферу, в то время как спутник «Мидас-6» просуществует на орбите не менее 100 000 лет.

Возникает вопрос: а что будет, если запустить спутник со скоростью, большей первой космической? Расчеты показывают, что если она незначительно ее превышает, то тело при этом остается искусственным спутником Земли, но движется уже не по круговой, а по эллиптической орбите. При какой же скорости тело способно вырваться за пределы притяжения Земли?

Определение. Минимальная скорость, которую нужно сообщить телу у поверхности Земли, чтобы оно ее не покинуло, двигаясь по незамкнутой траектории, называется **второй космической скоростью**.

Вторая космическая скорость в $\sqrt{2}$ раза больше первой космической:

$$v_{\mathrm{II}} = \sqrt{2}v_{\mathrm{I}} = \sqrt{2G\frac{M_З}{R_З}} = \sqrt{2g_0R_З} \approx 11{,}2\,\frac{км}{с}.$$

При такой скорости тело уходит из области земного притяжения и становится спутником Солнца.

Чтобы преодолеть притяжение Солнца, нужно развить еще бóльшую скорость — **третью космическую.** Третья космическая скорость равна 16,7 км/с. Имея скорость именно такого порядка, автоматическая межпланетная станция «Пионер-10», запущенная в США в 1972 г., впервые в истории человечества вышла в 1983 г. за пределы Солнечной системы и сейчас летит по направлению к звезде Барнарда.

? **1.** Какую скорость называют первой космической? **2.** Как изменяется скорость движения спутника по орбите с увеличением высоты h? **3.** Зависит ли скорость движения спутника от его массы? **4.** Как направлены скорость и ускорение спутника, движущегося по круговой орбите? **5.** Чему равно ускорение такого спутника? **6.** Можно ли считать круговое движение спутника равномерным, равноускоренным? Почему? **7.** На какие два класса делят искусственные спутники Земли?

§ 25. ПЕРЕГРУЗКИ И НЕВЕСОМОСТЬ

«...Взгляд мой остановился на часах. Стрелки показывали 9 часов 7 минут по московскому времени. Я услышал свист и все нарастающий гул, почувствовал, как гигантская ракета задрожала всем своим корпусом и медленно, очень медленно оторвалась от стартового устройства... Могучие двигатели ракеты создавали музыку будущего, наверное еще более волнующую и прекрасную, чем величайшие творения прошлого...» Так описывал свой старт в космос 12 апреля 1961 г. первый космонавт Юрий Алексеевич Гагарин.

Что же должен чувствовать человек, находящийся на борту космического корабля?

После включения ракетного двигателя, когда ракета-носитель начинает разгоняться, на человека в космическом корабле будут действовать две силы: сила тяжести $m\vec{g}$ и сила реакции опоры $\vec{N}$. Пусть $\vec{a}$ — ускорение ракеты. Тогда по второму закону Ньютона

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{N},$$

откуда

$$\vec{N} = m\vec{a} - m\vec{g}.$$

Вес человека $\vec{P}$ как сила, с которой тело вследствие притяжения к Земле действует на опору или подвес, по третьему закону Ньютона равен по модулю и противоположен по направлению силе реакции $\vec{N}$, т. е. $\vec{P} = -\vec{N}$. Поэтому

$$\vec{P} = m\vec{g} - m\vec{a} = m(\vec{g} - \vec{a}). \tag{25.1}$$

Если ускорение ракеты $\vec{a}$ направлено вертикально вверх, то его можно представить в виде: $a = -\frac{a}{g}\vec{g}$. Подставляя это выражение в (25.1), получаем:

$$\vec{P} = m\left(\vec{g} + \frac{a}{g}\vec{g}\right) = m\vec{g}\left(1 + \frac{a}{g}\right).$$

Ю. А. Гагарин

Мы видим, что вес человека направлен вниз и по модулю:

$$P > mg.$$

Состояние тела, при котором его вес превышает силу тяжести, называют **перегрузкой.**

«Я почувствовал, — вспоминал Гагарин, — какая-то непреоборимая сила все больше и больше вдавливает меня в кресло. И хотя оно было расположено так, чтобы до предела сократить влияние огромной тяжести, наваливающейся на мое тело, было трудно пошевелить рукой и ногой...»

При перегрузке не только все тело начинает давить сильнее на опору, но и отдельные части тела начинают сильнее давить друг на друга. У человека в состоянии перегрузки затрудняется дыхание, ухудшается сердечная деятельность, происходит перераспределение крови, ее прилив или отлив к голове и т. п. Поэтому переносить значительные перегрузки могут только хорошо тренированные люди.

Количественно перегрузку характеризуют отношением $\frac{a}{g}$, которое обозначают буквой n и называют *коэффициентом перегрузки*. При n-кратной перегрузке, т. е. когда $a = ng$, вес человека (и любого другого тела) увеличивается в $(1 + n)$ раз.

Чем меньше время действия перегрузки, тем бóльшую по величине перегрузку способен выдержать человек. Так, установлено, что человек, находясь в вертикальном положении, достаточно хорошо переносит перегрузки от $8g$ за 3 с до $5g$ за 12—15 с. При «мгновенном» действии, когда они длятся менее 0,1 с, человек способен переносить двадцатикратные и даже бóльшие перегрузки.

На участке разгона ракеты-носителя коэффициент перегрузки составляет несколько единиц.

После выключения двигателей, когда космический корабль выходит на орбиту вокруг Земли, его ускорение, как мы знаем, становится равным ускорению свободного падения: $\vec{a} = \vec{g}$. Подставляя это значение в (25.1), получаем

$$\vec{P} = m(\vec{g} - \vec{g}) = 0.$$

Состояние тела, при котором его вес равен нулю, называется **невесомостью.**

В состоянии невесомости все тела и их отдельные части перестают давить друг на друга. Космонавт при этом перестает ощущать собственную «тяжесть»; предмет, выпущенный из его пальцев, никуда не падает; маятник замирает в отклоненном положении; исчезают понятия пола и потолка. Все эти явления объясняются тем, что гравитационное поле сообщает всем телам в космическом корабле одно и то же ускорение. Именно поэтому выпущенный космонавтом предмет (без сообщения ему скорости) никуда не падает: ведь он не может ни догнать какую-нибудь стенку кабины, ни отстать от нее; все они — и предметы, и стены — движутся с одинаковым ускорением.

Наряду с этим невесомость в условиях орбитального полета играет роль специфического раздражителя, действующего на организм человека. Она оказывает существенное влияние на многие его функции: слабеют мышцы и кости, организм обезвоживается и т. п. Однако все эти изменения, вызванные невесомостью, обратимы. С помощью лечебной физкультуры, а также лекарственных препаратов нормальные функции организма могут быть снова восстановлены.

В состоянии невесомости находится любое свободно падающее тело, а не только космонавт в орбитальной космической станции. Чтобы испытать это состояние, достаточно совершить простой прыжок: между моментом отрыва от Земли и моментом приземления вы будете невесомы!

При подготовке космонавтов к космическому полету состояние невесомости моделируют в специальных самолетах-лабораториях. Для воспроизведения на самолете состояния невесомости надо перевести самолет в режим набора высоты по параболической траектории с ускорением, равным ускорению свободного падения. Пока самолет будет двигаться по восходящей, а затем по нисходящей части параболы, пассажиры в нем будут невесомы. Время пребывания в состоянии невесомости при этом может быть определено по формуле:

$$t = \frac{2v_0}{g}\sin\alpha, \tag{25.2}$$

где v_0 — скорость, с которой самолет выходит на параболическую траекторию, α — угол между направлением этой скорости и горизонтом (обычно он составляет 45—65°).

До сих пор мы рассматривали движение различных тел в поле тяжести Земли. Рассмотрим теперь случай, когда тело находится в космическом пространстве вдали от всех небесных тел и когда, следовательно, действием на него их гравитационных полей можно пренебречь. Сохранится ли вес в этом случае? Поскольку при этом $\vec{g} = 0$, то общая формула (25.1) применительно к данному случаю дает:

$$\vec{P} = -m\vec{a}.$$

Таким образом, если тело находится в космическом корабле, движущемся вдали от небесных тел с некоторым ускорением $\vec{a}$, то вес этого тела будет отличен от нуля и направлен в сторону, противоположную ускорению. Это обстоятельство позволяет создавать на космических кораблях «искусственную тяжесть», точнее «весомость».

? **1.** Что такое перегрузка? Когда она наступает? **2.** Что такое коэффициент перегрузки? **3.** Какие перегрузки способен выдерживать человек? **4.** Что такое невесомость? Когда она возникает? Как она влияет на организм человека? **5.** Выведите формулу (25.2). **6.** Воспользовавшись формулой (25.2), определите продолжительность невесомости в самолете-лаборатории, для которого $v_0 = 750$ м/с, $\alpha = 55°$. **7.** Как можно создать на космическом корабле «искусственную тяжесть»?

ИТОГИ И ОБОБЩЕНИЯ

Классическая теория тяготения есть теория гравитационного взаимодействия, основанная на принципе эквивалентности и ньютоновском законе всемирного тяготения. Эта теория, включая законы механики, явилась величайшим достижением естествознания.

Принцип эквивалентности гравитационного заряда и массы объясняет, почему все тела в данном гравитационном поле падают с одинаковым ускорением.

Ускорение свободного падения является силовой характеристикой гравитационного поля.

Взаимодействие, осуществляемое посредством гравитационного поля, подчиняется **закону всемирного тяготения:** *сила гравитационного притяжения любых двух частиц прямо пропорциональна произведению их масс и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними,* т. е.

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}.$$

С помощью классической теории тяготения можно описать обширный круг явлений: движение планет, искусственных спутников, межпланетных станций, приливы и отливы на Земле, движения в двойных звездах, звездных скоплениях и галактиках. С помощью этой теории решают и прикладные задачи, связанные с поисками полезных ископаемых.

Однако, как и любая другая теория, классическая теория тяготения имеет *ограниченную область применимости: макроскопические движения с небольшими скоростями по сравнению со скоростью света в несильных гравитационных полях.*

Теория тяготения, основанная *на законах Ньютона, исходит из представления о мгновенности распространения гравитационного взаимодействия.* В самом деле, какие бы частицы массами m и M ни взаимодействовали, из уравнения

$$ma = F,$$

или

$$ma = G\frac{mM}{r^2},$$

следует, что ускорение a, приобретаемое частицей m, изменяется одновременно с изменением расстояния r между ней и действующей на нее частицей M. Иными словами, если частица M переместится в какое-либо другое положение, то это мгновенно скажется на ускорении a взаимодействующей с ней частицы m. Но это и означает, что гравитационное взаимодействие распространяется бесконечно быстро.

Однако возможность бесконечно быстрого распространения взаимодействий отрицается современной физикой. И гравитационное взаимодействие на самом деле передается не мгновенно, а со скоростью $c \approx 300\ 000$ км/с. Считать же эту скорость бесконечно большой можно только по сравнению со скоростями, много меньшими c:

$$v \ll c.$$

Именно это условие и определяет границы области применимости классической теории тяготения; она оказывается справедливой лишь для медленно движущихся тел.

Обобщением классической теории тяготения является теория гравитации, созданная А. Эйнштейном. Она называется *общей теорией относительности.* Из этой теории следует, что классическая теория тяготения перестает быть справедливой не только при больших скоростях, но и при наличии сильных гравитационных полей, связанных с астрофизическими объектами.

Наконец, классическая теория тяготения оказывается неприменимой и в микромире, где рассматриваются взаимодействия элементарных частиц. Здесь описание явлений следовало бы проводить с помощью *квантовой теории гравитации.* Однако создать такую теорию никому пока не удалось.

ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ

Глава 5. ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ ЭНЕРГИИ

В результате взаимодействия тел их координаты и скорости могут непрерывно изменяться. Могут изменяться и силы, действующие между телами. При этом изменения координат, скоростей и сил в некоторых случаях имеют столь сложный характер, что детально описать происходящие в этих случаях процессы бывает очень трудно или даже невозможно.

К счастью, наряду с изменчивостью окружающего нас мира существует и неизменность, обусловленная так называемыми *законами сохранения*, утверждающими постоянство во времени некоторых физических величин, характеризующих систему взаимодействующих тел как целое. В этом курсе мы рассмотрим два таких закона — *закон сохранения энергии* и *закон сохранения импульса.*

Путь к законам сохранения лежит через выяснение связи, существующей между пространственной и временной характеристиками действия силы, с одной стороны, и изменением состояния тел, с другой стороны. Под *пространственной* характеристикой действия силы понимают произведение силы на перемещение $\vec{F} \cdot \vec{s}$, а под временной — произведение силы на время ее действия $\vec{F}t$. Изучая величину $\vec{F} \cdot \vec{s}$ мы приходим к закону сохранения энергии, а изучая величину $\vec{F}t$ — к закону сохранения импульса.

Нужно сказать, что *идея сохранения* как гениальная философская догадка возникла еще в античности. Так, например, древнегреческий философ Демокрит в V в. до н. э. писал: «Ничто из того, что есть, не может быть уничтожено. Всякое изменение есть только соединение и разделение частей». Постепенно подобные идеи привели к представлению о несотворимости и неуничтожимости материи и ее движения.

По мере развития физики идея сохранения материи и движения нашла свое выражение в конкретных законах природы — законах сохранения массы, энергии, импульса и др. Характерной особенностью этих законов является их исключительная *всеобщность.* Надлежащим образом обобщенные, они соблюдаются как в классической физике, так и в теории относительности, причем в физике и макро- и микроявлений. Законы сохранения справедливы и для химических, и для биологических явлений.

§ 26. МЕХАНИЧЕСКАЯ РАБОТА

Понятие работы было введено в XIX в. французским ученым Понселе. Современное определение работы выглядит следующим образом:

Определение. **Механической работой** или просто **работой** постоянной силы $\vec{F}$ на перемещении $\vec{s}$ называется скалярная физическая величина, характеризующая пространственное действие силы и равная произведению модуля силы, модуля перемещения и косинуса угла между этими векторами.

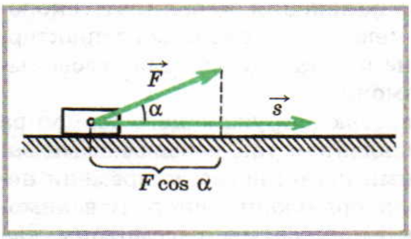


Рис. 39

Если работу обозначить буквой A, то по определению:

$$A = Fs \cos \alpha.$$

Как видно из рисунка 39, произведение $F \cos \alpha$ представляет собой проекцию силы на направление перемещения. Именно от величины этой проекции зависит то, какой будет работа силы на данном перемещении. Если, в частности, сила $\vec{F}$ перпендикулярна перемещению, то эта проекция равна нулю и никакой работы при этом сила $\vec{F}$ не совершает: $\alpha = 90° \Rightarrow \cos \alpha = 0 \Rightarrow A = 0$.

При других значениях угла α работа силы может быть как положительной (когда $0° \leqslant \alpha < 90°$), так и отрицательной (когда $90° < \alpha \leqslant 180°$).

Единицей работы в СИ является 1 Дж (*джоуль*). 1 Дж — это работа, которую совершает постоянная сила в 1 Н на перемещении в 1 м в направлении, совпадающем с линией действия этой силы.

В определении работы фигурирует произведение модулей двух векторов на косинус угла между ними. В математике такое произведение принято называть *скалярным произведением* и обозначать (в случае произвольных векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$) как $\vec{a} \cdot \vec{b}$, т. е. $\vec{a} \cdot \vec{b} = ab \cos \alpha$. Используя это обозначение, формулу работы можно записать в следующем сокращенном виде:

$$A = \vec{F} \cdot \vec{s}.$$

Работа любой постоянной силы обладает следующими двумя замечательными свойствами:

1. *Работа постоянной силы на любой замкнутой траектории всегда равна нулю.*

Действительно, в случае замкнутой траектории перемещение $\vec{s} = 0$ и, следовательно, $A = \vec{F} \cdot \vec{s} = \vec{F} \cdot 0 = 0$.

2. *Работа постоянной силы, совершаемая при перемещении частицы из одной точки в другую, не зависит от формы траектории, соединяющей эти точки.*

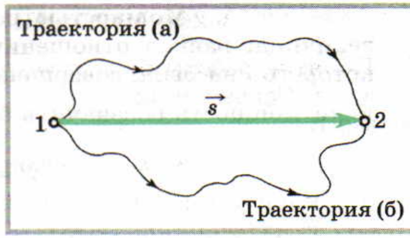


Рис. 40

Действительно, какую бы форму ни имела траектория (рис. 40), перемещение $\vec{s}$, соединяющее заданные начальную и конечную точки траектории, будет во всех случаях одним и тем же. А раз так, то одной и той же при этом будет и работа A, равная произведению $\vec{F} \cdot \vec{s}$.

Эти два свойства не являются независимыми: второе из них является следствием первого. В самом деле, пусть работа силы по любой замкнутой траектории равна нулю. Обозначая ее через A_0, мы можем, таким образом, записать: $A_0 = 0$. С другой стороны, эту работу можно представить в виде суммы работы A_{1a2}, совершаемой при перемещении частицы из точки *1* в точку *2* по траектории *а*, и работы $A_{2б1}$, совершаемой при перемещении частицы из точки *2* в точку *1* по траектории *б*. Таким образом,

$$A_0 = A_{1a2} + A_{2б1} = 0.$$

Но работа $A_{2б1}$ равна по модулю и противоположна по знаку работе $A_{1б2}$ (поскольку им соответствуют перемещения по одной и той же траектории, под действием одной и той же силы, но в противоположных направлениях). Поэтому последнее равенство мы можем переписать так: $A_{1a2} - A_{1б2} = 0$. Отсюда $A_{1a2} = A_{1б2}$.

По формуле $A = Fs \cos \alpha$ можно находить работу лишь *постоянной* силы. Если же действующая на тело сила не постоянна, а меняется от точки к точке, то для нахождения работы поступают следующим образом: мысленно разбивают всю траекторию движения на такие малые участки, что на протяжении каждого из них силу, действующую на тело, можно считать постоянной. После этого находят работы A_1, A_2, A_3 и т. д., совершенные на каждом из этих участков. Сложив затем все эти работы, получают работу A на всей траектории:

$$A = A_1 + A_2 + A_3 + \ldots + A_n.$$

Для характеристики процесса совершения работы важно знать также время, за которое она совершается. Если, например, требуется перенести на какое-либо расстояние мешок с песком, то человек это может сделать за несколько минут, а муравью, таскающему по одной песчинке, для этого потребуется несколько лет. И хотя и в том и в другом случае будет проделана одна и та же работа, процессы ее совершения будут неравнозначны.

Быстроту совершения работы характеризуют особой величиной, называемой *мощностью*.

Определение. **Мощностью называется скалярная физическая величина, равная отношению работы ко времени, в течение которого она была совершена.**

Если мощность обозначить буквой P, то по определению

$$P = \frac{A}{t}.$$

Это — определение мощности для ситуации, когда за любые равные промежутки времени совершаются одинаковые работы.

Единицей мощности в СИ является 1 Вт (*ватт*). 1 Вт — это такая мощность, при которой за 1 с совершается работа в 1 Дж.

Найдем мощность двигателя автомобиля, движущегося с постоянной скоростью $\vec{v}$. В этом случае сила сопротивления, действующая на автомобиль, уравновешивается постоянной силой тяги $\vec{F}$. Так как работа силы тяги двигателя $A = Fs$, а перемещение при равномерном прямолинейном движении $s = vt$, то мощность оказывается равной $P = \frac{A}{t} = \frac{Fs}{t} = \frac{Fvt}{t}$, откуда после сокращения на t окончательно получаем:

$$P = Fv.$$

Из полученной формулы, в частности, видно, что при постоянной мощности двигателя сила тяги больше тогда, когда скорость движения меньше: $F = \frac{P}{v}$. Именно поэтому водитель автомобиля при подъеме в гору, когда нужна наибольшая сила тяги, переключает двигатель на малую скорость.

? **1.** Что такое работа? **2.** В каких случаях работа положительна? отрицательна? равна нулю? Приведите примеры **3.** Какими свойствами обладает работа постоянной силы? **4.** Как находится работа силы, которая не является постоянной? **5.** Что такое мощность? **6.** Как связаны мощность и сила тяги двигателя?

§ 27. КИНЕТИЧЕСКАЯ[1] ЭНЕРГИЯ

С понятием работы тесно связано другое фундаментальное физическое понятие — понятие *энергии*. Поскольку в механике изучается, во-первых, движение тел, а во-вторых, взаимодействие тел между собой, то принято различать два вида механической энергии: *кинетическую энергию*, обусловленную движением тела, и *потенциальную энергию*, обусловленную взаимодействием тела с другими телами. Кинетическая энергия, очевидно, должна

[1] От греч. kinetikos — приводящий в движение.

зависеть от скорости движения тела v, а потенциальная — от взаимного расположения взаимодействующих тел. Остановимся на первой из этих энергий — кинетической. Потенциальную энергию рассмотрим позднее.

Определение. **Кинетической энергией** частицы называется скалярная физическая величина, равная половине произведения массы этой частицы на квадрат ее скорости.

Если кинетическую энергию обозначить E_k, то по определению

$$E_k = \frac{mv^2}{2}.$$

Кинетической энергией назвал величину $\frac{mv^2}{2}$ в XIX в. английский ученый Уильям Томсон, получивший за свои научные заслуги титул лорда Кельвина.

Но чем же все-таки примечательна величина $\frac{mv^2}{2}$? Почему именно ее стали называть кинетической энергией? Ответы на эти вопросы дает так называемая теорема о кинетической энергии.

> Изменение кинетической энергии тела равно работе всех сил, действующих на это тело, т. е.
>
> $$\frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2} = A.$$

Доказательство. Докажем эту теорему на примере равноускоренного движения тела, на которое окружающие тела действуют с постоянной силой $\vec{F}$. По второму закону Ньютона сила $\vec{F} = m\vec{a}$. Поэтому ее работа

$$A = \vec{F} \cdot \vec{s} = m\vec{a} \cdot \vec{s}.$$

Но при равноускоренном движении ускорение тела $\vec{a} = \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{t}$, а перемещение $\vec{s} = \frac{\vec{v}_0 + \vec{v}}{2}t$, где $\vec{v}_0$ — начальная скорость тела, $\vec{v}$ — конечная скорость тела, а t — время его движения. Подставляя выражения для $\vec{a}$ и $\vec{s}$ в формулу работы, находим:

$$A = m\frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{t} \cdot \frac{\vec{v} + \vec{v}_0}{2}t = \frac{m(\vec{v} - \vec{v}_0)(\vec{v} + \vec{v}_0)}{2} = \frac{m(v^2 - v_0^2)}{2},$$

или

$$A = \frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2}, \quad (27.1)$$

что и требовалось доказать.

Итак, если на тело, движущееся со скоростью $\vec{v}_0$ и обладающее кинетической энергией $\frac{mv_0^2}{2}$, начинает действовать сила, то скорость этого тела, а вместе с ней и его кинетическая энергия изменяются, и характеристикой этого изменения служит совершенная силой работа.

Так как работа определяет изменение величины, равной именно $\frac{mv^2}{2}$, а не какому-нибудь другому выражению, то именно $\frac{mv^2}{2}$ и получило специальное название.

Доказательство теоремы о кинетической энергии является обоснованием целесообразности введения не только кинетической энергии как физической величины, характеризующей одновременно тело (m) и его движение ($\vec{v}$) и равной $\frac{m\vec{v}^2}{2}$, но и работы как физической величины, характеризующей пространственное действие силы и равной скалярному произведению силы и перемещения.

Если обозначить начальную кинетическую энергию $\frac{mv_0^2}{2}$ через E_{k0}, а конечную кинетическую энергию $\frac{mv^2}{2}$ через E_k, то формулу (27.1) можно будет переписать в виде:

$$A = E_k - E_{k0},$$

или совсем кратко:

$$A = \Delta E_k. \quad (27.2)$$

Эти формулы выражают теорему о кинетической энергии и определяют работу силы, действующей на данное тело. Величину, равную этой работе по модулю, но противоположную ей по знаку, называют *работой самого тела*: $A_{\text{тела}} = -A$. На основании теоремы о кинетической энергии для работы тела можно записать:

$$A_{\text{тела}} = E_{k0} - E_k.$$

Из этого соотношения видно, что если движущееся вначале тело постепенно останавливается, например, ударившись о какую-либо преграду, и его кинетическая энергия E_k обращается в нуль, то совершенная им при этом работа будет полностью определяться его начальной кинетической энергией:

$$\text{если } E_k = 0, \text{ то } A_{\text{тела}} = E_{k0}.$$

В этом и заключается *физический смысл* кинетической энергии: ***кинетическая энергия тела равна работе, которую оно способно совершить в процессе уменьшения своей скорости до нуля.*** Чем больше «запас» кинетической энергии у тела, тем большую работу оно способно совершить.

? **1.** Что такое кинетическая энергия? **2.** Зависит ли кинетическая энергия от выбора системы отсчета? **3.** В чем заключается теорема о кинетической энергии? **4.** Что понимают под работой тела? **5.** В чем заключается физический смысл кинетической энергии?

§ 28. ПОТЕНЦИАЛЬНАЯ ЭНЕРГИЯ

Вторым видом механической энергии является *потенциальная энергия — энергия, обусловленная взаимодействием тел.*

Потенциальная энергия характеризует не любое взаимодействие тел, а лишь такое, которое описывается силами, не зависящими от скорости. Большинство сил (силы тяжести и силы упругости) именно таковы; исключением являются лишь силы трения. Работа рассматриваемых сил не зависит от формы траектории, а определяется лишь ее начальной и конечной точками. Из § 26 мы знаем, что таким свойством обладают силы, работа которых на любой замкнутой траектории равна нулю.

Определение. Силы, которые не зависят от скорости и работа которых на любой замкнутой траектории равна нулю, называются **потенциальными силами.**

Гравитационные силы, в частности сила тяжести, а также сила упругости и все постоянные силы — потенциальные силы. Сила трения — непотенциальная сила: она всегда направлена противоположно перемещению, ее работа зависит от формы траектории, а работа силы трения по замкнутой траектории в нуль не обращается.

Если тело взаимодействует со своим окружением посредством потенциальных сил, то для характеристики этого взаимодействия можно ввести понятие потенциальной энергии. Для этого выберем сначала какое-либо положение тела за н у л е в о е, т. е. такое, в котором потенциальная энергия тела будет считаться равной нулю. Тогда состояние тела в любом другом положении можно характеризовать работой $A_{\downarrow 0}$, которую необходимо совершить потенциальной силе, чтобы переместить тело из рассматриваемого положения в нулевое. Эта работа не зависит от формы траектории, соединяющей рассматриваемое положение с нулевым, и потому имеет для данного положения строго определенное значение.

Это значение и принимают за потенциальную энергию тела в данном положении.

Определение. **Потенциальной энергией** тела в данном положении называется скалярная физическая величина, равная работе, совершаемой потенциальной силой при перемещении тела из данного положения в нулевое.

Математически это определение можно записать следующим образом:

$$E_p = A_{\downarrow 0}.$$

Нулевое положение иначе называют уровнем отсчета потенциальной энергии или просто *нулевым уровнем*. Выбор нулевого уровня является произвольным и определяется соображениями удобства. Например, часто удобно считать, что потенциальная энергия равна нулю там, где в нуль обращаются силы взаимодействия тел, т. е. на бесконечности. Для гравитационного взаимодействия в любом другом положении потенциальная энергия отрицательна. В условиях Земли нулевой уровень потенциальной энергии обычно выбирают из других соображений.

Так как работа $A_{\downarrow 0}$ зависит от силы, действующей на тело, то каждому виду потенциальных сил соответствует своя формула для подсчета потенциальной энергии.

Рассмотрим два частных случая.

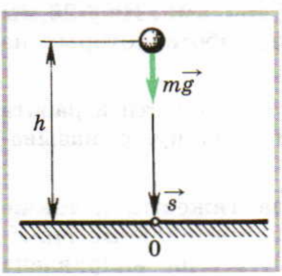


Рис. 41

1. Потенциальная энергия тела, на которое действует сила тяжести.

Выберем за нулевое какое-либо положение O на поверхности Земли. Тогда потенциальная энергия тела, находящегося на высоте h от этой поверхности, будет равна работе, совершаемой силой тяжести при перемещении тела из данной точки в точку O (рис. 41). Поскольку эта работа равна произведению модуля силы тяжести, т. е. mg, модуля перемещения $s = h$ и косинуса угла между силой тяжести и перемещением, который в данном случае равен единице, потенциальная энергия рассматриваемого тела оказывается равной

$$E_p = mgh.$$

Высота h в этой формуле отсчитывается от нулевого уровня. Если нулевой уровень выбрать не на поверхности Земли, а где-то в ином месте (например, на поверхности стола), то высота h изменится, а вместе с ней изменится и потенциальная энергия данного тела. Потенциальная энергия, таким образом, определена неоднозначно: она зависит от выбора нулевого уровня.

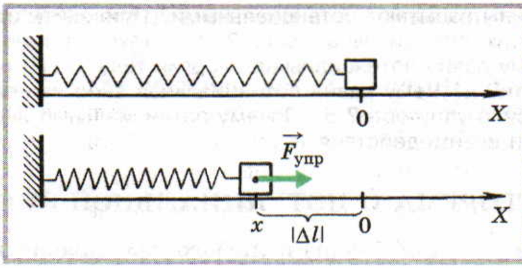


Рис. 42

2. Потенциальная энергия тела, на которое действует сила упругости.

Если тело прикреплено к растянутой или сжатой пружине, то на него действует сила упругости, равная по закону Гука $k\,|\,\Delta l\,|$, где k — жесткость пружины, а Δl — ее удлинение. Выберем положение тела, когда прикрепленная к нему пружина не деформирована, за нулевое (рис. 42). Тогда потенциальная энергия тела, на которое действует сила упругости со стороны деформированной пружины, будет равна работе, совершаемой этой силой при перемещении тела из данного положения в нулевое. Поскольку в процессе этого перемещения сила упругости меняется по линейному закону от $k\,|\,\Delta l\,|$ до 0, то в формулу работы можно подставлять ее среднее значение, равное $F_{ср} = \dfrac{k|\Delta l|}{2}$. Умножая это значение на модуль перемещения $s = |\,\Delta l\,|$ и на косинус угла между направлениями силы упругости и перемещения, равный в данном случае единице, мы получим потенциальную энергию рассматриваемого тела:

$$E_p = \frac{k(\Delta l)^2}{2}, \text{ или } E_p = \frac{kx^2}{2},$$

где x — координата тела, отсчитываемая от нулевого положения и равная удлинению пружины ($x = \Delta l$).

Мы рассмотрели два примера. Из них видно, что в каждом конкретном случае потенциальная энергия тела зависит от характера взаимодействия этого тела с другими телами. Упругое взаимодействие тела с пружиной (или частей пружины друг с другом) описывается одной формулой потенциальной энергии $\left(E_p = \dfrac{kx^2}{2}\right)$, а гравитационное взаимодействие тела и Земли — другой формулой потенциальной энергии ($E_p = mgh$). Учитывая связь потенциальной энергии с характером взаимодействия тел, ее часто так и называют — *энергией взаимодействия* тел.

? **1.** Какие силы называют потенциальными? Приведите примеры потенциальных и непотенциальных сил. **2.** Что такое потенциальная энергия? **3.** Чему равна потенциальная энергия тела, на которое действует сила тяжести? **4.** Чему равна потенциальная энергия тела, на которое действует сила упругости? **5.** Почему потенциальную энергию называют энергией взаимодействия тел?

§ 29. ТЕОРЕМА О ПОТЕНЦИАЛЬНОЙ ЭНЕРГИИ

Для потенциальной энергии любого взаимодействия справедлива теорема, аналогичная теореме о кинетической энергии. В случае потенциальных сил, *не зависящих от времени* (такие силы называют *консервативными*), **теорема о потенциальной энергии** гласит:

Работа консервативных сил равна изменению потенциальной энергии, взятому с противоположным знаком:

$$A_{\text{конс}} = -(E_{p2} - E_{p1}).$$

Доказательство. Пусть частица, на которую действуют консервативные силы, переходит из положения *1* в положение *2* по какой-либо траектории *a*. Обозначим совершенную при этом работу через $A_{\text{конс}}$. Но работа консервативных сил не зависит от формы траектории. Поэтому та же работа будет совершена и в том случае, если частица будет перемещаться по некоторой другой траектории, проходящей через нулевое положение *0* (рис. 43).

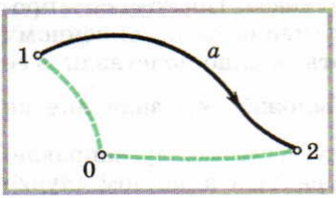


Рис. 43

Таким образом, $A_{\text{конс}} = A_{102}$. Но работа A_{102} складывается из работы на участке *1—0* и работы на участке *0—2*. Поэтому

$$A_{\text{конс}} = A_{10} + A_{02} = A_{10} - A_{20}.$$

Здесь мы учли, что работа A_{02} при перемещении частицы из точки *0* в точку *2* равна по модулю и противоположна по знаку работе A_{20} при перемещении частицы в обратном направлении, т. е. из точки *2* в точку *0*. Замечая далее, что $A_{10} = E_{p1}$ — потенциальная энергия частицы в положении *1*, а $A_{20} = E_{p2}$ — потенциальная энергия той же частицы в положении *2*, окончательно получаем:

$$A_{\text{конс}} = E_{p1} - E_{p2} = -(E_{p2} - E_{p1}), \qquad (29.1)$$

что и требовалось доказать.

С помощью символа Δ формулу (29.1), выражающую теорему о потенциальной энергии, можно записать так:

$$A_{\text{конс}} = -\Delta E_p. \qquad (29.2)$$

Иногда на систему действуют такие потенциальные силы, которые зависят не только от расположения взаимодействующих тел, но и от времени t, т. е. являются неконсервативными. Потенциальная энергия такой системы изменяется и за счет перемещения тел системы, и вследствие течения времени (обусловленное течением времени изменение потенциальной энергии обозначают $\Delta_t E_p$). Но работа совершается только в процессе перемещения. Поэтому в данном случае работа потенциальных сил будет равна (с противоположным знаком) не всему изменению потенциальной энергии ΔE_p, а лишь той его части, которая остается за вычетом из него величины $\Delta_t E_p$:

$$-A_{\text{пот}} = \Delta E_p - \Delta_t E_p.$$

Отсюда:

$$\Delta E_p = \Delta_t E_p - A_{\text{пот}}. \qquad (29.3)$$

Это равенство выражает **теорему о потенциальной энергии в обобщенном виде.** Формула (29.2) является ее частным случаем, справедливым лишь для консервативных, т. е. не зависящих от времени, потенциальных сил.

Однако большинство потенциальных сил — это именно консервативные силы. Поэтому формула (29.3) используется очень редко. Так, например, сила тяжести и сила упругости — это консервативные силы. Поэтому для них теорема о потенциальной энергии записывается в виде формулы (29.2). При этом:

1) если какое-либо тело движется под действием силы тяжести и перемещается из точки *1*, где оно обладало потенциальной энергией mgh_1, в точку *2*, где его потенциальная энергия равна mgh_2, то совершенная силой тяжести работа

$$A_{\text{т}} = mgh_1 - mgh_2;$$

2) если тело перемещается под действием силы упругости пружины из точки *1*, где его потенциальная энергия равна $\frac{kx_1^2}{2}$, в точку *2*, где его потенциальная энергия равна $\frac{kx_2^2}{2}$, то совершаемая при этом силой упругости работа будет равна

$$A_{\text{упр}} = \frac{kx_1^2}{2} - \frac{kx_2^2}{2}.$$

Из теоремы о потенциальной энергии можно получить одно очень важное следствие, а именно: *консервативные силы всегда направлены в сторону уменьшения потенциальной энергии.* Действительно, пусть на частицу, находящуюся в покое, начинает действовать консервативная сила $\vec{F}$. В результате этого воздействия частица начнет перемещаться в направлении действия силы, так что сила при этом будет совершать положительную работу $A > 0$. Но по теореме о потенциальной энергии $A = E_{p1} - E_{p2}$. Поэтому разность потенциальных энергий при этом также будет положительной: $E_{p1} - E_{p2} > 0$. Отсюда $E_{p2} < E_{p1}$.

Консервативными являются почти все основные силы в природе, в том числе силы взаимодействия между атомами и молекулами. Поэтому установленная выше закономерность имеет очень общий характер. И проявляется она в том, что *любая система, предоставленная самой себе, всегда стремится перейти в такое состояние, в котором ее потенциальная энергия имеет наименьшее значение*. В этом заключается так называемый **принцип минимума потенциальной энергии.**

Если система в данном состоянии не обладает минимальной потенциальной энергией, то это состояние является *энергетически невыгодным*. Энергетически невыгодным, например, является положение шарика на вершине выпуклой поверхности (рис. 44). Сумма сил, действующих при этом на шарик, равна нулю. Такое состояние называют **состоянием равновесия.** В состоянии равновесия тело, способное двигаться только поступательно, либо покоится, либо движется равномерно. Однако равновесие в данном случае является **неустойчивым:** достаточно малейшего воздействия, чтобы шарик скатился вниз и тем самым перешел в состояние энергетически более выгодное, т. е. обладающее меньшей потенциальной энергией.

И наоборот, если шарик находится на дне вогнутой чаши (рис. 45), где его потенциальная энергия минимальна (по сравнению с ее значениями в соседних положениях), то его состояние *энергетически выгодно*. Равновесие шарика в этом случае является **устойчивым:** если сместить шарик в сторону и отпустить, то он снова возвратится в свое первоначальное положение.

Существует и третий вид равновесия — **безразличное.** Примером его является состояние шарика на ровной горизонтальной поверхности (рис. 46). Если сместить шарик в другое положение (не сообщая ему скорости), то он не вернется в исходное состояние и не удалится от него.

Переход системы в энергетически более выгодное состояние можно продемонстрировать и на таком простом опыте. Поставим на небольшую дощечку спичечный коробок, причем так, чтобы он опирался на свою меньшую грань. Слегка встряхнув дощечку, мы

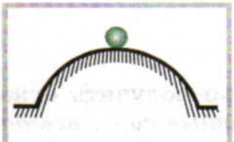


Рис. 44

Рис. 45

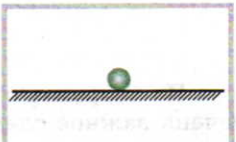


Рис. 46

увидим, что коробок окажется в таком положении, в котором расстояние h от его центра тяжести до поверхности дощечки будет минимальным. Минимальной при этом будет и его потенциальная энергия mgh.

В общем случае твердое тело может не только двигаться поступательно, но и вращаться. Состояние равновесия при этом — это либо состояние покоя (отсутствие вращения), либо состояние равномерного вращения, при котором каждая точка тела за любые равные промежутки времени поворачивается на равные углы. Твердое тело может вращаться при действии на него нескольких сил (рис. 47). Вращательное действие силы зависит не только от модуля силы и ее направления, но и от точки приложения.

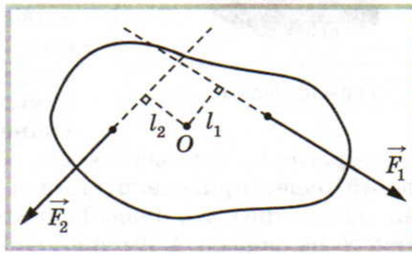


Рис. 47

Расстояние от оси вращения (O) до линии действия силы называется **плечом** силы. На рисунке 47 l_1 — плечо силы $\vec{F}_1$, l_2 — плечо силы $\vec{F}_2$.

Вращательное действие силы характеризуется физической величиной, которая называется моментом силы. **Момент силы** равен произведению модуля силы на плечо силы с учетом знака: момент силы, вращающей тело по часовой стрелке, считается положительным; момент силы, вращающей тело против часовой стрелки, — отрицательным: $M_1 = F_1 l_1$, $M_2 = -F_2 l_2$.

Опыт показывает, что *тело, способное совершать вращательное движение, находится в равновесии, если сумма моментов сил, действующих на тело, равна нулю*. Это утверждение носит название **правила моментов:** $M_1 + M_2 + \ldots + M_n = 0$.

? **1.** Какие силы называют консервативными? Приведите примеры таких сил. **2.** В чем заключается теорема о потенциальной энергии? **3.** Как связано направление консервативных сил с изменением потенциальной энергии? **4.** В чем заключается принцип минимума потенциальной энергии? **5.** Какое состояние называют энергетически более выгодным? **6.** Какое равновесие называют устойчивым? Приведите соответствующие примеры. **7.** В чем заключается теорема о потенциальной энергии в обобщенном виде? **8.** Сформулируйте условия равновесия тел.

§ 30. ПОЛНАЯ МЕХАНИЧЕСКАЯ ЭНЕРГИЯ

Понятие потенциальной энергии ввел в середине XIX в. немецкий ученый Герман Гельмгольц. С его именем связано и понятие **полной механической энергии:**

$$E = E_k + E_p. \qquad (30.1)$$

Герман Гельмгольц

Называя кинетическую энергию «живой силой», а потенциальную — «напряженной силой», двадцатишестилетний Гельмгольц в своем историческом выступлении на заседании физического общества в 1847 г. впервые доказывает, что «когда тела природы действуют друг на друга с силами притяжения или отталкивания, независимыми от времени и скорости, то сумма живых сил и напряженных сил остается постоянной». Так был впервые сформулирован один из самых знаменитых законов природы — **закон сохранения энергии.**

Строгое и современное его обоснование для механических явлений будет приведено нами в следующем параграфе. Здесь же мы рассмотрим то, о чем Гельмгольц в своем докладе фактически ничего не сказал. А именно: что будет с механической энергией в тех случаях, когда силы могут зависеть от времени (т. е. не являются консервативными) и среди них есть зависящие от скорости силы трения?

В этом случае механическая энергия уже не будет оставаться постоянной; она будет изменяться, и ее изменение, как это видно из формулы (30.1), будет складываться из изменения кинетической энергии ΔE_k и изменения потенциальной энергии ΔE_p:

$$\Delta E = \Delta E_k + \Delta E_p. \qquad (30.2)$$

Учитывая соотношения (27.2) и (29.3), выражающие теоремы о кинетической и потенциальной энергиях, последнее равенство можно переписать так:

$$\Delta E = A + \Delta_t E_p - A_{пот}. \qquad (30.3)$$

Здесь A — это работа всех сил, действующих на частицы системы (т. е. и потенциальных сил, и сил трения), а $A_{пот}$ — это работа только потенциальных сил. Их разность $A - A_{пот}$ есть работа сил трения $A_{тр}$. Учитывая это обстоятельство в формуле (30.3), окончательно получаем:

$$\Delta E = A_{тр} + \Delta_t E_p. \qquad (30.4)$$

Полученное равенство выражает **теорему об изменении полной механической энергии:** *изменение механической энергии системы равно сумме работы сил трения и изменения во времени потенциальной энергии, обусловленного нестационарностью (т. е. зависимостью от времени t) действующих на систему сил.*

Идеи молодого Гельмгольца не сразу были приняты его современниками; старшее поколение ученых скептически отнеслось к понятию энергии, считая, что физика основывается на понятии силы. Однако благодаря работам У. Ранкина, У. Томсона и других ученых к 1860 г. закон сохранения энергии нашел всеобщее признание и вскоре стал краеугольным камнем всего естествознания.

Между тем ни Гельмгольц, ни кто-либо другой из его ученых-современников и не подозревали о том, что через несколько десятилетий произойдет второе рождение закона сохранения энергии, когда вдруг выяснится, что своим происхождением законы сохранения обязаны свойствам симметрии пространства и времени.

? **1.** Чему равна полная механическая энергия? **2.** В чем заключается теорема об изменении полной механической энергии? **3.** Чему будет равно изменение ΔE механической энергии системы при отсутствии сил трения? **4.** Чему будет равно изменение ΔE механической энергии системы в случае, когда действующие на нее силы и ее потенциальная энергия от времени не зависят?

§ 31. ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ ЭНЕРГИИ И ОДНОРОДНОСТЬ ВРЕМЕНИ

В 1918 г. Эмми Нётер, немецкий физик и математик, доказала фундаментальную теорему физики, которую в упрощенном виде можно сформулировать так:

Каждому свойству симметрии пространства и времени соответствует свой закон сохранения.

В частности, как следует из этой теоремы **(теоремы Нётер)**, однородности времени должен соответствовать **закон сохранения энергии**:

При любых процессах, происходящих в замкнутой потенциальной системе, ее полная механическая энергия остается неизменной:

$$E = \text{const}.$$

Доказательство. Пусть имеется замкнутая *потенциальная система*, т. е. такая замкнутая система, в которой действуют только потенциальные силы. Совершим сдвиг во времени (см. § 11), т. е. рассмотрим данную систему в два разных момента времени t_1 и t_2, сохранив при этом относительное расположение ее частиц. Поскольку эта операция вследствие *однородности времени* является одним из преобразований симметрии, то свойства данной замкнутой системы при таком сдвиге должны остаться неизменными. В частности, должны остаться прежними характер и интенсивность взаимодействия частиц этой системы, а вместе с ними — и потенциальная энергия этого взаимодействия. Таким образом, $E_p(t_2) = E_p(t_1)$, и, следовательно:

$$\Delta_t E_p = E_p(t_2) - E_p(t_1) = 0.$$

С другой стороны, в рассматриваемой системе нет сил трения, и потому на основании теоремы (30.4) мы можем записать:

$$\Delta E = \Delta_t E_p.$$

Поскольку вследствие однородности времени правая часть этого равенства равна нулю, то равна нулю и левая, т. е. $\Delta E = 0$, откуда $E = \text{const}$, что и требовалось доказать.

Итак, полная механическая энергия замкнутой потенциальной системы является величиной постоянной. Заметим, однако, что если рассматриваемая потенциальная система замкнутой не является, но внешние потенциальные силы, действующие на систему, от времени не зависят (т. е. являются консервативными), то в этом случае по-прежнему $\Delta_t E_p = 0$, и, следовательно, опять $E = \text{const}$.

Систему, на частицы которой действуют лишь консервативные силы, называют *консервативной* системой. Применительно к таким системам закон сохранения механической энергии можно сформулировать следующим образом:

При любых процессах, происходящих в консервативной системе, ее полная механическая энергия остается постоянной:

$$E = \text{const}.$$

Анализируя этот закон в виде равенства $E_k + E_p = \text{const}$, можно заметить, что *в процессе движения системы всякое увеличение кинетической энергии системы должно сопровождаться соответствующим уменьшением ее потенциальной энергии, и наоборот*. Происходят, как говорят, превращения одного вида механической энергии в другой: кинетическая энергия может переходить в потенциальную, а потенциальная — в кинетическую.

Рассмотрим два примера[1].

1. Пусть тело брошено вертикально вверх. Если начальное положение тела принять за нулевое, то вся механическая энергия тела в момент броска будет равна сообщенной ему кинетической энергии $\frac{mv_0^2}{2}$. По мере движения тела вверх его кинетическая энергия будет убывать, а потенциальная (из-за роста высоты h) — возрастать. В верхней точке траектории, где скорость тела равна нулю, вся энергия тела обратится в потенциальную mgH, где H — максимальная высота подъема. При этом по закону сохранения энергии $\frac{mv_0^2}{2} = mgH$. После этого тело начнет падать вниз, и все повторится в обратном порядке.

[1] В этих примерах сила трения считается равной нулю.

2. Применим закон сохранения энергии к движению жидкости и газа. Из этого закона следует, что в тех местах потока жидкости (или газа), где скорость ее движения, а вместе с ней и кинетическая энергия меньше, потенциальная энергия должна быть больше. Что это за потенциальная энергия? Если поток жидкости горизонтален, то энергия взаимодействия жидкости с Землей будет везде одинаковой. Поэтому речь здесь может идти только о потенциальной энергии упругого взаимодействия частей жидкости друг с другом. Эта энергия обусловлена существованием в жидкости давления, вызванного незначительным ее сжатием. Там, где потенциальная энергия больше, больше сжатие и, соответственно, связанное с ним давление.

Итак, на основании закона сохранения энергии можно прийти к выводу: ***давление текущей жидкости больше в тех местах потока, в которых скорость ее движения меньше, и, наоборот, в тех местах, где скорость больше, давление меньше.***

Эта закономерность была установлена в первой половине XVIII в. петербургским академиком Даниилом Бернулли и носит название **закона Бернулли**. Справедлив этот закон как для жидкостей, так и для газов.

Закон Бернулли можно продемонстрировать на простом опыте. Если взять листок бумаги и начать дуть вдоль его верхней поверхности, как это показано на рисунке 48, то мы увидим, что бумага начнет подниматься вверх. Это будет происходить из-за того, что давление в струе воздуха над листом бумаги меньше, чем под листом, где воздух спокоен. Действующая снизу преобладающая сила давления и заставляет лист подниматься.

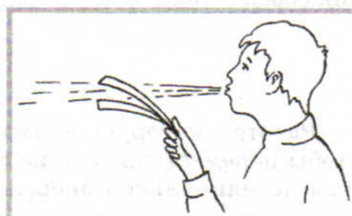
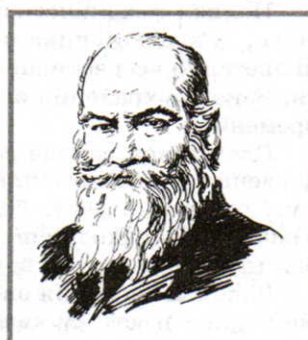


Рис. 48

Этим же явлением объясняется и возникновение *подъемной силы*, действующей на крылья летящего самолета. Каждое крыло у самолета в сечении имеет несимметричную форму. Поэтому при движении самолета воздушный поток обтекает крыло так, что из-за разной скорости обтекания крыла сверху и снизу давления под и над крылом также оказываются различными. Давление над крылом оказывается меньше давления под крылом. Благодаря этому и возникает сила, поднимающая самолет в воздух.

Теория возникновения подъемной силы крыла самолета была разработана русским ученым Николаем Егоровичем Жуковским (1847—1921).



Н. Е. Жуковский

? **1.** Чему равна полная механическая энергия? **2.** Как формулируется закон сохранения полной механической энергии? **3.** Для каких систем справедлив закон сохранения полной механической энергии? **4.** В чем суть теоремы Нётер? **5.** С каким свойством симметрии связан закон сохранения энергии в механике? **6.** Как связаны друг с другом изменения кинетической и потенциальной энергий? **7.** Опишите превращения энергии, происходящие при движении тела, брошенного вертикально вверх. **8.** В чем заключается закон Бернулли? **9.** Как возникает подъемная сила крыла самолета?

ИТОГИ И ОБОБЩЕНИЯ

Взаимодействие тел происходит в пространстве и во времени. Пространственной характеристикой действия силы является работа A. Если сила $\vec{F}$ постоянна, то:

$$A = \vec{F} \cdot \vec{s} = Fs \cos \alpha,$$

где α — угол между направлениями силы и перемещения.

Работа, которую тело способно совершить в процессе уменьшения своей скорости до нуля, равна кинетической энергии этого тела:

$$E_k = \frac{mv^2}{2}.$$

Работа, которую должны совершить потенциальные силы, чтобы переместить тело из данного положения в нулевое, называется потенциальной энергией тела:

$$E_p = \frac{kx^2}{2} \text{ — для взаимодействия тела и пружины;}$$

$$E_p = mgh \text{ — для взаимодействия тела с Землей.}$$

Кинетическая энергия — это энергия, обусловленная движением тела; потенциальная энергия — это энергия взаимодействия.

Полная механическая энергия включает в себя как кинетическую, так и потенциальную энергию: $E = E_k + E_p$. Если система является консервативной, то ее механическая энергия сохраняется. Закон сохранения энергии является следствием однородности времени.

Следствием закона сохранения энергии является зависимость давления в потоке жидкости (или газа) от скорости ее течения: там, где эта скорость больше, давление меньше, и наоборот. Эта зависимость находит широкое применение в различных устройствах (пульверизаторе, водоструйном насосе, карбюраторе).

Закон сохранения энергии наряду с громадными применениями к уже известным явлениям дает руководящие указания и в неисследованных областях. Не зная никаких исключений, он с одинаковым успехом применяется как в физике микромира — мира

элементарных частиц, где законы Ньютона уже несправедливы, так и в физике мегамира — при изучении всей Вселенной в целом. Проиллюстрируем это двумя примерами, один из которых как раз относится к микромиру, а другой — к мегамиру.

Пример 1. При изучении в 20-х гг. XX в. радиоактивного распада некоторых атомных ядер, сопровождающегося вылетом электронов, было обнаружено «нарушение» закона сохранения энергии: часть энергии куда-то исчезала. Было высказано предположение, что в микромире закон сохранения энергии не выполняется. Но несколько позже, в начале 30-х гг., известный физик-теоретик Вольфганг Паули, верящий в незыблемость закона сохранения энергии, предположил, что в этом распаде наряду с электронами и атомными ядрами, известными к тому времени, участвует еще одна, «новая» частица, которая и уносит недостающую энергию. Эту частицу назвали *нейтрино*, что в переводе с итальянского означает «нейтрончик». Однако благодаря исключительно слабому взаимодействию этой частицы с веществом ее не удавалось зарегистрировать вплоть до 1953 г., когда она все-таки была обнаружена. Открытие нейтрино явилось триумфом закона сохранения энергии в микромире.

Пример 2. Чему равна полная энергия всей Вселенной? Чтобы ответить на этот вопрос, представим себе сначала, что все тела Вселенной разнесены на бесконечно большое расстояние друг от друга. Тогда гравитационного взаимодействия между ними не будет, и потому потенциальную энергию этого взаимодействия можно будет считать равной нулю. На самом деле силы тяготения стремятся сблизить тела, причем направлены эти силы, как мы знаем, в сторону уменьшения потенциальной энергии. Поэтому на любом реальном расстоянии друг от друга, меньшем бесконечности, потенциальная энергия гравитационного взаимодействия тел во Вселенной будет отрицательной. А раз так, то в сумме с остальными положительными энергиями тел Вселенной (кинетической и др.) она может дать нуль! Именно такое значение полной энергии Вселенной рассматривается в современной теории эволюции Вселенной. Согласно этой теории, наша Вселенная могла возникнуть из вакуума, и закон сохранения энергии (при энергии Вселенной, равной нулю) этому не препятствует!

Глава 6. ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ ИМПУЛЬСА

Изучение пространственной характеристики действия силы $\vec{F} \cdot \vec{s}$ привело нас к закону сохранения энергии — следствию однородности времени. В этой главе будет рассмотрена *временная* характеристика действия силы $\vec{F}t$. Изучение этой характеристики приведет нас к *закону сохранения импульса* — следствию однородности пространства.

§ 32. ИМПУЛЬС

Пусть на тело массой m в течение времени t действует постоянная сила $\vec{F}$. Выясним, как произведение этой силы на время ее действия Ft связано с изменением состояния этого тела. Воспользовавшись вторым законом Ньютона $m\vec{a} = \vec{F}$ и формулой ускорения $\vec{a} = \dfrac{\vec{v} - \vec{v}_0}{t}$ получаем:

$$\vec{F}t = m\vec{a}t = m\frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{t}t = m\vec{v} - m\vec{v}_0. \qquad (32.1)$$

Мы видим, что временная характеристика действия силы оказалась связанной с изменением величины, равной произведению массы на скорость.

Определение. Векторная физическая величина, равная произведению массы частицы на ее скорость, называется **импульсом** этой частицы.

Если обозначить импульс буквой $\vec{p}$, то по определению

$$\vec{p} = m\vec{v}.$$

Направлен импульс всегда в ту же сторону, что и скорость, а его единицей в СИ является *килограмм-метр в секунду* (кг · м/с). 1 кг · м/с — это импульс тела массой 1 кг, движущегося со скоростью 1 м/с.

Понятие импульса было введено в физику французским ученым Рене Декартом (1596—1650), провозгласившим основным принципом своей философии утверждение: «Я мыслю, следовательно, я существую». Из-за отсутствия в то время физического понятия массы он определял импульс как произведение «величины тела на скорость его движения». Это определение было уточнено Ньютоном, только он, как и Декарт, называл эту величину не «импульсом», а «количеством движения». Согласно Ньютону, «количество движения есть мера такового, устанавливаемая пропорционально скорости и массе».


Рене Декарт

Используя понятие импульса, уравнение (32.1) можно переписать в виде:

$$\Delta\vec{p} = \vec{F}t.$$

В случае произвольной (не постоянной) силы, действующей в течение малого времени Δt, последнее уравнение записывается так:

$$\Delta\vec{p} = \vec{F}\Delta t. \qquad (32.2)$$

Это уравнение выражает **второй закон Ньютона** *в импульсном представлении.*

Изменение импульса тела равно произведению силы на время ее действия.

Сам Ньютон сформулировал свой второй закон именно в таком виде.

Уравнение (32.2) является более общим выражением второго закона Ньютона, чем формула $m\vec{a} = \vec{F}$. Последняя справедлива лишь для тел, масса которых в процессе движения не меняется.

Как и энергию, понятие импульса можно применять не только к одному телу, но и к *системе* тел. Под **импульсом системы** понимают векторную сумму импульсов всех тел, входящих в эту систему:

$$\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \ldots + \vec{p}_n.$$

Если, в частности, система состоит только из двух тел, то ее импульс включает в себя лишь два слагаемых — импульс первого тела и импульс второго:

$$\vec{p} = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2,$$

где m_1 и m_2 — массы этих тел, а $\vec{v}_1$ и $\vec{v}_2$ — их скорости.

? **1.** Что такое импульс? **2.** Сформулируйте второй закон Ньютона в импульсном представлении. **3.** Зависит ли импульс от выбора системы отсчета? **4.** Чему равен импульс системы? **5.** Чему равен импульс покоящегося тела? **6.** Чему равен импульс системы, состоящей из двух одинаковых частиц, движущихся с одинаковой по модулю скоростью в противоположных направлениях?

§ 33. ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ ИМПУЛЬСА И ОДНОРОДНОСТЬ ПРОСТРАНСТВА

Благодаря теореме Нётер стало ясно, что закон сохранения импульса обязан своим существованием такому фундаментальному свойству симметрии, как *однородность пространства.*

В современной формулировке **закон сохранения импульса** гласит:

При любых процессах, происходящих в замкнутой системе, ее импульс остается неизменным: $\vec{p} = \text{const}$.

Доказательство. Допустим, что этот закон неверен и $\vec{p} \neq \text{const}$. Это означает, что импульс замкнутой системы с течением времени будет меняться и его изменение $\Delta\vec{p}$ будет складываться из изменений импульса отдельных тел этой системы, так что с учетом второго закона Ньютона (в импульсном представлении) мы можем записать:

$$\Delta\vec{p} = \Delta p_1 + \Delta p_2 + \ldots + \Delta p_n = F_1\Delta t + F_2\Delta t + \ldots + F_n\Delta t,$$
$$\Delta\vec{p} = (F_1 + F_2 + \ldots + F_n)\,\Delta t.$$

Отсюда видно, что если $\Delta\vec{p} \neq 0$, то и сумма сил, действующих в замкнутой системе, также должна быть отличной от нуля. Но если это так, то при параллельном переносе этой системы из одного места пространства в другое эти силы совершат отличную от нуля работу и тем самым изменят потенциальную энергию системы на величину $\Delta E_p \neq 0$.

Но, с другой стороны, вследствие однородности пространства все местоположения замкнутой системы в нем являются физически эквивалентными. Поэтому $E_{p1} = E_{p2}$, и, следовательно, $\Delta E_p = 0$. Допущение же того, что $\Delta\vec{p} \neq 0$, противоречит этому. Поэтому $\Delta\vec{p} = 0$, откуда $\vec{p} = \text{const}$, что и требовалось доказать.

При решении различных задач следует иметь в виду, что законом сохранения импульса можно пользоваться в следующих случаях:

1. Когда рассматриваемая система является замкнутой или, что фактически то же самое, когда сумма всех внешних сил, действующих на систему, равна нулю. Если, в частности, равна нулю лишь проекция этой суммы сил на какое-либо (например, горизонтальное) направление, то сохраняется также лишь проекция импульса системы на это направление.

2. Когда система не является замкнутой, но внешние силы оказываются значительно меньше внутренних, и (или) процессы, происходящие в системе, являются достаточно кратковременными ($\Delta t \to 0$), то эти внешние силы не успевают заметно изменить импульс системы. К этому случаю относятся различные столкновения тел, выстрелы, взрывы и т. п.

? **1.** Сформулируйте закон сохранения импульса. При каких условиях он выполняется? **2.** С каким видом симметрии связан закон сохранения импульса? **3.** Что будет происходить с импульсом системы при наличии внешних сил? Почему?

§ 34. СТОЛКНОВЕНИЕ ТЕЛ

Столкновение тел — одно из наиболее часто встречающихся явлений в жизни. Особый интерес представляют два вида столкновений — абсолютно упругий и абсолютно неупругий удары.

1. **Абсолютно неупругий удар.** *Так называется столкновение двух тел, в результате которого они соединяются вместе и движутся дальше как одно целое.* Например, столкновение слипающихся пластилиновых шаров; попадание ружейной пули в

ящик с песком; автосцепка вагонов; столкновение метеорита с Землей и т. д.

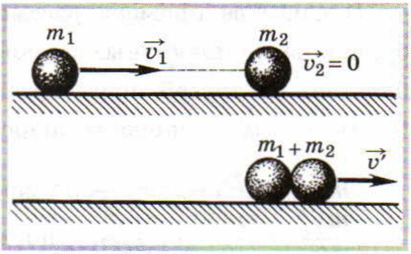


Рис. 49

Рассмотрим абсолютно неупругий удар на примере столкновения двух шаров (рис. 49). Пусть один из них покоится, а другой движется вдоль прямой, соединяющей их центры (в этом случае удар называют *лобовым* или *центральным*). До удара импульс системы равен $\vec{p} = m_1\vec{v}_1$. После удара шары соединяются в одно целое с общей массой $m_1 + m_2$ и импульс системы становится равным $\vec{p}' = (m_1 + m_2)\,\vec{v}'$. По закону сохранения импульса

$$\vec{p}' = \vec{p},$$

или

$$(m_1 + m_2)\,\vec{v}' = m_1\vec{v}_1,$$

откуда скорость шаров после удара

$$\vec{v}' = \frac{m_1}{m_1 + m_2}\vec{v}_1. \qquad \textbf{(34.1)}$$

Из полученного выражения видно, что $v' < v_1$. При этом и кинетическая энергия системы $E'_k < E_k$. Полученный результат является частным случаем общей закономерности: *при абсолютно неупругом ударе происходит потеря кинетической энергии, в результате чего механическая энергия системы уменьшается, переходя во внутреннюю энергию сталкивающихся тел* (которые при этом нагреваются).

2. **Абсолютно упругий удар.** *Так называется столкновение тел, в результате которого не происходит соединения тел в одно целое и их внутренние энергии остаются неизменными. При абсолютно упругом ударе сохраняется не только импульс, но и механическая энергия системы.*

В чистом виде такой удар среди обычных тел невозможен, так как процесс столкновения реальных тел всегда сопровождается возникновением сил трения, остаточных деформаций, излучением звуковых волн и другими процессами, ведущими к потерям механической энергии и ее переходу в другие формы. Однако эти потери иногда оказываются настолько малы, что ими можно пренебречь. Так, например, обстоит дело в случае столкновения бильярдных шаров из слоновой кости или подходящей пластмассы. Кроме того, абсолютно упругий удар может наблюдаться при столкновении атомных ядер и элементарных частиц.

В качестве примера рассмотрим упругое столкновение двух одинаковых бильярдных шаров, один из которых со скоростью $\vec{v}_1$ налетает на другой шар, который в это время покоится ($\vec{v}_2 = 0$). Пусть $\vec{v}_1'$ и $\vec{v}_2'$ — скорости шаров после столкновения. Тогда

$m\vec{v}_1 = m\vec{v}'_1 + m\vec{v}'_2$ — по закону сохранения импульса;

$\frac{mv_1^2}{2} = \frac{mv_1'^2}{2} + \frac{mv_2'^2}{2}$ — по закону сохранения энергии.

Сократив здесь на массу m, перепишем эту систему уравнений в виде:

$$\vec{v}_1 = \vec{v}_1' + \vec{v}_2'; \tag{34.2}$$

$$v_1^2 = v_1'^2 + v_2'^2. \tag{34.3}$$

Возводя первое из этих уравнений в квадрат и вычитая из него второе, получим:

$$2\vec{v}_1' \cdot \vec{v}_2' = 0. \tag{34.4}$$

Рассмотрим два случая:

а) Удар является *центральным*. В этом случае из (34.4) следует, что $\vec{v}_1' = 0$, а из (34.2) — что $\vec{v}_2' = \vec{v}_1$. Это означает, что при абсолютном упругом лобовом ударе одинаковых шаров они просто обмениваются скоростями: налетающий шар останавливается, а первоначально покоящийся шар приходит в движение со скоростью, равной начальной скорости первого шара.

б) Удар является *нецентральным*. В этом случае обе скорости отличны от нуля: $\vec{v}_1' \neq 0$, $\vec{v}_2' \neq 0$ и шары разлетаются после удара под прямым углом друг к другу. Действительно, если α — угол между векторами $\vec{v}_1'$ и $\vec{v}_2'$, то их скалярное произведение, согласно равенству (34.4), $\vec{v}_1' \cdot \vec{v}_2' = v_1' \cdot v_2' \cos\alpha = 0 \Rightarrow \cos\alpha = 0 \Rightarrow \alpha = 90°$.

К этому же результату можно прийти, если просто повнимательнее посмотреть на систему уравнений (34.2) и (34.3). Первое из них означает, что векторы $\vec{v}_1$, $\vec{v}_1'$, $\vec{v}_2'$ образуют треугольник, а второе — что для этого треугольника выполняется теорема Пифагора, т. е. он действительно прямоугольный.

Посмотрим теперь, что произойдет при абсолютно упругом столкновении шара с гладкой плоской стенкой. Поскольку массу стенки можно считать бесконечно большой (по сравнению с массой шара), то ее скорость при ударе не изменится и останется равной нулю. Закон сохранения энергии в этом случае сводится к сохранению кинетической энергии сталкивающегося со стенкой шара: $\frac{mv^2}{2} = \frac{mv'^2}{2}$. Отсюда следует, что $v = v'$. Это означает, что

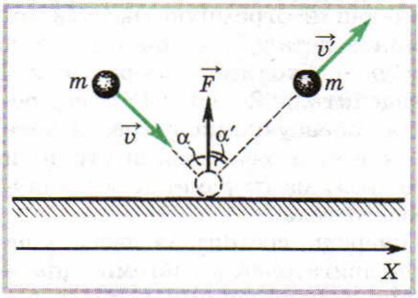


Рис. 50

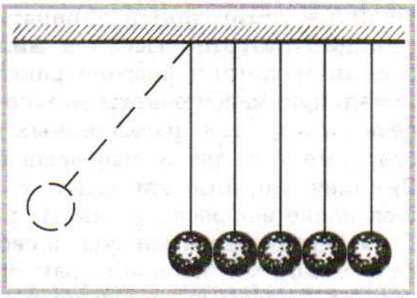


Рис. 51

шар отразится от стенки с сохранившейся по модулю скоростью.

Для того чтобы выяснить, под каким углом шар отскочит от стенки, воспользуемся законом сохранения импульса. При этом учтем, что возникающая в момент удара сила реакции стенки $\vec{F}$ будет перпендикулярна плоскости стенки, и потому ее проекция на ось X окажется равной нулю (рис. 50). В этом случае, как мы знаем, сохраняется не весь импульс, а лишь его проекция на соответствующую ось. Проекция начального импульса шара на ось X равна $p_x = mv_x = mv \sin \alpha$, а проекция импульса после удара $p'_x = mv'_x = mv' \sin \alpha' = mv \sin \alpha'$. По закону сохранения импульса $p_x = p'_x$, т. е. $mv \sin \alpha = mv \sin \alpha'$, откуда $\sin \alpha = \sin \alpha'$, и, следовательно, $\alpha = \alpha'$. Это означает, что шар отражается от стенки «зеркально»: *угол падения равен углу отражения.*

? **1.** Какое столкновение называют абсолютно неупругим? Приведите примеры. **2.** Какое столкновение называют абсолютно упругим? **3.** Какие законы сохранения выполняются при: а) абсолютно упругом ударе, б) абсолютно неупругом ударе? **4.** Опишите, что будет происходить в системе одинаковых упругих шаров, изображенных на рисунке 51, после того как левый крайний шар будет отведен в сторону и отпущен. **5.** Что происходит со скоростью шара при его абсолютно упругом столкновении со стеной?

§ 35. РЕАКТИВНОЕ ДВИЖЕНИЕ

Одним из самых замечательных случаев практического использования закона сохранения импульса является **реактивное движение**, *т. е. движение тела, возникающее при отделении от него с какой-либо скоростью некоторой его части.*

По принципу реактивного движения передвигаются некоторые представители животного мира, например кальмары и осьминоги. Периодически выбрасывая вбираемую в себя воду, они способны развивать скорость 60—70 км/ч.

Рассмотрим теорию реактивного движения на примере *ракеты*. Современная космическая ракета представляет собой очень сложный летательный аппарат, имеющий огромную массу и состоящий из сотен тысяч и миллионов деталей. Однако с точки зрения механики разгона ракеты до необходимой скорости всю начальную массу ракеты можно разделить на 2 части: 1) массу *рабочего тела*, т. е. раскаленных газов, образующихся в результате сгорания топлива и выбрасываемых в виде реактивной струи, и 2) конечную, или, как говорят, *«сухую»*, массу ракеты, остающуюся после выброса из ракеты рабочего тела.

«Сухая» масса ракеты, в свою очередь, состоит из массы *конструкции* (т. е. оболочки ракеты, ее двигателей и системы управления) и массы *полезной нагрузки* (т. е. научной аппаратуры, радиотелеметрической системы, корпуса выводимого на орбиту космического аппарата, экипажа и системы жизнеобеспечения корабля).

По мере истечения рабочего тела освободившиеся баки, лишние части оболочки и т. п. начинают обременять ракету ненужным грузом, затрудняя ее разгон. Поэтому для достижения космических скоростей применяют *составные*, или *многоступенчатые*, ракеты. Сначала в таких ракетах работает лишь первая ступень. Когда запасы топлива в ней кончаются, она отделяется и включается вторая ступень; затем то же самое происходит со второй ступенью и т. д. (рис. 52).

В процессе работы ракетного двигателя (на химическом топливе) происходят следующие превращения энергии: сначала химическая энергия сгорающего топлива преобразуется во внутрен-

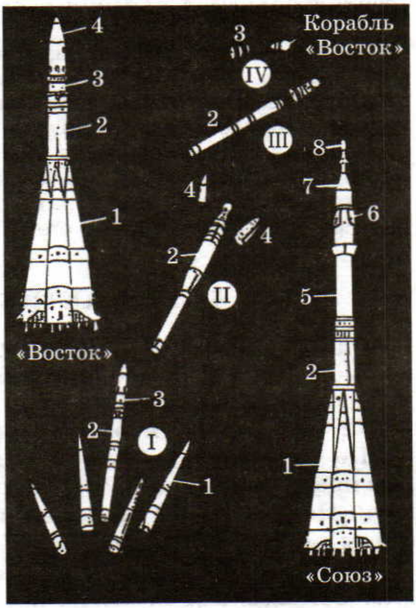


Рис. 52

1 — блоки первой ступени,
2 — вторая ступень,
3 — третья ступень,
4 — головной обтекатель,
5 — третья ступень,
6 — корабль «Союз»,
7 — головной обтекатель,
8 — система аварийного спасения корабля «Союз»;
I — отделение боковых блоков,
II — отделение головного обтекателя,
III — разделение второй и третьей ступеней,
IV — отделение третьей ступени

нюю энергию продуктов сгорания, а затем внутренняя энергия образовавшихся горячих газов превращается в кинетическую энергию движения реактивной струи.

Когда реактивная струя с большой скоростью выбрасывается из ракеты, сама ракета устремляется в противоположную сторону. Для того чтобы выяснить, почему это происходит, и заодно определить скорость, приобретаемую ракетой, воспользуемся законом сохранения импульса.

Пусть ракета с выключенными двигателями находится где-то в космическом пространстве вдали от небесных тел. В системе отсчета, где ракета покоится, ее импульс равен нулю:

$$\vec{p} = 0.$$

Предположим теперь, что в некоторый момент времени двигатели ракеты начинают работать и из ракеты со скоростью $\vec{v}_г$ относительно нее начинает выбрасываться реактивная газовая струя. Будем для простоты считать, что весь газ, образующийся при сгорании топлива, выбрасывается из ракеты сразу, а не постепенно. Тогда после выброса газовой струи массой $m_г$ импульс системы (рабочее тело + ракета) станет равным

$$\vec{p}' = m_г\vec{v}_г + m\vec{v},$$

где $m_г\vec{v}_г$ — импульс газовой струи (рабочего тела), а $m\vec{v}$ — импульс ракеты, полученный ею после выгорания топлива (m — конечная, или «сухая», масса ракеты, а $\vec{v}$ — ее скорость).

По закону сохранения импульса

$$\vec{p}' = \vec{p},$$

и, следовательно,

$$m_г\vec{v}_г + m\vec{v} = 0.$$

Отсюда

$$m\vec{v} = -m_г\vec{v}_г$$

и скорость ракеты

$$\vec{v} = -\frac{m_г}{m}\vec{v}_г. \qquad (35.1)$$

Проанализируем полученное выражение. Мы видим, что: 1) если $\vec{v}_г \neq 0$, то $\vec{v} \neq 0$; 2) скорость ракеты противоположна по направлению скорости истечения газов $\vec{v}_г$; 3) скорость ракеты тем больше, чем больше скорость выбрасываемых газов; 4) скорость, развиваемая ракетой, растет с увеличением отношения массы рабочего тела к конечной массе ракеты.

Формула (35.1) получена в предположении, что газ выбрасывается из ракеты мгновенно. На самом деле он вытекает не сразу, а постепенно. Поэтому истинная формула для скорости раке-

К. Э. Циолковский

ты несколько отличается от выведенной нами. Впервые точная формула для скорости ракеты была выведена К. Э. Циолковским и потому носит его имя. Согласно расчетам, проведенным по формуле Циолковского, для сообщения ракете скорости, превышающей скорость истечения газов всего лишь в несколько раз, необходимо, чтобы начальная масса ракеты (вместе с топливом) превосходила конечную («сухую») в несколько десятков раз. Таким образом, львиную долю от всей массы ракеты на старте должна составлять масса рабочего тела (топлива).

В современных ракетах на химическом топливе скорость газовой струи не превышает 4 км/с. У ракет с ядерными двигателями она в несколько раз больше. Имея достигаемые при этом скорости, космические корабли могут с успехом осваивать Солнечную систему. Однако для межзвездных полетов нужны значительно бóльшие скорости, сравнимые уже со скоростью света. Но таких скоростей мы достигать пока не умеем.

? **1.** На каком законе основано существование реактивного движения? **2.** Из каких частей состоит ракета? **3.** От чего зависит скорость, развиваемая ракетой?

ИТОГИ И ОБОБЩЕНИЯ

Временной характеристикой действия силы является произведение силы на время ее действия. Это произведение по второму закону Ньютона равно изменению импульса тела:

$$\Delta\vec{p} = \vec{F}\Delta t.$$

Импульсом тела называется векторная физическая величина, равная произведению массы этого тела на его скорость:

$$\vec{p} = m\vec{v}.$$

Векторная сумма импульсов всех тел, входящих в систему, образует импульс этой системы.

Для импульса замкнутой системы существует *закон сохранения:* при любых процессах, происходящих в замкнутой системе, ее импульс остается неизменным, т. е. сохраняется:

$$\vec{p}\,' = \vec{p}.$$

Если система не замкнута, то законом сохранения импульса можно пользоваться при условии, если внешние силы пренебрежимо малы по сравнению с внутренними, и применительно к кратковременным процессам — выстрелам, взрывам, столкновениям и т. п.

Наряду с законом сохранения энергии закон сохранения импульса является одним из важнейших законов физики и не знает никаких исключений. Надлежащим образом обобщенный закон сохранения импульса выполняется и для медленно движущихся тел, и для быстро движущихся, причем в физике и классических явлений, и квантовых.

Прямыми следствиями закона сохранения импульса являются закономерности реактивного движения. Совершая реактивное движение, ракета способна двигаться, ни на что не опираясь и ни от чего не отталкиваясь. Именно это позволяет использовать ее в целях освоения космического пространства.

Для дополнительного чтения

Основоположником современной космонавтики является русский ученый Константин Эдуардович Циолковский (1857—1935). Начиная с 1896 г. он занимался теорией движения реактивных аппаратов и предложил ряд схем ракет дальнего действия и ракет для межпланетных путешествий. В 1903 г. была опубликована часть его статьи «Исследование мировых пространств реактивными приборами». В этой статье, а также в работах 1911 и 1914 гг. он заложил основы теории ракет и жидкостного ракетного двигателя. Им впервые была решена задача посадки космического аппарата на поверхность планет, лишенных атмосферы. В 1926—1929 гг. Циолковский разработал теорию многоступенчатых ракет. Он первым решил задачу о движении ракеты в гравитационном поле, рассмотрел влияние атмосферы на полет ракеты и вычислил необходимые запасы топлива для преодоления сил сопротивления воздушной оболочки Земли. Им же была высказана идея создания околоземных станций. Циолковский написал и ряд работ, в которых уделил внимание использованию искусственных спутников Земли в народном хозяйстве.


С. П. Королев

Идеи Циолковского были осуществлены советскими учеными и техниками под руководством замечательного ученого, конструктора ракетно-космических систем Сергея Павловича Королева (1906—1966). 15 мая 1955 г. было принято решение о строительстве космодрома Байконур, а 4 октября 1957 г. был запущен первый искусственный спутник Земли. Так началась космическая эра. Уже через месяц был запущен второй спутник с собакой Лайкой на борту, а 12 апреля 1961 г. на орбиту был выведен космический корабль «Восток», на котором находился первый в истории человечества космонавт — Юрий Алексеевич Гагарин (1934—1968). Еще до этого, в январе 1959 г., в Советском Союзе была запущена автоматическая межпланетная станция (АМС) «Луна-1», которая после пролета Луны стала первым искусственным спутником Солнца. Достижение поверхности Луны было впервые осуществлено автоматической станцией «Луна-2» 14 сентября 1959 г.

А через 10 лет, в июле 1969 г., была совершена первая посадка на Луну пилотируемого корабля «Аполлон-11». Члены экипажа этого корабля, американские астронавты Н. Армстронг и Э. Олдрин, впервые ступили на поверхность Луны и пробыли там 21 ч 36 мин. В это время на окололунной орбите в командном отсеке корабля их ждал М. Коллинз. Выполнив программу полета, астронавты вернулись на Землю.

Приблизительно через год советская автоматическая станция «Луна-16», совершив посадку на Луну в Море Изобилия, произвела там бурение грунта, забрала образцы лунной породы и доставила их на Землю. А следующая станция, «Луна-17», доставила в ноябре 1970 г. на Луну самоходный аппарат «Луноход-1», который, передвигаясь по Луне, передал на Землю 20 тыс. фотоснимков.

Кроме Луны, советские АМС изучали и другие планеты Солнечной системы. Так, 1 марта 1966 г. впервые была достигнута поверхность Венеры (станция «Венера-3»), а 27 ноября 1971 г. впервые была достигнута поверхность Марса (станция «Марс-2»).

В том же, 1971 г. на орбиту вокруг Земли была выведена первая долговременная орбитальная станция «Салют», на борту которой было установлено около 2 тыс. различных приборов.

В 1973 г. американский космический аппарат «Пионер-10» впервые исследовал планету Юпитер. В следующем году «Маринер-10» (США) провел первые исследования Меркурия.

В 1979 г. «Пионер-11» достиг Сатурна, а в 1986 г. «Вояджер-2» пролетел вблизи Урана и взял курс на планету Нептун, которую и достиг в 1989 г., проделав гигантский путь по маршруту Земля — Юпитер — Сатурн — Уран — Нептун.

Законами сохранения энергии и импульса не исчерпываются законы сохранения, существующие в природе. Физике известны и такие законы сохранения, как закон сохранения момента импульса, закон сохранения электрического заряда и др. Особенно ими богата физика элементарных частиц, имеющая в своем распоряжении законы сохранения, например изоспина, четности, странности и даже очарования.

Важное значение имеет установление того факта, что

Любой закон сохранения связан с какой-либо симметрией законов природы.

Это стало известно благодаря Эмми Нётер, доказавшей в 1918 г. соответствующую теорему. И теперь мы знаем, что закон сохранения импульса связан с однородностью пространства, а закон сохранения энергии — с однородностью времени.

Вообще, в настоящее время теорема Нётер является одной из самых фундаментальных теорем физики. Особенно важную роль она играет в квантовой физике, где законы сохранения, вытекающие из существования определенной симметрии, часто являются основными источниками информации о свойствах изучаемых объектов.

КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

Глава 7. МЕХАНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ

Эта глава посвящена особому типу движения — *механическим колебаниям*. Являясь одним из самых распространенных движений в природе, колебательное движение отличается рядом характерных особенностей и потому требует специального рассмотрения.

§ 36. СВОБОДНЫЕ КОЛЕБАНИЯ

Многообразные движения тел в окружающем нас мире можно разделить на два класса в зависимости от того, остается ли тело в процессе движения вблизи некоторого среднего положения или такого положения нет. До сих пор мы рассматривали преимущественно движения второго класса. Сейчас же мы обратимся к первому.

Движения этого класса окружают нас буквально со всех сторон. Это и покачивание веток деревьев на ветру, вибрация струн у музыкальных инструментов, движение поршня в цилиндре двигателя внутреннего сгорания, качание маятника в часах и даже биение нашего сердца. Отличительной чертой многих движений рассматриваемого класса является их *периодичность*, т. е. повторяемость через определенные интервалы времени. Повторяемостью и периодичностью обладает, например, и движение по окружности. Однако в отличие от движения маятника при движении по окружности не происходит попеременного превращения разных видов механической энергии друг в друга.

Определение. Движения, которые точно или приблизительно повторяются через одинаковые промежутки времени, называются **механическими колебаниями**.

Колебания совершают и маятник в часах, и поплавок на волне, и игла в работающей швейной машине. Но колебания бывают разные. Одни колебания, как, например, в швейной машине, способны совершаться только тогда, когда на тело действуют периодически изменяющиеся *внешние силы*, которые и вынуждают тело совершать колебательное движение. Такие колебания называют *вынужденными*. Другие же колебания обусловлены действием *внутренних* сил и потому способны происходить сами по себе. Таковы, например, колебания груза на пружине, возникающие после того, как груз сместили из положения равновесия и отпустили.

Определение. Колебания, происходящие под действием внутренних сил и возникающие в системе после того, как система была выведена из состояния равновесия и предоставлена самой себе, называются **свободными**.

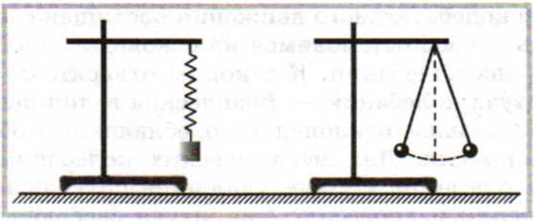


Рис. 53

Колебания груза на пружине, а также груза на нити (маятника) — типичные примеры свободных колебаний (рис. 53).

Отличительной особенностью систем, в которых происходят свободные колебания, является наличие у них *положения устойчивого равновесия*. Именно около этих положений и совершаются свободные колебания.

Для того чтобы в той или иной системе возникли свободные колебания, необходимо выполнение следующих условий:

1. Системе должна быть сообщена избыточная энергия (по сравнению с той энергией, которой она обладает в положении устойчивого равновесия). Эту энергию можно сообщить системе следующими способами: либо в виде потенциальной энергии — путем отклонения тела от положения равновесия и предоставления его затем самому себе (рис. 54, *а*), либо в виде кинетической энергии — путем сообщения телу, находящемуся в положении равновесия, некоторой скорости (рис. 54, *б*), либо и тем и другим одновременно.

2. Избыточная энергия, сообщенная системе, не должна в процессе возникшего движения полностью быстро, в течение одного или нескольких колебаний, тратиться на преодоление трения. Другими словами, трение в системе должно быть достаточно мало́. Иначе колебания быстро затухнут или даже не возникнут, как это можно наблюдать, например, в случае шарика на пружине, опущенного в вязкую жидкость.

Эти два условия являются необходимыми, но не достаточными для существования свободных колебаний. Система, помимо этого, должна обладать еще некоторыми определенными свойствами, которые могут послужить *причиной* возникновения в системе колебаний. Но причины колебаний могут быть поняты лишь в процессе рассмотрения *динамики* колебательного движения.

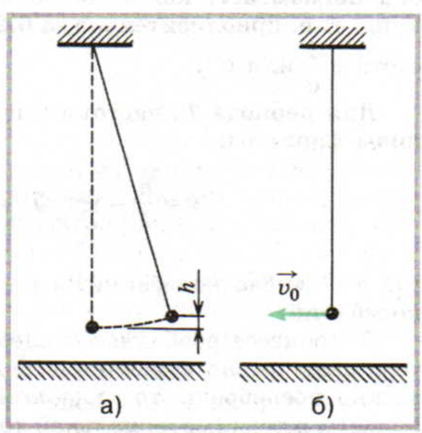


Рис. 54

Динамике колебательного движения посвящен следующий параграф. Здесь же мы остановимся на основных *кинематических* характеристиках колебаний. К таковым относятся:

1) **амплитуда** колебаний — физическая величина, характеризующая максимальное отклонение колеблющегося объекта от положения равновесия. Для механических колебаний это максимальное расстояние, на которое удаляется колеблющееся тело от своего положения равновесия. Амплитуда свободных колебаний определяется *начальными условиями*, т. е. тем первоначальным отклонением или толчком, которым маятник или груз на пружине был приведен в движение;

2) **период** колебания — физическая величина, характеризующая повторяемость колебательного движения, — это минимальный промежуток времени, по истечении которого система возвращается в прежнее состояние, т. е. когда колеблющееся тело оказывается в том же положении и с прежним значением вектора скорости; иначе говоря, период колебания — это время, за которое совершается одно полное колебание;

3) **частота** колебаний — физическая величина, также характеризующая повторяемость колебательного движения и равная числу колебаний, совершаемых за 1 с. Частота измеряется в *герцах* (Гц). Если частота равна 1 Гц, то, значит, за каждую секунду совершается лишь одно колебание, если 50 Гц, то за каждую секунду совершается 50 колебаний, и т. д.;

4) **циклическая частота** — это величина, в 2π раз бóльшая частоты. Если ν — это частота колебаний, а ω — это циклическая частота (ω — это греческая буква «омега»), то

$$\omega = 2\pi\nu.$$

Физический смысл циклической частоты заключается в том, что она показывает, какое число колебаний совершается за 2π секунд, т. е. приблизительно за 6,28 с. Измеряется циклическая частота в $\frac{1}{\text{с}}$ или с^{-1}.

Для периода T, частоты ν и циклической частоты ω справедливы формулы:

$$\nu = \frac{n}{t} = \frac{1}{T}; \quad T = \frac{t}{n} = \frac{1}{\nu}; \quad T = \frac{2\pi}{\omega},$$

где n — число колебаний, а t — время, за которое произошло n колебаний.

В процессе свободных колебаний положение колеблющегося тела непрерывно изменяется. Если трение настолько мало, что им можно пренебречь, то *графиком* зависимости координаты колеблющегося тела (материальной точки) от времени является *синусоидальная кривая*, или, кратко, *синусоида*. Получить эту синусоиду очень просто (рис. 55). Для этого нужно взять бумажную ленту и двигать ее с постоянной скоростью перед колеблющимся телом, соединенным с каким-либо пишущим устройством (карандашом или пером).

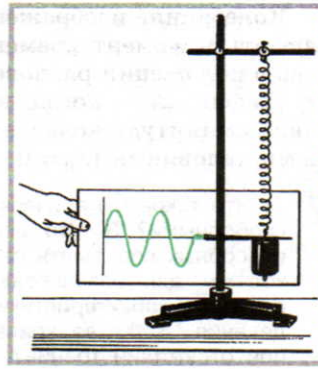


Рис. 55

График зависимости координаты колеблющегося тела от времени называют *графиком колебаний*.

По графику колебаний легко определяются все кинематические характеристики колебательного движения. Так, например, график, изображенный на рисунке 56, описывает колебания с амплитудой $A = 5$ см, периодом $T = 4$ с, частотой $\nu = \frac{1}{T}$ ($\nu = 0{,}25$ Гц) и циклической частотой $\omega = 2\pi\nu$ ($\omega = 0{,}5\pi$ с$^{-1}$).

Определение. Колебания, при которых координата колеблющегося тела меняется с течением времени по закону синуса (или косинуса), называются **гармоническими**.

Строго говоря, свободные колебания не являются гармоническими. Если, однако, трение в колебательной системе очень мало, то на протяжении небольших промежутков времени (пока амплитуда не успеет заметно уменьшиться) свободные колебания можно считать практически гармоническими и описывать графиком, подобным изображенному на рисунке 56. Этот график и есть график гармонических колебаний.

Зависимость координаты колеблющейся точки от времени при гармонических колебаниях выражается так:

$$x = x_m \sin \omega t \quad (1)$$

или

$$x = x_m \cos \omega t \quad (2)$$

и в общем случае представлена на графике следующим образом (рис. 57).

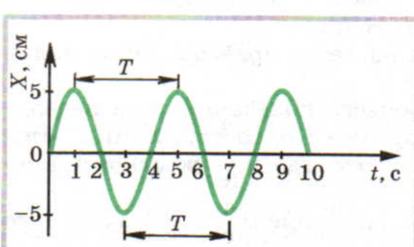


Рис. 56

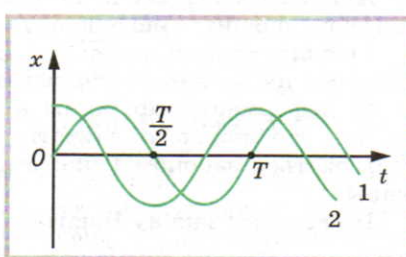


Рис. 57

Колебания, изображенные в виде графика *1*, мы начали наблюдать в момент времени, когда колеблющаяся точка находилась в положении равновесия, а колебания, которым соответствует график *2*, — когда координата колеблющейся точки была равна амплитуде колебаний. Графики *1* и *2* различаются начальными условиями ($x_0 = 0$ и $x_0 = x_m$).

? **1.** Что такое механические колебания? **2.** Какие колебания называют свободными? **3.** Что является отличительной особенностью систем, способных совершать свободные колебания? **4.** Какие условия необходимы для возникновения свободных колебаний? **5.** Перечислите основные характеристики колебательного движения и дайте им определения. **6.** Какая кривая является графиком свободных колебаний при отсутствии трения? **7.** Какие колебания называют гармоническими? Являются ли ими свободные колебания?

§ 37. ДИНАМИКА СВОБОДНЫХ КОЛЕБАНИЙ

Динамику свободных колебаний мы рассмотрим на двух классических примерах — на примере колебаний тела, прикрепленного к пружине, и примере колебаний груза, подвешенного на нити. Анализ этих примеров мы будем проводить по общему плану: 1) определение колебательной системы; 2) формулировка упрощающих предположений; 3) составление уравнения движения; 4) выяснение причин колебаний и 5) определение периода колебания.

Пример 1. **Пружинный маятник.** Колебательная система в этом случае представляет собой совокупность некоторого тела и прикрепленной к нему пружины. Пружина может располагаться либо вертикально (вертикальный пружинный маятник), либо горизонтально (горизонтальный пружинный маятник). Здесь мы рассмотрим лишь второй случай. Однако все основные особенности, которые мы установим на его примере, можно считать одинаково справедливыми в обоих случаях. Для вертикального расположения пружины сместится лишь положение равновесия системы.

Анализ свободных колебаний, совершаемых пружинным маятником, значительно упрощается, если:

1) силы трения, действующие на тело, пренебрежимо малы, и потому их можно не учитывать;

2) деформации пружины в процессе колебаний тела невелики, так что можно их считать упругими и в соответствии с этим пользоваться законом Гука: $F_{\text{упр}\,x} = -kx$, где k — жесткость пружины.

По второму закону Ньютона произведение массы тела m на его ускорение $\vec{a}$ равно сумме всех сил, с которыми на него действуют окружающие тела по отдельности. Этих сил три: сила реакции опоры $\vec{N}$, сила тяжести $\vec{F}_т$ и сила упругости $\vec{F}_{упр}$. Но силы $\vec{N}$ и $\vec{F}_т$ уравновешивают друг друга и в сумме дают нуль. Поэтому остается лишь сила упругости, и уравнение движения тела принимает вид:

$$m\vec{a} = \vec{F}_{упр}.$$

Перепишем его в проекциях на горизонтальную ось OX. С учетом закона Гука получаем:

$$ma_x = -kx,$$

или:

$$a_x = -\frac{k}{m}x. \qquad (37.1)$$

Это уравнение называют *уравнением свободных колебаний пружинного маятника*. Следует помнить, что оно правильно описывает рассматриваемые колебания лишь тогда, когда выполнены сформулированные выше упрощающие предположения.

Для установления причин свободных колебаний пружинного маятника рассмотрим процесс колебания более подробно. Когда тело (рис. 58) отводится на расстояние A влево от положения равновесия, пружина оказывается сжатой и на тело начинает действовать сила упругости, направленная вправо. В этот момент она максимальна. Отпустим тело. Под действием силы упругости оно начнет двигаться с переменным ускорением вправо и через некоторое время, равное четверти периода, дойдет до положения равновесия. В этот момент сила упругости и ускорение обратятся в нуль. Но тело не остановится, а вследствие инертности сохранит в этот момент свою скорость и продолжит движение вправо. Пружина начнет растягиваться, и появится возрастающая сила упругости, направленная влево. Она будет тормозить движение тела, и через некоторое время на расстоянии A от положения равновесия тело на мгновение остановится, а затем начнет двигаться в обратную сторону к положению равновесия. Еще через некоторое время оно по инерции пройдет это положение и, наконец, снова окажется на расстоянии A сле-

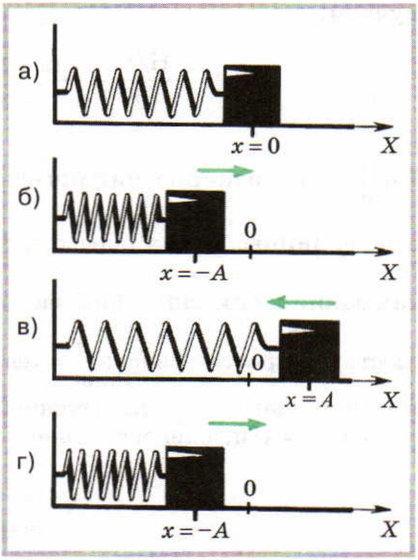


Рис. 58

ва от него. Тем самым завершится одно полное колебание. В дальнейшем все повторится сначала.

Таким образом, свободные колебания пружинного маятника имеют следующие *причины*:

1. Действие на тело силы упругости, пропорциональной смещению тела x от положения равновесия и направленной всегда к этому положению.

2. Инертность колеблющегося тела, благодаря которой оно не останавливается в положении равновесия (когда сила упругости обращается в нуль), а продолжает двигаться в прежнем направлении.

Для нахождения периода свободных колебаний пружинного маятника воспользуемся формулой:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \qquad (37.2)$$

Эта формула содержит циклическую частоту ω. Циклическая частота измеряется в $\frac{1}{\text{с}}$ и должна выражаться через те характеристики пружинного маятника, которые входят в его уравнение движения (37.1). В этом уравнении в качестве коэффициента перед координатой x стоит отношение $\frac{k}{m}$. В каких единицах измеряется это отношение? Жесткость k измеряется в Н/м, а $1\ \text{Н} = \frac{1\ \text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}^2}$. Поэтому для наименований отношения $\frac{k}{m}$ получаем:

$$\frac{\text{Н/м}}{\text{кг}} = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}^2 \cdot \text{м} \cdot \text{кг}} = \frac{1}{\text{с}^2} = \left(\frac{1}{\text{с}}\right)^2.$$

Но $\frac{1}{\text{с}}$ — это единица циклической частоты, а $\left(\frac{1}{\text{с}}\right)^2$ — это квадрат этой единицы. Таким образом, отношение $\frac{k}{m}$ измеряется в квадратах единицы циклической частоты. А раз так, то между $\frac{k}{m}$ и ω существует простая связь: $\frac{k}{m} = \alpha\omega^2$, где α — коэффициент без какого-либо наименования. Эксперимент показывает, что в данном случае $\alpha = 1$ и, следовательно,

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}. \qquad (37.3)$$

С помощью средств высшей математики можно показать, что это действительно так и наши не совсем строгие рассуждения являются верными.

Формула (37.3) показывает, что частота свободных колебаний не зависит от начальных условий и полностью определяется собственными характеристиками самой колебательной системы — в данном случае жесткостью k и массой m.

Подставляя формулу (37.3) в формулу (37.2), можно найти:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}. \qquad (37.4)$$

Полученное выражение определяет период свободных колебаний пружинного маятника. Если период T и жесткость k известны, то с помощью этого выражения можно найти массу тела m. Такой способ определения массы может быть использован в состоянии невесомости, когда обычные весы непригодны.

Пример 2. **Математический маятник.** Математический маятник — это материальная точка, подвешенная на невесомой и нерастяжимой нити, находящейся в поле тяжести Земли. Математический маятник — это идеализированная модель, правильно описывающая реальный маятник лишь при определенных условиях. Реальный маятник можно считать математическим, если длина нити l много больше размеров подвешенного на ней тела, масса нити ничтожно мала по сравнению с массой тела, а деформации нити настолько малы, что ими вообще можно пренебречь.

Колебательную систему в данном случае образуют нить, присоединенное к ней тело и Земля, без которой эта система не могла бы служить маятником.

Прежде чем приступить к выводу уравнения движения математического маятника, примем еще два упрощающих допущения:

1) будем считать, что силы трения, действующие на тело, пренебрежимо малы и потому их можно не учитывать;

2) мы будем рассматривать лишь малые колебания маятника с небольшим углом размаха (α не более 5°—8°).

По второму закону Ньютона произведение массы тела m на его ускорение $\vec{a}$ равно сумме всех сил, с которыми на него действуют окружающие тела по отдельности. Этих сил в данном случае две: сила натяжения нити $\vec{T}$ и сила тяжести $\vec{F}_т$. Поэтому уравнение движения маятника принимает вид:

$$m\vec{a} = \vec{T} + \vec{F}_т.$$

Перепишем это уравнение в проекциях на ось OX. Имеем:

$$ma_x = T_x + F_{тx}.$$

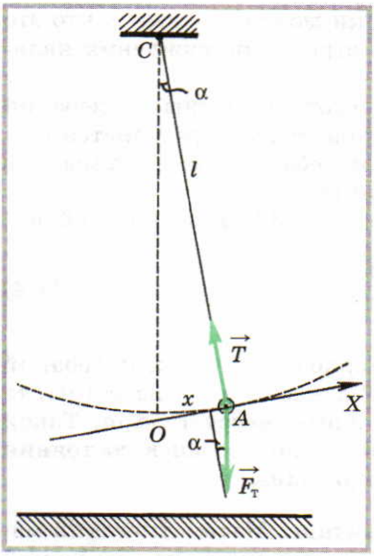


Рис. 59

Если ось OX провести через точку A, где находится в данный момент тело, по касательной к его траектории (рис. 59), то вектор $\vec{T}$ будет этой оси перпендикулярен, и потому его проекция T_x окажется равной нулю. Проекция же силы тяжести будет отрицательна и равна $F_{тx} = -F_т \sin\alpha = -mg \sin\alpha$. Значение $\sin\alpha$ можно найти из треугольника OAC: оно равно отношению противолежащего (по отношению к углу α) катета, т. е. x, к гипотенузе, т. е. OC. Но при малых колебаниях $OC \approx l$, где l — длина нити маятника. Поэтому $\sin\alpha = \frac{x}{l}$ и $F_{тx} = -\frac{mg}{l}x$. Подставляя это значение в уравнение движения маятника, получаем:

$$ma_x = -\frac{mg}{l}x. \qquad (37.5)$$

Отсюда

$$a_x = -\frac{g}{l}x.$$

Это уравнение называется *уравнением свободных колебаний математического маятника*. Если сравнить его с уравнением свободных колебаний пружинного маятника (37.1), то между ними можно заметить много общего: и в том и в другом случае проекция ускорения тела a_x пропорциональна координате тела, взятой с противоположным знаком. Если же в уравнении (37.5) коэффициент перед x обозначить через k:

$$k = \frac{mg}{l}, \qquad (37.6)$$

то эти уравнения вообще совпадут.

Таким образом, свободные колебания любых систем во всех случаях описываются аналогичными уравнениями.

В состоянии равновесия центр тяжести маятника занимает наинизшее положение. При любом отклонении маятника в ту или иную сторону сила натяжения нити заставляет маятник, двигаясь по окружности, несколько подниматься. Но направленная вниз сила тяжести препятствует такому подъему, тормозит его и через некоторое время обязательно останавливает. После этого маятник, удерживаясь по-прежнему силой натяжения на дуге окружности, начинает под действием силы тяжести опускаться.

В положении равновесия горизонтальные проекции всех сил, действующих на маятник, обращаются в нуль. Однако вследствие инертности маятник сохраняет в этот момент свою скорость и проходит положение равновесия. Сила натяжения, заворачивая маятник по дуге окружности вверх, снова заставляет его подниматься. Препятствующая этому сила тяжести вновь начинает замедлять движение, маятник через некоторое время останавливается и затем опять начинает двигаться обратно.

Следовательно, *причинами* свободных колебаний математического маятника являются:

1. Действие на маятник силы натяжения и силы тяжести, препятствующей его смещению из положения равновесия и заставляющей его снова опускаться.

2. Инертность маятника, благодаря которой он, сохраняя свою скорость, не останавливается в положении равновесия, а проходит через него дальше.

Чтобы найти период свободных колебаний математического маятника, подставим выражение (37.6) в формулу (37.4). Получаем:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}.$$

Период свободных колебаний математического маятника не зависит от его массы, а определяется лишь длиной нити и ускорением свободного падения в том месте, где находится маятник. Последнее обстоятельство позволяет с помощью изучения свободных колебаний маятника в различных местах земного шара определять для этих мест значения ускорения свободного падения. Такие измерения необходимы при гравиметрической разведке полезных ископаемых.

Формула периода колебания математического маятника впервые была установлена знаменитым голландским ученым Христианом Гюйгенсом (1629—1695). Получив эту формулу, Гюйгенс тем самым доказал, что *малые* колебания маятника происходят с периодом, не зависящим от их амплитуды. Используя это свойство, называемое *изохронностью* маятника, Гюйгенс в 1657 г. сконструировал первые маятниковые часы.

Нужно сказать, что свойство изохронности было открыто более чем за 20 лет до этого Галилеем. Галилей наблюдал в Пизанском соборе качания большой люстры на длинной цепи, которую толкнули при зажигании. В течение богослужения амплитуда колебаний люстры из-за сопротивления воздуха постепенно уменьшалась. Однако период колебаний, как заметил Галилей, воспользовавшись для измерения времени своим собственным пульсом, все время оставался неизменным. Обнаружив это, Галилей предложил использовать маятник для регулировки хода часов.

? **1.** Каковы причины свободных колебаний пружинного маятника? **2.** Чем определяется период этих колебаний? **3.** Что такое математический маятник? **4.** Каковы причины свободных колебаний математического маятника? **5.** Чем определяется период колебаний математического маятника? **6.** Что общего в уравнениях свободных колебаний обоих маятников? Напишите формулы, выражающие ускорение маятников через циклическую частоту колебаний ω и координату x.

§ 38. ПРЕВРАЩЕНИЯ ЭНЕРГИИ ПРИ КОЛЕБАТЕЛЬНОМ ДВИЖЕНИИ

Одним из условий, необходимых для возникновения свободных колебаний, является сообщение системе некоторой энергии. Дальнейшая «судьба» этой энергии зависит от того, действуют ли в системе силы трения или нет. В соответствии с этим рассмотрим два случая.

Случай А: трения нет

В отсутствие сил трения колебательная система является консервативной и для нее выполняется закон сохранения механической энергии: $E = E_k + E_p = \text{const}$. Для пружинного маятника полная механическая энергия

$$E = \frac{mv^2}{2} + \frac{kx^2}{2},$$

а для математического

$$E = \frac{mv^2}{2} + mgh.$$

Если в начальный момент времени маятник (все равно какой — пружинный или математический) отклонен от положения равновесия на расстояние $x = A$ и находится в состоянии покоя, то кинетическая энергия маятника равна нулю, и потому вся его энергия является потенциальной: $E = \frac{kA^2}{2}$ — для пружинного маятника или $E = mgH$ — для математического маятника (H — это максимальная высота подъема математического маятника).

Отпустим маятник. Он начнет двигаться к положению равновесия, и его потенциальная энергия начнет уменьшаться, а кинетическая вместе со скоростью — на столько же возрастать. В момент прохождения маятником положения равновесия координата маятника x (а также высота подъема математического маятника h) становится равной нулю. Поэтому в нуль обращается и потенциальная энергия. Вся энергия маятника при этом оказывается кинетической: $E = \frac{mv_{\max}^2}{2}$, где $v_{\max}$ — максимальная скорость, которую достигает маятник в момент прохождения положения равновесия.

Затем скорость маятника, а вместе с ней и кинетическая энергия начнут убывать, а потенциальная энергия — возрастать. И в некоторый момент времени, когда координата маятника снова (но уже с другой стороны от положения равновесия) достигнет амплитудного значения $x = -A$, полная энергия маятника опять окажется сосредоточенной в виде потенциальной.

Таким образом, в процессе свободных колебаний маятника его потенциальная энергия превращается в кинетическую, кинетическая в потенциальную, потенциальная затем снова в кинетическую и т. д. Но полная механическая энергия при этом остается неизменной.

Случай Б: трение есть

Если в колебательной системе действуют еще силы трения, то система перестает быть консервативной и ее полная механическая энергия уже не сохраняется. Эта энергия изменяется, и ее изменение равно работе сил трения:

$$\Delta E = A_{\text{тр}}.$$

Силы трения направлены в сторону, противоположную направлению движения маятника, и, совершая отрицательную работу, уменьшают его механическую энергию E. Но $E = \dfrac{kA^2}{2}$ (или $E = mgH$, где H также зависит от A). Поэтому уменьшение энергии E маятника ведет к уменьшению и амплитуды его колебаний A. Колебания, как говорят, *затухают*. График затухающих колебаний показан на рисунке 60.

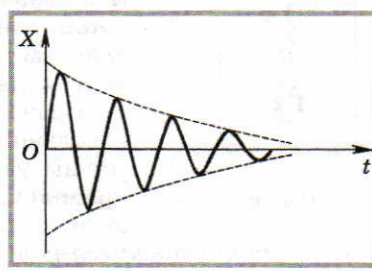


Рис. 60

Силы трения в той или иной степени действуют в любой колебательной системе. Поэтому на самом деле все свободные колебания с течением времени затухают. Однако когда трение в системе мало́, то на протяжении небольших интервалов времени затухание может быть незаметным.

На практике встречается необходимость как в уменьшении, так и в увеличении затухания. Например, ось балансира часов кончается остриями, которые упираются в хорошо отполированные конические подпятники из твердого камня (агата, рубина). В этом случае трение, а следовательно, и затухание уменьшаются.

Наоборот, колебания кузова на рессорах, возникающие при езде автомобиля по неровной дороге, необходимо гасить. С этой целью применяются специальные амортизаторы. С кузовом связывают поршень, который при колебаниях движется в цилиндре, заполненном жидкостью. Значительное сопротивление жидкости и приводит к затуханию колебаний.

? **1.** Какие превращения энергии происходят в колебательной системе при отсутствии трения? **2.** Что происходит с механической энергией колебательной системы при наличии трения? **3.** Почему амплитуда свободных колебаний с течением времени уменьшается?

§ 39. ВЫНУЖДЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ. РЕЗОНАНС

Из-за трения свободные колебания с течением времени затухают. Для того чтобы колебания были незатухающими, системе необходимо сообщать дополнительную энергию, нужную для поддержания колебаний и восполняющую убыль энергии, израсходованной на преодоление трения. Сделать это можно путем воздействия на систему какой-либо внешней, периодически изменяющейся силой.

Определение. Колебания, происходящие под действием внешней периодической силы, называются **вынужденными.**

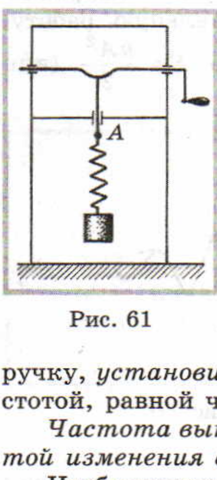


Рис. 61

Укрепим на кривошипе (рис. 61) пружинный маятник. При равномерном вращении ручки кривошипа на груз через пружину будет передаваться действие периодически изменяющейся внешней силы. Изменяясь с частотой, равной частоте вращения ручки, эта сила заставит груз совершать вынужденные колебания.

Сначала, правда, движение груза будет довольно сложным. Но спустя некоторое время мы увидим, что его движение становится правильным периодическим колебанием. При этом, с какой бы скоростью мы ни вращали ручку, *установившиеся* колебания груза будут происходить с частотой, равной частоте вращения ручки.

Частота вынужденных колебаний всегда совпадает с частотой изменения внешней силы.

Чтобы выяснить, от чего зависит амплитуда вынужденных колебаний, введем обозначения: ν — частота вынужденных колебаний (она же — частота изменения внешней силы), ν_0 — частота свободных колебаний; эта частота, как мы знаем, определяется собственными характеристиками колебательной системы, и потому у каждой системы она своя.

Рассмотрим два случая: сначала когда $\nu \neq \nu_0$, а затем когда $\nu = \nu_0$.

1. Если частота изменения внешней силы ν не равна частоте свободных колебаний системы ν_0, то внешняя сила будет действовать не в такт со свободными колебаниями самой системы. Поэтому окажется, что в процессе установления вынужденных колеба-

ний внешняя сила лишь в течение части периода совершает положительную работу и тем самым пополняет энергию системы. В течение же другой части периода направление внешней силы будет противоположно направлению движения колеблющегося тела, и потому ее работа будет отрицательна. В целом работа внешней силы за период окажется незначительной, и потому будет невелика и амплитуда установившихся колебаний. Эта амплитуда будет определяться максимальным значением действующей на систему внешней силы.

2. Если же частота изменения внешней силы ν совпадает с частотой свободных колебаний системы ν_0, то внешняя сила будет все время действовать в такт со свободными колебаниями этой системы. В этом случае на протяжении всего периода направление внешней силы совпадает с направлением движения колеблющегося тела. Поэтому совершаемая внешней силой работа все время будет положительной, и энергия системы к моменту установления колебаний успеет значительно возрасти. Резко возрастет при этом и амплитуда вынужденных колебаний.

Определение. Резкое возрастание амплитуды вынужденных колебаний при совпадении частоты изменения внешней силы, действующей на систему, с частотой свободных колебаний называется **резонансом**.

Впервые явление резонанса было описано Галилеем. В современных условиях его можно наблюдать с помощью того же пружинного маятника, который был описан выше (см. рис. 61). Если вращать ручку кривошипа очень медленно, то груз вместе с пружиной будет перемещаться вверх и вниз так же, как и точка подвеса *A*. Амплитуда колебаний при этом будет невелика. При более быстром вращении груз начнет колебаться сильнее и при частоте вращения, равной частоте свободных колебаний груза, амплитуда его вынужденных колебаний достигнет максимума. При дальнейшем увеличении частоты вращения ручки амплитуда вынужденных колебаний груза опять станет меньше. А очень быстрое вращение ручки оставит груз почти неподвижным: из-за своей инертности пружинный маятник просто будет не успевать следовать колебаниям внешней силы.

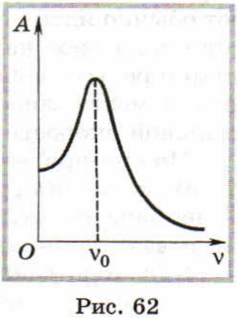


Рис. 62

На рисунке 62 показан график зависимости амплитуды вынужденных колебаний от частоты изменения внешней силы. Этот график называется *резонансной кривой*. Максимум этой кривой приходится на частоту ν_0[1].

[1] В действительности из-за влияния трения резонанс наступает при частоте изменения внешней силы, немного меньшей частоты свободных колебаний. Эта частота называется *резонансной*.

В отличие от свободных колебаний, когда система получает энергию лишь один раз (при выведении системы из состояния равновесия), в случае вынужденных колебаний система поглощает эту энергию от источника внешней периодической силы непрерывно. Эта энергия восполняет потери, расходуемые на преодоление трения, и потому полная энергия колебательной системы по-прежнему остается неизменной.

При резонансе амплитуда вынужденных колебаний, а вместе с ней и энергия колебательной системы максимальны. Это означает, что при $\nu = \nu_0$ поглощение системой энергии от внешнего источника происходит наиболее интенсивно.

Явление резкого увеличения поглощения энергии, наблюдающееся при совпадении частоты вынужденных колебаний с частотой свободных колебаний системы, называется *резонансным поглощением энергии*.

Явление резонанса играет большую роль в природе, науке и технике. Большинство сооружений и машин, обладая определенной упругостью, способно совершать свободные колебания. Поэтому внешние периодические воздействия могут вызвать их резонанс. Явление резонанса при этом может явиться причиной катастроф.

Для дополнительного чтения

Так, в 1750 г. близ города Анжера во Франции через цепной мост длиной 102 м шел в ногу отряд солдат. Частота их шага совпала с частотой свободных колебаний моста. В результате резонанса размахи колебаний моста увеличились настолько, что цепи оборвались и мост вместе с солдатами обрушился в реку.

В 1906 г. по аналогичным причинам обрушился так называемый Египетский мост в Петербурге, по которому проходил кавалерийский эскадрон. Поэтому теперь для предотвращения таких случаев войсковым частям при переходе через мосты приказывают обычно идти не в ногу, а вольным шагом. Поезда же переезжают мосты либо на медленном ходу, чтобы частота ударов колес о стыки рельсов была значительно меньше частоты свободных колебаний моста, либо, наоборот, проносятся через мосты на максимальной скорости.

Можно привести и другие примеры. Так, при некоторых частотах вращения гребного вала в резонанс входили целые корабли. А на заре развития авиации некоторые авиационные двигатели вызывали сильные резонансные колебания частей самолета.

Однако не следует думать, что резонанс играет только вредную роль и потому с ним всегда нужно бороться. Иногда его используют для решения важных практических задач, например для измерения частоты колебаний различных систем. Служащий для этого *язычковый частотомер* представляет собой набор укрепленных на общем основании упругих пластин различной длины. Жесткость и масса каждой пластины определяют частоту ν_0 ее свободных колебаний. При контакте частотомера с колебательной системой, частоту которой нужно определить, с наибольшей амплитудой начинает колебаться та пластина, частота ν_0 которой совпадает с измеряемой частотой.

Вынужденные колебания находят широкое применение в различных *вибрационных машинах*. Во многих таких машинах колебания возникают в результате периодических воздействий со стороны неуравновешенных вращающихся роторов (так называемых дебалансов).

Вибрационные машины применяют также для уплотнения бетонной смеси (виброплощадка), грунта (виброплита) и дорожных покрытий (виброкаток); для формовки железобетонных изделий (вибропрокат) и бурения различных пород в горнодобывающей промышленности; для разработки мерзлого грунта, а также в коммунальном хозяйстве (машины для стирки белья, скалывания льда с дорог и т. п.).

? **1.** Какие колебания называют вынужденными? **2.** Чем определяется частота вынужденных колебаний? **3.** Что такое резонанс? **4.** При каком условии и почему наблюдается резонансное поглощение энергии? **5.** Приведите примеры проявления резонанса.

ИТОГИ И ОБОБЩЕНИЯ

Движения, которые точно или приблизительно повторяются через одинаковые промежутки времени, называются механическими колебаниями. Колебания, которые возникают после того, как система была выведена из состояния равновесия и предоставлена самой себе, называют свободными, а колебания, происходящие под действием внешней периодической силы, — вынужденными.

Колебания характеризуют амплитудой, периодом, частотой и циклической частотой.

У свободных колебаний частота определяется собственными характеристиками самой колебательной системы, а у вынужденных — частотой изменения внешней силы.

Период свободных колебаний находится по формулам:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$ — для пружинного маятника;

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$ — для математического маятника.

Свободные колебания с течением времени затухают. Вынужденные колебания являются незатухающими.

При совпадении частоты изменения внешней силы с частотой свободных колебаний наблюдается явление резонанса — резкое возрастание амплитуды вынужденных колебаний.

Глава 8. МЕХАНИЧЕСКИЕ ВОЛНЫ

Помимо уже рассмотренных нами движений, почти во всех областях физики встречается еще один тип движения — *волны*. В механике отличительной особенностью этого движения, делающей его уникальным, является то, что в волне распространяются не сами тела или частицы вещества, а изменения в их состоянии (возмущения).

§ 40. РАСПРОСТРАНЕНИЕ ВОЗМУЩЕНИЙ В УПРУГОЙ СРЕДЕ

Круги, которые образуются при бросании камешков на спокойной до этого поверхности воды, возникнув в одном месте, сразу же начинают распространяться от него во все стороны.

Определение. Возмущения, распространяющиеся в пространстве с течением времени, называются **волнами**.

Волны бывают *механические* и *электромагнитные*[1]. Электромагнитные волны, представляющие собой распространяющиеся возмущения электромагнитного поля, будут рассмотрены в разделе «Электродинамика». Здесь же мы ограничимся изучением лишь механических волн. К механическим волнам относят упругие волны и волны на поверхности жидкости.

Определение. Упругие волны — это распространяющиеся возмущения упругой среды.

Среду называют *упругой*, если между ее частицами существуют силы взаимодействия, препятствующие ее деформации. *Возмущение* упругой среды — это любое отклонение частиц этой среды от положений равновесия.

Возмущения возникают в результате деформации среды в каком-либо ее месте. При этом волной они становятся только тогда, когда начинают распространяться.

Необходимым условием возникновения волны является появление в момент возникновения возмущения препятствующих ему сил, например сил упругости.

Обычно начальное возмущение в среде вызывается действием в ней какого-либо инородного тела, называемого *источником волны*.

Если действие источника имеет кратковременный характер, то в среде возникает *одиночная волна*, или *одиночный импульс*

[1] Сейчас ведутся также поиски гравитационных волн.

(рис. 63). Такую волну, например, можно получить в результате удара по длинной горизонтально натянутой резиновой трубке.

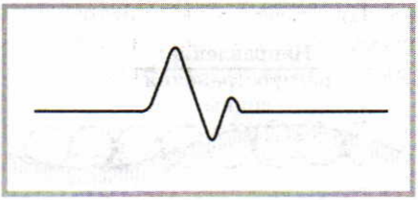


Рис. 63

Но источник волны может совершать и длительное колебательное движение. Тогда импульсы в среде пойдут один за другим.

В любом случае *механизм образования* волны выглядит следующим образом. Колеблющееся в упругой среде тело (источник волны) воздействует на прилегающие к нему частицы среды и заставляет их совершать вынужденные колебания. Среда вблизи колеблющегося тела деформируется, и в ней возникают силы, препятствующие ее деформации. В упругих волнах это силы упругости. Стремясь сблизить соседние частицы среды, если они расходятся, или, наоборот, растолкнуть их, когда они сближаются, эти силы действуют на все более удаленные от тела частицы среды, выводя их из положений равновесия. Постепенно все частицы, одна за другой, вовлекаются в колебательное движение, распространение которого и является волной.

В любой механической волне одновременно существуют два вида движения: колебания частиц среды и распространение возмущения.

Определение. Волна, в которой колебания частиц среды и распространение возмущения происходят в одном направлении, называется **продольной**, а волна, в которой частицы среды колеблются перпендикулярно направлению распространения возмущения, называется **поперечной**.

Как продольные, так и поперечные волны образуются только тогда, когда выполняется сформулированное выше общее условие, необходимое для возникновения любых волн.

В продольной волне возмущения представляют собой сжатия (или разрежения) среды, а в поперечной — смещения (сдвиги) одних слоев среды относительно других (рис. 64). Но деформация

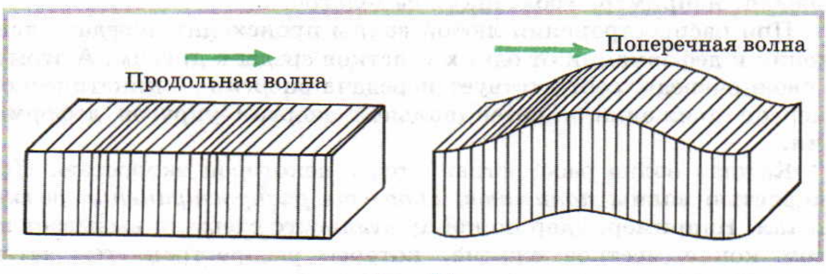


Рис. 64

Рис. 65

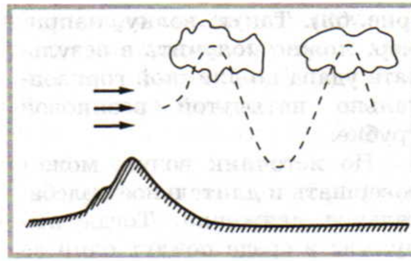


Рис. 66

сжатия всегда сопровождается возникновением сил упругости, в то время как деформация сдвига приводит к появлению сил упругости только в твердых телах; сдвиг слоев в газах и жидкостях возникновением сил упругости не сопровождается. Поэтому *продольные волны могут распространяться во всех средах (и в жидких, и в твердых, и в газообразных), а поперечные — только в твердых*.

Заметим, что **волны на поверхности воды** (или любой другой жидкости) не являются ни продольными, ни поперечными. Они имеют сложный продольно-поперечный характер, при котором частицы жидкости движутся по окружностям (рис. 65). В этом легко может убедиться каждый, понаблюдавший за перемещениями на воде брошенной в реку легкой щепки. Но это еще не все. Круговые движения частиц на поверхности воды сопровождаются их медленным перемещением в направлении распространения волны. Именно этим объясняются все те дары моря, которые можно обнаружить на берегу.

Сложный характер имеют также так называемые *горные волны*, возникающие в атмосфере при обтекании воздухом различных гор, возвышенностей и т. п. (рис. 66). Колебательные движения воздуха при этом продолжаются довольно долго после того, как данный объем воздуха миновал горное препятствие. На гребнях возникших волн воздух охлаждается, содержащийся в нем водяной пар конденсируется, и образуются облака. Горные волны существенно влияют на полет летательных аппаратов, часто порождая, например, «болтанку» самолетов.

При распространении любой волны происходит передача движения и деформации от одних участков среды к другим. А этому, в свою очередь, соответствует передача энергии — кинетической энергии движения и потенциальной энергии упругой деформации.

Каждая волна распространяется с некоторой скоростью. *Под* **скоростью волны** *понимают скорость распространения возмущения*. Например, удар по концу стального стержня вызывает на этом конце местное сжатие, которое распространяется затем вдоль стержня со скоростью около 5 км/с.

Скорость волны определяется свойствами среды, в которой эта волна распространяется. В твердых телах скорость продольных волн больше скорости поперечных. Это обстоятельство учитывается для определения местоположения очагов землетрясения.

Землетрясения являются источниками так называемых *сейсмических волн*, распространяющихся в земной коре в виде как продольных, так и поперечных волн. Первыми на регистрирующую станцию приходят продольные волны, затем поперечные. Зная скорости продольных и поперечных волн в земной коре и время запаздывания поперечной волны, можно определить расстояние до очага землетрясения.

Одной из важнейших характеристик любой волны является также длина волны.

Определение. **Длиной волны** называется расстояние, на которое распространяется волна за время, равное периоду колебания в ее источнике.

Длина волны обозначается греческой буквой λ (ламбда). Поскольку скорость волны — величина постоянная (для данной среды), то пройденное волной расстояние равно произведению скорости на время ее распространения. Таким образом, длина волны:

$$\lambda = vT.$$

Длина волны совпадает с расстоянием между двумя ближайшими гребнями (или впадинами) волны и зависит как от свойств среды (через скорость v), так и от свойств источника волны (через период его колебания T). Найдем связь скорости волны с ее частотой. Так как $T = \frac{1}{\nu}$, то $\lambda = v\frac{1}{\nu}$, и, следовательно:

$$v = \lambda\nu.$$

Здесь ν — частота колебаний в источнике, но она же равна и частоте колебаний частиц среды в волне, так как колебания этих частиц являются вынужденными.

Рассмотрим источник колебаний, совершающий колебания по гармоническому закону $y = y_m \cos \omega t$. y — физическая величина, характеризующая колебательный процесс. Для частиц твердого тела это может быть координата, для волны в газе или жидкости — избыточное давление, возникающее при сжатии и разряжении в продольной волне.

Пусть в колебательное движение со скоростью $\vec{v}$ вовлекаются частицы среды, окружающие источник колебаний. Тогда через время $\tau = \frac{x}{v}$ колебательный процесс распространится на расстояние x от источника, т. е. колебания в точке, удаленной от источника колебаний, будут запаздывать на время t и происходить по

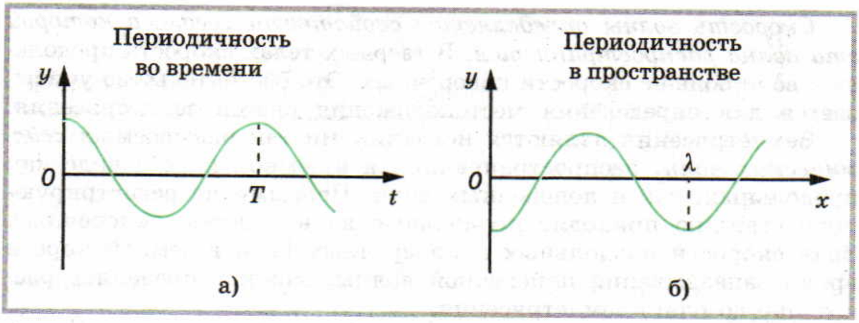


Рис. 67

тому же закону, что и колебания источника, создающего волну. Это означает, что характеристика волнового процесса y зависит не только от времени t, но и от координаты x.

Для источника гармонических колебаний можно записать

$$y = y_m \cos\omega\left(t - \frac{x}{v}\right) = y_m \cos\frac{2\pi}{T}\left(t - \frac{x}{v}\right).$$

Зависимость физических величин, характеристик среды, в которой распространяется механическая волна, созданная источником гармонических колебаний, называют **уравнением гармонической волны.**

Анализируя это уравнение, можно сделать вывод о том, что для данной точки пространства ($x = \text{const}$) колебания происходят по гармоническому закону с течением времени. Для данного момента времени ($t = \text{const}$) зависимость физических величин, характеризующих волну, например координаты, от расстояния x от источника колебаний до данной точки также представляет собой косинусоиду (или синусоиду) (рис. 67).

График на рисунке 67, *а* отражает временную, а график на рисунке 67, *б* — пространственную периодичность волны.

? **1.** Что такое волны? **2.** Какие волны называют упругими? **3.** В чем заключается необходимое условие возникновения волны? **4.** Опишите механизм образования волны. **5.** Какие волны называют продольными? поперечными? **6.** В каких средах распространяются продольные волны? поперечные? **7.** Что такое длина волны? От чего она зависит? **8.** Что такое уравнение волны? **9.** Какие два графика выражают периодичность волнового процесса?

§ 41. ЗВУКОВЫЕ ВОЛНЫ

Продольные упругие волны, распространяющиеся в газе, жидкости и твердых телах, невидимы. Однако при определенных условиях их можно услышать. Так, если мы возбудим колебания длинной стальной линейки, зажатой в тисках, то порождаемые ею волны мы не услышим (рис. 68, *а*). Но если укоротить

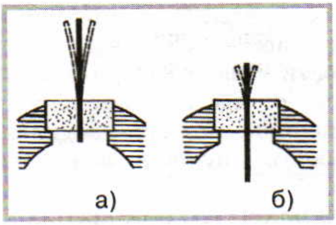


Рис. 68

Рис. 69

выступающую часть линейки и тем самым увеличить частоту ее колебаний, то мы обнаружим, что линейка начнет звучать (рис. 68, *б*).

Определение. Упругие продольные волны, вызывающие у человека слуховые ощущения, называются **звуковыми волнами**, или просто **звуком**[1].

Человеческое ухо способно воспринимать упругие механические волны с частотой ν от 16 Гц до 20 кГц. Упругие волны с частотой $\nu < 16$ Гц называются *инфразвуком*, а волны с частотой $\nu > 20$ кГц — *ультразвуком*[2] (рис. 69).

Частоты в диапазоне от 16 Гц до 20 кГц называют *звуковыми*. Тело, колеблющееся со звуковой частотой, создает в окружающей среде звуковую волну.

В газах и жидкостях звуковые волны распространяются в виде продольных волн сжатия и разрежения. Сжатия и разрежения среды, возникающие вследствие колебаний источника звука (струны, ножек камертона, голосовых связок и т. п.), через некоторое время достигают человеческого уха и, заставляя барабанную перепонку уха совершать вынужденные колебания, вызывают у человека определенные слуховые ощущения.

В вакууме звуковые волны распространяться не могут, так как там нечему колебаться. В этом можно убедиться на простом опыте. Если поместить под стеклянный колокол воздушного насоса электрический звонок, то по мере выкачивания воздуха мы обнаружим, что звук будет становиться все слабее, пока не прекратится совсем.

Звук в газах. Известно, что во время грозы мы сначала видим вспышку молнии и лишь затем слышим раскаты грома. Это запаздывание возникает из-за того, что скорость звука в воздухе значительно меньше скорости света. Скорость звука в воздухе впервые измерил французский ученый Марен Мерсенн в 1646 г. При температуре +20 °С она равна 343 м/с, т. е. 1235 км/ч.

---

[1] Имеется в виду звук в узком смысле слова. В широком смысле слова под звуком понимают любые упругие продольные волны, распространяющиеся в твердых, жидких и газообразных средах.

[2] Различают еще волны сверхвысоких частот с ν от 10^9 до 10^{13} Гц, называемые *гиперзвуком*.

Скорость звука зависит от температуры среды. С увеличением температуры она возрастает, а с уменьшением — убывает.

Скорость звука не зависит от плотности газа, в котором этот звук распространяется. Однако она зависит от массы его молекул. Чем больше масса молекул газа, тем меньше скорость звука в нем. Так, при температуре 0 °С скорость звука в водороде 1284 м/с, а в углекислом газе — 259 м/с.

Звук в жидкостях. Скорость звука в жидкостях, как правило, больше скорости звука в газах. Скорость звука в воде впервые была измерена в 1826 г. Опыты проводились на Женевском озере в Швейцарии. На одной лодке поджигали порох и одновременно ударяли в колокол, опущенный в воду. Звук этого колокола с помощью специального рупора, также опущенного в воду, улавливался на другой лодке, которая находилась на расстоянии 14 км от первой. По разности времени между вспышкой света и приходом звукового сигнала определили скорость звука в воде. При температуре 8 °С она оказалась равной 1435 м/с.

В жидкостях скорость звука, как правило, уменьшается с ростом температуры. Вода является исключением из этого правила. В ней скорость звука увеличивается с ростом температуры и достигает максимума при температуре 74 °С, а при дальнейшем увеличении температуры она уменьшается.

Нужно сказать, что человеческое ухо плохо «работает» под водой. Бóльшая часть звука при этом отражается от барабанной перепонки и потому слуховых ощущений не вызывает. Именно это в свое время дало основание нашим предкам считать подводный мир «миром молчания». Отсюда же и выражение «нем как рыба». Однако еще Леонардо да Винчи предлагал слушать подводные звуки, приложив ухо к веслу, опущенному в воду. Воспользовавшись таким способом, можно убедиться в том, что рыбы на самом деле довольно болтливы.

Звук в твердых телах. Скорость звука в твердых телах еще больше, чем в жидкостях. Только здесь следует учитывать, что в твердых телах могут распространяться как продольные звуковые волны, так и поперечные. Скорость этих волн, как мы знаем, различна. Например, в стали поперечные волны распространяются со скоростью 3300 м/с, а продольные — со скоростью 6100 м/с.

В том, что скорость звука в твердом теле больше, чем в воздухе, можно убедиться следующим образом. Если ваш товарищ ударит по одному концу рельса, а вы приложите ухо к другому концу, то будут слышны два удара. Сначала звук достигнет вашего уха по рельсу, а затем — по воздуху.

Хорошо распространяется звук по земле. Поэтому в старые времена при осаде в крепостных стенах помещали «слухачей», которые по звуку, передаваемому землей, могли определить, ведет ли враг подкоп к стенам или нет. Прикладывание уха к земле также позволяло обнаружить приближение вражеской конницы.

Помимо слышимых звуков, в земной коре распространяются и инфразвуковые волны, которые человеческое ухо уже не воспринимает. Такие волны могут возникать при землетрясениях.

Мощные инфразвуковые волны, распространяющиеся как в земле, так и в воздухе, возникают также при извержении вулканов и взрывах атомных бомб. Источником инфразвука могут служить и вихри воздуха в атмосфере, грозовые разряды, орудийные выстрелы, ветер, обтекающий гребни морских волн, работающие двигатели реактивных самолетов и т. п.

Ультразвук тоже не воспринимается человеческим ухом. Однако его способны излучать и улавливать некоторые животные, например летучие мыши и дельфины. В технике для получения ультразвука используют специальные устройства.

? **1.** Что такое звук? **2.** Колебания каких частот способно воспринимать человеческое ухо? **3.** От чего зависит скорость звука в газах? **4.** Что такое инфра- и ультразвук?

§ 42. ГРОМКОСТЬ И ВЫСОТА ЗВУКА. ЭХО

Слуховые ощущения, которые у нас вызывают различные звуки, во многом зависят от амплитуды звуковой волны и ее частоты. Амплитуда и частота являются *физическими* характеристиками звуковой волны. Этим физическим характеристикам соответствуют определенные *физиологические* характеристики, связанные с нашим субъективным восприятием звука. Такими физиологическими характеристиками являются громкость и высота звука.

Громкость звука определяется его амплитудой: *чем больше амплитуда колебаний в звуковой волне, тем громче звук*. Так, когда колебания звучащего камертона затухают, вместе с амплитудой уменьшается и громкость звука. И наоборот, ударив по камертону сильнее и тем самым увеличив амплитуду его колебаний, мы вызовем и более громкий звук.

Громкость звука зависит также от того, насколько чувствительно наше ухо к данному звуку. Наибольшей чувствительностью человеческое ухо обладает к звуковым волнам с частотой 1—5 кГц.

Высота звука определяется его частотой: *чем больше частота колебаний в звуковой волне, тем выше звук; колебаниям небольшой частоты соответствуют низкие звуки*.

Так, например, шмель машет в полете своими крылышками с меньшей частотой, чем комар. Поэтому полет шмеля сопровождается низким звуком (жужжанием), а полет комара — высоким (писком).

Звуковую волну определенной частоты иначе называют *музыкальным тоном*. Поэтому о высоте звука часто говорят как о высоте тона.

Основной тон с «примесью» нескольких колебаний других частот образует *музыкальный звук*.

При обычной речи в мужском голосе встречаются колебания с частотой от 100 до 7000 Гц, а в женском — от 200 до 9000 Гц. Наиболее высокочастотные колебания входят в состав звука согласной «с». Чтобы обеспечить понятность речи, достаточно воспроизвести область частот от 300 до 2000 Гц. Такую область частот обычно воспроизводит телефон.

Частотный состав звука определяет его *тембр* (окраску).

Если состав звука является очень сложным (в нем присутствуют колебания со множеством частот и произвольно меняющимися амплитудами), то такой звук вызывает у нас ощущение *шума*.

Особое физиологическое воздействие способны оказывать на человека звуки низкой частоты, приближающиеся к инфразвуку. Влияние этих звуков объясняется явлением резонанса. Внутренние органы нашего тела имеют частоту свободных колебаний, лежащую в области инфразвука. Поэтому звуковые волны близких к нему низких частот заставляют эти органы вибрировать, что при достаточно большой силе звука может привести даже к внутренним кровоизлияниям.

Специальные опыты показали, что облучение людей достаточно интенсивным инфразвуком может вызвать потерю чувства равновесия, подташнивание, непроизвольные вращения глазных яблок и другие последствия.

Резонансным влиянием на человеческий организм низкочастотных звуков объясняется и возбуждающее действие современной рок-музыки, насыщенной многократно усиленными низкими частотами барабанов, бас-гитар и т. п.

Характер восприятия звука, его слышимость зависят и от планировки помещения, в котором слушается речь или музыка. Объясняется это тем, что в закрытых помещениях слушатель воспринимает, кроме прямого звука, еще и слитный ряд быстро следующих друг за другом его повторений, вызванных многократными отражениями звука от находящихся в помещении предметов, стен, потолка и пола.

Увеличение длительности звука, вызванное его отражениями от различных препятствий, называется *реверберацией*. Реверберация велика в пустых помещениях, где она приводит к гулкости. И наоборот, помещения с мягкой обивкой стен, драпировками, шторами, мягкой мебелью, коврами, а также наполненные людьми хорошо поглощают звук, и потому реверберация в них незначительна.

Отражением звука объясняется и эхо. Эхо — это звуковые волны, отраженные от какого-либо препятствия (зданий, холмов, леса и т. п.) и возвратившиеся снова к источнику. Если до нас доходят звуковые волны, последовательно отразившиеся от нескольких препятствий и разделенные интервалом времени $t \geqslant 50—60$ мс, то возникает многократное эхо. Некоторые из таких эхо приобрели всемирную известность. Так, например, скалы, раскинутые в форме круга возле Адерсбаха в Чехии, в определенном месте троекратно повторяют 7 слогов. А в замке Вудсток в Англии эхо отчетливо повторяет 17 слогов.

Для дополнительного чтения

Большое практическое значение имеет архитектурная и строительная акустика, в которой решаются задачи достижения хорошей слышимости речи и музыки в закрытых помещениях и снижения уровней шума, разрабатываются звукоизолирующие и звукопоглощающие материалы.

Для метеорологии важное значение имеет атмосферная акустика, в которой исследуются особенности распространения звука в атмосфере.

В музыкальной акустике изучаются закономерности музыки в связи с ее восприятием и исполнением; исследуются музыкальные инструменты, музыкальный слух и певческие голоса; разрабатываются вопросы акустики радиостудий, студий звукозаписи, стереофонической записи и воспроизведения звука и др.

Звук является единственно возможным средством получения информации и средством связи под водой. Использующиеся при этом *эхолоты* и *гидролокаторы* позволяют измерять глубину моря, решать различные навигационные задачи, осуществлять рыбопромысловую разведку.

В промышленности по отражению ультразвука от трещин в металлической отливке судят о дефектах в изделиях.

С помощью ультразвука удается осуществить пайку алюминиевых изделий, что никаким другим методом сделать не удается из-за наличия на поверхности алюминия плотного слоя оксидной пленки.

Наконечник же ультразвукового паяльника не только нагревается, но и совершает колебания с частотой около 20 кГц.

Преобразование ультразвука в электрические колебания, а их затем в свет позволяет осуществить *звуковидение*. Звуковидение позволяет видеть предметы в непрозрачной для света среде.

Практическое применение находит и инфразвук. С помощью его можно определять места сильных взрывов или положение стреляющего орудия, осуществлять контроль за подземными ядерными взрывами, предсказывать цунами и т. п.

? **1.** Чем определяется громкость звука? **2.** Чем определяется высота звука? **3.** Из чего «состоит» музыкальный звук? **4.** Что такое эхо?

ИТОГИ И ОБОБЩЕНИЯ

Распространяющиеся возмущения упругой среды называют упругими волнами. Волны бывают продольными и поперечными. Продольные волны могут распространяться во всех средах, а поперечные — только в твердых.

Расстояние, на которое распространяется волна за время, равное периоду колебания в ней, называется длиной волны:

$$\lambda = \upsilon T.$$

Длина волны зависит как от свойств источника волны, так и от свойств среды, в которой она распространяется. Частота колебаний в волне равна частоте колебаний источника и от свойств среды не зависит. Скорость же волны полностью определяется свойствами самой среды.

Упругие волны с частотой от 16 Гц до 20 кГц способны вызывать у человека слуховые ощущения и потому называются звуковыми. При этом волны, у которых частота $\nu < 16$ Гц, называются инфразвуком, а волны, у которых $\nu > 20$ кГц, — ультразвуком.

Изучению звука посвящена специальная область физики — *акустика.*

ЗАКЛЮЧЕНИЕ К РАЗДЕЛУ «МЕХАНИКА»

В Средние века мир представлялся людям как грандиозный спектакль, главным героем которого был человек. После Ньютона человек перестал быть центром Вселенной. Людям открылся мир, не подчиняющийся их воле и развивающийся по объективным законам, не зависящим от человеческого сознания. «Ньютон, — писал французский ученый Лагранж, — был величайшим гением из всех, когда-либо существовавших, и самый счастливый, ибо только однажды дано человеку открыть систему мира».

В течение двухсот лет законы механики, открытые Ньютоном, считались единственно фундаментальными законами природы, и потому все явления природы старались свести к механическим процессам. Однако последующие открытия показали невозможность сведения всех явлений природы только лишь к механическим. Благодаря титаническому и самоотверженному труду многих ученых XIX—XX вв. были открыты новые законы природы, являющиеся не менее фундаментальными, а иногда даже и более общими, чем законы механики Ньютона. Были созданы электродинамика, теория относительности и другие теории. Картина мира обогатилась новыми красками и наполнилась более богатым и глубоким содержанием. Вместе с тем, как писал Эйнштейн, «пусть никто не думает, что великое создание Ньютона может быть ниспровергнуто теорией относительности или какой-нибудь другой теорией. Ясные и широкие идеи Ньютона навечно сохранят свое значение фундамента, на котором построены наши современные физические представления».

И сегодня, как много лет назад, законы Ньютона продолжают играть важнейшую роль в практической деятельности людей. Ручной труд все более вытесняется различными механизмами и машинами. И все успехи в механизации производства, которые мы наблюдаем в настоящее время и которые связаны с производством и использованием строительных механизмов, транспорта, гидравлических машин, почвообрабатывающих и уборочных сельскохозяйственных машин, с развитием гидро- и аэроэнергетики, авиации и космонавтики, — все они возможны благодаря применению законов классической механики, основы которой были созданы Ньютоном.

ТЕОРИЯ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

Осенью 1919 г. весь мир облетела весть о том, что астрономические данные подтвердили новую и совершенно «фантастическую» теорию пространства, времени и тяготения — теорию относительности Альберта Эйнштейна. 8 ноября лондонская газета «Таймс» опубликовала статью под названием «Революция в науке. Эйнштейн против Ньютона. Мнения выдающихся физиков». Через 10 дней та же газета призвала своих читателей не оскорбляться тем, что только 12 человек во всем мире способны понять теорию «внезапно прославившегося доктора Эйнштейна». В течение целого месяца со страниц газет не сходили заголовки «Революция в науке», «Отказ от взглядов Ньютона», «Триумф теории Эйнштейна», «Тяжелые времена для ученых», «Не понимаю Эйнштейна»... 7 декабря в передовой статье «Нью-Йорк Таймс» утверждалось даже, что «богохульства в адрес пространства и времени привели некоторых астрономов в ужас, и в течение по крайней мере нескольких дней им казалось, что рушатся основы человеческого знания». Наконец, 14 декабря берлинский еженедельник поместил на первой полосе фотографию Эйнштейна с подписью: «Альберт Эйнштейн — новый гигант мировой истории; его исследования, приведшие к полному перевороту в наших представлениях о природе, можно сравнить с открытиями Коперника, Кеплера и Ньютона».

Бремя великой славы легло на плечи Эйнштейна. В его берлинскую квартиру на Габерландштрассе, 5, начали приходить потоки писем, писем на разных языках и со всего света. Доходили даже такие письма, на конвертах которых стояло лишь два слова: «Европа, Эйнштейну».

Из многих городов разных стран Эйнштейн получает приглашения прочитать лекции по новой теории. Эйнштейн посещает Голландию, Чехословакию, Австрию, Америку, Францию, Индию, Китай, Японию, Палестину, Испанию... В Аризоне индейцы присвоили Эйнштейну имя Вождь Великой Относительности.

В 1921 г. Эйнштейн посетил Лондон и с благоговением возложил венок на могилу Ньютона в Вестминстерском аббатстве.

В свое время Лагранж назвал Ньютона счастливейшим из гениев, так как «только однажды дано человеку открыть систему мира». Лагранж ошибся. Картина мира, созданная Ньютоном, просуществовав двести с лишним лет, уступила место вселенной Эйнштейна...

§ 43. КЛАССИЧЕСКИЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ О ПРОСТРАНСТВЕ, ВРЕМЕНИ И ДВИЖЕНИИ

На протяжении веков в науке господствовали **классические представления о пространстве, времени и движении:** *пространство и время считались абсолютными, а фундаментальная скорость — бесконечно большой.* Эти представления лежали в основе классической механики Ньютона и в концентрированном виде выражались преобразованиями Галилея. Наряду с поворотом, параллельным переносом в пространстве и сдвигом во времени они составляли *группу симметрии* классической механики **(группу Галилея).**

Напомним, что *преобразования Галилея* связывают друг с другом координаты и время любого события в двух разных инерциальных системах отсчета (ИСО). Если координатные оси в этих системах ориентированы так, как это показано на рисунке 70, причем в нулевой момент времени начала систем координат *0* и *0′* совпадали, то эти преобразования могут быть записаны в виде

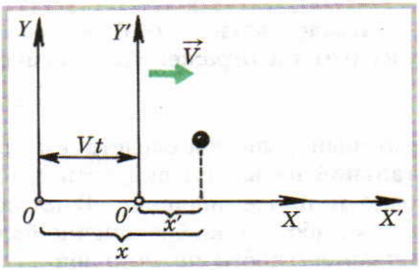


Рис. 70

$$\begin{cases} x' = x - Vt, \\ y' = y, \\ z' = z, \\ t' = t \end{cases} \quad (43.1) \quad \text{или} \quad \begin{cases} x = x' + Vt', \\ y = y', \\ z = z', \\ t = t'. \end{cases} \quad (43.2)$$

Нештрихованные величины здесь характеризуют место и момент наступления данного события в неподвижной системе отсчета K, а величины со штрихом — место и момент наступления того же события в системе отсчета K', движущейся относительно системы K с постоянной скоростью $\vec{V}$.

Представление об абсолютности времени фиксируется в преобразованиях Галилея последним соотношением, из которого следует, что течение времени не зависит от выбора системы отсчета и промежутки времени между двумя данными событиями во всех ИСО одинаковы:

$$\Delta t' = \Delta t. \quad (43.3)$$

Представление об абсолютности пространства вытекает из абсолютности времени и означает независимость от выбора системы отсчета пространственных длин:

$$l' = l. \quad (43.4)$$

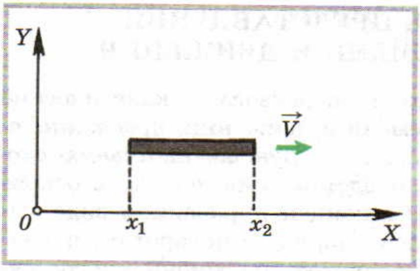


Рис. 71

Под длиной отрезка в заданной системе отсчета (рис. 71) понимается модуль разности координат его концов, измеренных в один и тот же момент времени. Но разность этих координат инвариантна относительно преобразованиям Галилея:

$$x'_2 - x'_1 = (x_2 - Vt) - (x_1 - Vt) = x_2 - x_1,$$

что и выражается равенством (43.4).

Представление о бесконечности фундаментальной скорости отражено в классическом законе сложения скоростей:

$$\vec{v} = \vec{v}' + \vec{V}, \qquad (43.5)$$

который является следствием преобразований Галилея. **Фундаментальной** называют скорость c, имеющую во всех системах отсчета одно и то же значение. В классической механике считается, что $c = \infty$, ибо только бесконечно большая скорость обладает свойством инвариантности по отношению к преобразованиям Галилея. В самом деле, если, например, в системе отсчета K' скорость $v' = \infty$, то и в любой другой системе отсчета K она будет равна тому же самому значению:

$$v = v' + V = \infty + V = \infty = v'.$$

При этом любая другая (конечная) скорость таким свойством (свойством инвариантности) согласно классическому закону сложения скоростей не обладает и потому фундаментальной не является.

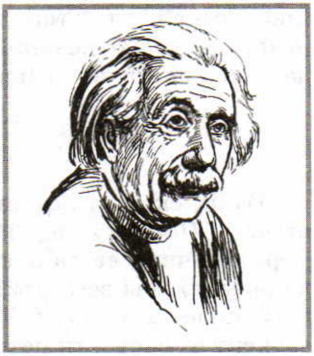
Представления о пространстве, времени и движении, лежащие в основе механики Ньютона, соответствуют повседнѐвному опыту, очень привычны и понятны. Поэтому неудивительно, что на протяжении веков они не вызывали ни у кого сомнений. Ситуация казалась ясной и безоблачной. Небо на горизонте науки было чистым, и ничто не предвещало грозы. «Счастливый Ньютон, счастливое детство науки!» — улыбался Эйнштейн, думая о том времени.

? **1.** Какие системы отсчета называют инерциальными? **2.** В чем заключаются классические представления о пространстве, времени и движении? **3.** Какие принципы симметрии вы знаете?

§ 44. ПОСТУЛАТЫ ЭЙНШТЕЙНА

Для дополнительного чтения

Впервые Альберт Эйнштейн стал задумываться над вопросами, которые впоследствии легли в основу теории относительности, в 1895 г. Ему в то время исполнилось 16 лет, и он, не доучившись одного года, сбежал из ненавистной ему своей муштрой и зубрежкой гимназии к своим родителям в Италию.



Альберт Эйнштейн

В октябре того же года Альберт отправился в Цюрих поступать в политехникум. И хотя он был способным учеником и на «отлично» сдал физику и математику, поступить в политехникум ему тогда не удалось. Директор этого учебного заведения, плененный математической эрудицией Эйнштейна, посоветовал Альберту сначала все-таки закончить среднюю школу и, получив аттестат зрелости, снова приходить поступать. Эйнштейн так и сделал. Вот оценки из его аттестата зрелости (при высшем балле, равном 6): немецкий язык — 5, итальянский — 5, история — 6, география — 4, алгебра — 6, геометрия — 6, начертательная геометрия — 6, физика — 6, химия — 5, естественная история — 5, рисование — 4, черчение — 4.

Завершив четырехлетний курс обучения в политехникуме, Эйнштейн стал школьным учителем физики. Один из его учеников так описал его: «Роста около 175 см, широкоплечий, немного сутулый, кожа чуть смуглая, чувственный рот, черные усы, нос с небольшой горбинкой, блестящие карие глаза, приятный голос, правильный французский с легким акцентом».

Через несколько месяцев Эйнштейн уволился из школы и в 1902 г. устроился работать техническим экспертом третьего класса в Федеральном патентном бюро в Берне. На протяжении всего этого времени Эйнштейн не переставал заниматься наукой и в 1905 г. опубликовал статьи, которые впоследствии принесли ему Нобелевскую премию по физике.

В основу своей теории, которая позже получила название **частной (или специальной) теории относительности**, Эйнштейн положил два постулата[1]. Согласно одному из них:

> Скорость света в вакууме во всех инерциальных системах отсчета одна и та же.

[1] Постулат — это утверждение, принимаемое без доказательства, синоним термина «аксиома» в математике. В физике постулаты являются результатом обобщения опытных фактов.

Физическая суть этого постулата заключается в утверждении *конечности фундаментальной скорости*. Эта скорость согласно данному постулату совпадает со скоростью света в вакууме:

$$c \approx 300\,000 \text{ км/с}.$$

Итак, скорость света в вакууме не зависит от выбора системы отсчета. Поэтому, переходя от одной системы отсчета (где, например, источник света покоится) к другой (относительно которой он движется), мы все время будем получать для скорости света одну и ту же величину c. Скорость света в вакууме, таким образом, не зависит от скорости источника и не может быть ни уменьшена, ни увеличена. Она, следовательно, является фундаментальной физической константой.

Мысль о том, что свет остановить нельзя, впервые осенила Эйнштейна за 10 лет до опубликования своей первой работы по теории относительности. Впоследствии независимость скорости света от движения источника неоднократно проверялась на опыте. Так, например, в 1956 г. советские ученые А. М. Бонч-Бруевич и В. А. Молчанов, измерив скорости света от правого и левого краев Солнца (один из которых из-за осевого вращения Солнца приближается к нам со скоростью 2,3 км/с, а другой — с такой же скоростью удаляется), обнаружили, что в обоих случаях скорости света совпадают. Наиболее точная проверка постоянства скорости света была осуществлена Т. Альвегером с сотрудниками в 1964 г. В этом опыте измерялась скорость светового излучения, возникающего при распаде быстродвижущихся элементарных частиц (π^0-мезонов). Скорость этих частиц, как показали измерения, не влияла на скорость света, которая по-прежнему была равной c.

В качестве второго постулата своей теории Эйнштейн сформулировал **принцип относительности** применительно ко всем законам физики (а не только механическим).

Законы физики во всех инерциальных системах отсчета имеют один и тот же вид.

«Представьте себе, — поясняет Эйнштейн, — двух физиков. У обоих есть вся мыслимая физическая аппаратура, у каждого из них — своя лаборатория. Предположим, что лаборатория одного из них находится где-то в открытом поле, а лаборатория другого — в железнодорожном вагоне, который движется с постоянной скоростью в определенном направлении. Принцип относительности гласит: если оба эти физика изучают с помощью всех своих приборов законы природы — один в лаборатории, находящейся в состоянии покоя, а другой в лаборатории, размещенной в железнодорожном вагоне, то при условии, что поезд не испытывает сотрясений и идет равномерно, ими будут обнаружены одни и те же законы природы».

До Эйнштейна этот принцип использовали в сочетании с преобразованиями Галилея, считая, что именно эти преобразования соответствуют переходу от одной ИСО к другой и потому именно они должны оставлять законы физики неизменными по форме. Уверенность в этом была основана на том, что все основные уравнения классической механики при таких преобразованиях действительно сохраняли свою форму. В этом можно убедиться на примере второго закона Ньютона: $m\vec{a} = \vec{F}$, который в самом деле не меняется при преобразованиях Галилея, поскольку все величины, входящие в данный закон, инвариантны по отношению к этим преобразованиям: $m' = m$, $\vec{a}' = \vec{a}$, $\vec{F}' = \vec{F}$.

Однако из преобразований Галилея, как мы знаем, следует, что фундаментальная скорость должна быть бесконечно большой, в то время как согласно первому постулату Эйнштейна она равна скорости света в вакууме. Что делать? Эйнштейн решает отказаться от преобразований Галилея, а вместе с ними и от всех тех классических представлений о пространстве и времени, о которых говорилось в § 43. Этот шаг требовал огромной научной смелости, ибо он означал коренной пересмотр самых глубоких, самых основных представлений не только физики, но и вообще науки того времени. Мало кто из ученых мог решиться на это[1]. Но Эйнштейну было 26 лет, и смелости ему было не занимать.

Чтобы легче было понять необходимость отказа от классических представлений о пространстве и времени, рассмотрим следующую ситуацию (мысленный опыт). Пусть из одного конца движущегося вагона в другой посылается световой сигнал (рис. 72). Предположим, что сначала он распространяется вправо (по ходу поезда), а затем влево (назад). Опишем распространение света между стенками вагона с точки зрения наблюдателей из двух разных инерциальных систем отсчета: системы отсчета, связанной с Землей (K), и системы отсчета, связанной с самим вагоном (K'). Результаты нашего рассмотрения занесем в следующую таблицу.

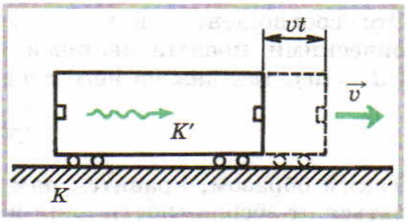


Рис. 72

[1] Почти одновременно с Эйнштейном к аналогичным выводам с точки зрения математических соотношений пришел лишь один человек — знаменитый французский ученый Анри Пуанкаре. Однако создать новую теорию ему не удалось.

	Система K'	Система K
1. Длина вагона	l'	l
2. Время распространения света вправо	t'	t_1
3. Путь, пройденный светом при распространении вправо	l'	$l + Vt_1$
4. Скорость света	$c = \dfrac{l'}{t'}$	$c = \dfrac{l + Vt_1}{t_1}$
5. Время распространения света влево	t'	t_2
6. Путь, пройденный светом при распространении влево	l'	$l - Vt_2$
7. Скорость света	$c = \dfrac{l'}{t'}$	$c = \dfrac{l - Vt_2}{t_2}$

Из 4-й и 7-й строк этой таблицы следует, что полное время распространения света туда и обратно составляет:

а) по часам системы отсчета K

$$\Delta t = t_1 + t_2 = \frac{l}{c - V} + \frac{l}{c + V} = \frac{2l}{c} = \left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right)^{-1}; \qquad (44.1)$$

б) по часам системы отсчета K'

$$\Delta t' = t' + t' = \frac{l'}{c} + \frac{l'}{c} = \frac{2l'}{c}. \qquad (44.2)$$

Из выражений (44.1) и (44.2) можно получить следующее соотношение:

$$\frac{\Delta t'}{l'} = \frac{\Delta t}{l}\left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right). \qquad (44.3)$$

Это соотношение, как легко заметить, несовместимо с классическими представлениями о пространстве ($l' = l$) и времени ($\Delta t' = \Delta t$), так как из него следует, что

$$\frac{\Delta t'}{l'} < \frac{\Delta t}{l}. \qquad (44.4)$$

Таким образом, нравится нам это или нет, но мы должны отказаться от абсолютности длин и промежутков времени, признав их понятиями относительными. Неравенство (44.4) показывает, что либо должно быть $l < l'$ (т. е. в системе отсчета, относительно которой вагон движется, его длина меньше, чем в системе отсчета, по отношению к которой он покоится), либо $\Delta t' < \Delta t$ (т. е. время в движущемся вагоне с точки зрения земной системы отсчета замедляется), либо должно быть и то и другое вместе. Последняя ситуация, как мы увидим ниже, и реализуется в природе.

После отказа от преобразований Галилея перед Эйнштейном встала задача найти новые преобразования симметрии физических законов. Такие преобразования были им найдены и наряду с параллельным переносом, поворотом в пространстве и сдвигом во времени составили *группу симметрии* новой теории[1]. Впоследствии эта группа симметрии получила название **группы Пуанкаре.**

Итак, если классическая механика представляет собой теорию движений тел, основанную на группе Галилея, то *специальная теория относительности — это такая физическая теория, группой симметрии которой является группа Пуанкаре.*

? **1.** Сформулируйте постулаты Эйнштейна. **2.** Какие опытные факты подтверждают независимость скорости света в вакууме от движения источника? **3.** Почему возникла необходимость отказа от преобразований Галилея? **4.** Опишите мысленный опыт с распространением света. Какие выводы из него следуют?

§ 45. СЛЕДСТВИЯ ИЗ ПОСТУЛАТОВ ЭЙНШТЕЙНА

Рассмотрим ряд конкретных следствий, которые могут быть получены из постулатов Эйнштейна.

1. **Инвариантность интервала:** *интервал между данными событиями во всех ИСО имеет одно и то же значение.*

Интервал между событиями — новое понятие, отсутствующее в классической механике. Означает оно следующее.

Пусть в некоторой системе отсчета в близко расположенных точках пространства произошли два события, разделенные очень малым промежутком времени Δt. **Интервалом** между данными событиями называют скалярную физическую величину s, определяемую выражением

$$s = c^2 (\Delta t)^2 - (\Delta \vec{r})^2, \tag{45.1}$$

где $\Delta \vec{r}$ — вектор, соединяющий точки, в которых произошли данные события. В движущейся системе отсчета K' интервал между теми же событиями записывается в виде

$$s' = c^2 (\Delta t')^2 - (\Delta \vec{r}')^2. \tag{45.2}$$

Легко убедиться в том, что если интервал равен нулю в одной какой-либо инерциальной системе отсчета, то он будет равен ну-

[1] Вот эти преобразования $x' = \gamma (x - Vt)$, $t' = \gamma (t - xV/c^2)$, где $\gamma = (1 - V^2/c^2)^{-1/2}$. Эйнштейн не знал, что за год до него аналогичные формулы были получены нидерландским физиком-теоретиком X. А. Лоренцем, а еще раньше — английским ученым Дж. Лармором. И хотя эти формулы были названы по предложению Пуанкаре преобразованиями Лоренца, сам Лоренц, а также Лармор не понимали их истинного смысла и при их выводе исходили из неверных физических представлений.

лю и в любой другой инерциальной системе. Действительно, пусть в системе отсчета K интервал между какими-то событиями равен нулю: $s = 0$. Подставляя это значение в формулу (45.1), мы получим, что $\left|\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}\right| = c$. Но отношение $\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$ можно рассматривать как скорость некоторого движения. И если эта скорость оказалась равной скорости света в системе отсчета K, то вследствие первого постулата Эйнштейна она будет равна скорости света и в системе отсчета K', т. е. будет $\left|\frac{\Delta\vec{r}\,'}{\Delta t\,'}\right| = c$. Подставляя это значение в (45.2), мы получим, что и $s' = 0$.

Итак, из обращения интервала в нуль в одной какой-либо инерциальной системе отсчета следует его обращение в нуль и в любой другой инерциальной системе. Если же в какой-либо системе отсчета интервал нулю не равен ($s \neq 0$), то он будет отличен от нуля и во всех остальных системах ($s' \neq 0$). Вводя коэффициент пропорциональности k между ними, мы можем записать:

$$s' = ks. \tag{45.3}$$

В принципе введенный нами коэффициент пропорциональности k мог бы зависеть от относительной скорости систем отсчета $\vec{V}$, а также от координат и времени. Однако последние две зависимости отпадают вследствие однородности пространства и времени. Кроме того, в силу изотропии пространства коэффициент k не может зависеть и от направления скорости V. Возможна, таким образом, только зависимость k от модуля скорости V.

Вернемся к равенству (45.3). Оно соответствует переходу от системы отсчета K, где интервал был равен s, к системе K', где интервал равен s'. Но поскольку все инерциальные системы отсчета (в силу принципа относительности) равноправны, то точно такое же равенство должно быть справедливо и для обратного перехода — от системы отсчета K' снова к системе K:

$$s = ks'. \tag{45.4}$$

Коэффициент k здесь остается прежним, поскольку скорость движения системы отсчета K относительно системы K' равна по модулю скорости системы K' относительно системы K.

Подставляя выражение (45.4) в (45.3), получаем $s' = k^2 s'$, откуда $k^2 = 1$, и, следовательно, $k = \pm 1$. Легко заметить, что появившийся здесь знак «минус» следует отбросить, так как в противном случае при переходе от системы отсчета K к той же самой системе K получалось бы, что $s = -s$, что абсурдно. Таким образом, $k = 1$, и потому

$$s' = s,$$

что и требовалось доказать.

То, что интервал между событиями является величиной инвариантной, и делает целесообразным само введение этого понятия. Инвариантность интервала в теории относительности как бы компенсирует потерю двух других инвариантов — промежутка времени Δt и пространственной длины $l = |\Delta \vec{r}|$, которые были характерны для классической механики.

2. **Предельность скорости света:** *никакое тело нельзя разогнать до скорости, равной скорости света в вакууме и тем более превышающей ее.*

Предельность скорости света в вакууме следует из соотношения (44.3). Так как левая часть в этом соотношении положительна, то положительной должна быть и его правая часть:

$$1 - \frac{V^2}{c^2} > 0,$$

откуда

$$V < c,$$

что и требовалось доказать.

К этому же выводу можно прийти и из других соображений. Пусть имеется какое-то тело, движущееся относительно данной системы отсчета со скоростью $\vec{v} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$. Если нахождение этого тела в двух близких точках траектории рассматривать как два события, разделенные интервалом $s = c^2 (\Delta t)^2 - (\Delta \vec{r})^2$, то с учетом выражения для скорости тела можно получить:

$$s = \Delta t^2 \left(c^2 - \left(\frac{\Delta r}{\Delta t} \right)^2 \right) = \Delta t^2 (c^2 - v^2). \qquad (45.5)$$

Но интервал — величина инвариантная. Поэтому если он в одной какой-то системе отсчета положителен, то он будет положителен и во всех других системах отсчета. С другой стороны, как показывает формула (45.5), знак интервала определяется знаком разности $(c^2 - v^2)$. Поэтому если в одной какой-то системе отсчета:

$$c^2 - v^2 > 0,$$

т. е.

$$v < c,$$

то и в любой другой системе отсчета скорость тела также будет меньше c. Таким образом, ни в одной системе отсчета тело не может двигаться со скоростью, равной скорости света в вакууме и тем более превышающей ее. Подчеркнем, что это ограничение накладывается не на любую скорость вообще, а на скорость движения обычного тела, т. е. такого тела, которое хотя бы в одной какой-либо системе отсчета способно двигаться со скоростью, меньшей c (в частности, покоиться, если систему отсчета связать с самим этим телом).

3. **Относительность промежутков времени:** *движущиеся часы идут медленнее неподвижных.* Иначе говоря, *время на движущихся телах замедляется.*

Для доказательства этого положения рассмотрим два события, связанные с одним и тем же телом. В системе отсчета K, относительно которой данное тело движется со скоростью v, интервал между этими событиями будет определяться выражением (45.5): $s = \Delta t^2 (c^2 - v^2)$. В системе же отсчета K', связанной с самим телом (и где, следовательно, его скорость равна нулю), интервал между теми же событиями будет равен $s' = \Delta t'^2 c^2$. Но интервал — величина инвариантная: $s' = s$. Поэтому $\Delta t'^2 c^2 = \Delta t^2 (c^2 - v^2)$, откуда

$$\Delta t' = \Delta t\sqrt{1 - v^2/c^2}\,. \qquad (45.6)$$

Промежуток времени $\Delta t'$, отсчитываемый часами, движущимися вместе с самим телом, называют *собственным временем* этого тела, а промежуток времени, измеряемый часами неподвижной системы отсчета, относительно которой данное тело движется, — *координатным временем*. Обозначая собственное время через $\Delta\tau$, мы можем записать:

$$\Delta\tau = \Delta t\sqrt{1 - v^2/c^2}\,. \qquad (45.7)$$

Согласно этой формуле промежуток времени Δt, измеряемый в неподвижной системе отсчета, всегда превышает собственное время движущегося тела: $\Delta t > \Delta\tau$. Это и означает, что время на движущихся телах, с точки зрения неподвижного наблюдателя, замедляется. При этом речь идет о замедлении всех процессов вообще, включая и жизненные процессы, происходящие в человеческом организме.

При малых скоростях ($v \ll c$) эффект замедления времени проявляется слабо и практически незаметен ($\Delta t \approx \Delta\tau$). Если же скорость движения становится сравнимой со скоростью света, то разница между $\Delta\tau$ и Δt оказывается весьма заметной. Последнее обстоятельство открывает перед человеком фантастические возможности.

В настоящее время эффект замедления времени подтвержден многими экспериментами. Большинство из них проводилось с быстро движущимися элементарными частицами (например, опыты С. Росси с сотрудниками в 1942 г.). В 1971 г. американские ученые Дж. Хафель и Р. Китинг подтвердили этот эффект в макроскопических условиях. Сравнив на основе многократного обмена радиосигналами показания атомных часов, помещенных на реактивных самолетах, которые облетели вокруг земного шара, с показаниями таких же, но неподвижных часов, оставшихся на Земле, они обнаружили разницу порядка 10^{-8} с, совпадающую с теоретически рассчитанной величиной.

4. **Относительность пространственных длин:** *движущиеся тела сокращаются в направлении движения.*

Чтобы убедиться в этом, подставим выражение (45.6) в соотношение (44.3). Получаем:

$$l = l'\sqrt{1 - v^2/c^2}. \tag{45.8}$$

Мы видим, что длина одного и того же тела в разных системах отсчета различна. Она максимальна в той системе отсчета, относительно которой тело покоится. Длину покоящегося тела (l') называют *собственной длиной*. Обозначая ее l_0, мы можем окончательно записать:

$$l = l_0\sqrt{1 - v^2/c^2}. \tag{45.9}$$

Из формулы (45.9) видно, что $l < l_0$, причем чем больше скорость тела, тем меньше его длина, с точки зрения неподвижного наблюдателя. Подчеркнем, что речь здесь идет лишь о продольных размерах тела. В направлении, перпендикулярном скорости движения тела, его размеры не меняются.

Сокращение размеров тела и замедление времени на движущихся телах относят к так называемым р е л я т и в и с т с к и м[1] эффектам. Особенностью этих эффектов является то, что заметным образом они проявляются лишь при скоростях, близких к скорости света.

5. **Относительность одновременности:** вывод об одновременности или неодновременности пространственно разделенных событий зависит от выбора системы отсчета.

Рассмотрим мысленный эксперимент, описанный А. Эйнштейном в работе 1917 г. «О специальной и общей теории относительности (общедоступное изложение)». Представим поезд, движущийся с большой скоростью, и двух наблюдателей — M (стоящего на платформе) и M' (едущего в поезде). Пусть в некоторый момент времени наблюдатель M с помощью системы зеркал одновременно увидел две молнии A и B в точках, равноудаленных от него. В этот момент времени наблюдатели M и M' поравнялись друг с другом. Это показано на рисунке 73, похожем на тот, который привел А. Эйнштейн в своей работе.

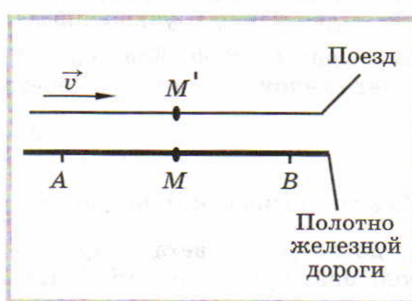


Рис. 73

Если наблюдатели M и M' договорились между собой, что

[1] Релятивистский (от лат. relativus — относительный) — значит «относящийся к теории относительности». Саму теорию относительности также называют релятивистской теорией.

M неподвижен, а M' движется, то их рассуждения будут примерно следующими. Наблюдатель M сделает вывод об одновременности молний A и B, поскольку он зарегистрировал молнии одновременно и знает, что расстояния до точек, в которых произошли эти события, одинаковы. Наблюдатель M' движется по направлению к молнии B, он увидит ее раньше, но зная, что движется, учтет скорость своего движения и также придет к выводу об одновременности событий A и B.

В случае другой договоренности наблюдателей событий A и B, согласно которой наблюдатель M неподвижен, а M' движется (такая договоренность вполне допустима в соответствии с первым постулатом СТО), M, считая себя неподвижным, сделает вывод о том, что молния B ударила раньше, раз он ее раньше увидел. Наблюдатель M', полагая, что движется в сторону молнии A, придет к выводу о неодновременности событий A и B, несмотря на то что он события A и B зарегистрировал в один момент времени.

Мысленный эксперимент привел нас к заключению о том, что события, одновременные с точки зрения одной неподвижной системы отсчета (связанной с железной дорогой), неодновременны с точки зрения другой неподвижной системы отсчета (связанной с поездом).

? **1.** Какую величину в теории относительности называют интервалом? **2.** Каким свойством обладает интервал? **3.** Что такое собственное время? **4.** В чем заключается относительность промежутков времени? **5.** Как следует понимать предельность скорости света в вакууме? **6.** В чем заключается относительность?

§ 46. РЕЛЯТИВИСТСКАЯ ДИНАМИКА

В классической механике любая первоначально покоящаяся ($v_0 = 0$) частица, на которую начинает действовать сила F, приходит в движение с ускорением, определяемым из второго закона Ньютона: $a = F/m$. Если сила $\vec{F}$ постоянна, то движение частицы будет равноускоренным и через время t она приобретет скорость

$$v = \frac{F}{m}t. \qquad (46.1)$$

Из этого выражения видно, что за время $t = \frac{mc}{F}$ частица разгонится до скорости света, а при $t \to \infty$ ее скорость станет бесконечно большой. Уравнение (46.1), таким образом, не учитывает предельность скорости света и потому не может остаться в теории относительности без изменения.

Что делать? Полностью отказаться от этого уравнения? Но оно опирается на второй закон Ньютона и подтверждено огромным количеством опытных фактов. Учтем, однако, что все эти факты взяты из повседневной жизни и потому соответствуют лишь медленным ($v \ll c$) движениям тел. Поэтому, для того чтобы привести данное уравнение в соответствие с теорией относительности и в то же время не вступить в противоречие с фактами повседневной практики, следует лишь слегка подкорректировать его, причем так, чтобы при малых скоростях оно давало бы практически те же результаты, что и уравнение (46.1), а при больших скоростях не допускало бы превышения скорости света в вакууме. Этого можно достигнуть, заменив в левой части уравнения (46.1) «обычную» скорость $\vec{v} = \dfrac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$ на скорость $\vec{u} = \dfrac{\Delta\vec{r}}{\Delta\tau}$, измеренную в собственном времени движущейся частицы. В этом случае рассматриваемое уравнение принимает вид

$$u = \frac{F}{m}t. \qquad (46.2)$$

Покажем, что полученное уравнение соответствует изложенным выше требованиям. Для этого выразим скорость u через v, а затем подставим полученное выражение в (46.2). Имеем:

$$\vec{u} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta\tau} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t\sqrt{1-v^2/c^2}} = \frac{\vec{v}}{\sqrt{1-v^2/c^2}},$$

и, следовательно:

$$\frac{v}{\sqrt{1-v^2/c^2}} = \frac{F}{m}t.$$

Возведя обе части этого равенства в квадрат, после несложных преобразований получим:

$$v = \frac{\dfrac{F}{m}t}{\sqrt{1+\left(\dfrac{Ft}{mc}\right)^2}} = \frac{c}{\sqrt{1+\left(\dfrac{mc}{Ft}\right)^2}}. \qquad (46.3)$$

Из (46.3) видно, что, когда $\dfrac{F}{m}t \ll c$, действительно получается уравнение, совпадающее с (46.1), а когда $t \to \infty$, скорость частицы $v \to c$. Иллюстрирующий это график скорости приведен на рисунке 74. Из него наглядно видно, что, как бы долго сила ни действовала на частицу, скорость ее движения никогда не станет равной скорости света в вакууме.

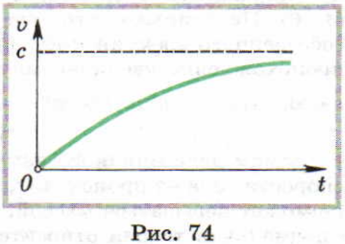


Рис. 74

Зная, как меняется с течением времени скорость частицы, можно определить и ее положение в любой момент времени. В случае прямолинейного движения $v \approx \dfrac{\Delta x}{\Delta t}$ или, более точно, $v = x'$, где x' — производная координаты по времени. С помощью математики нетрудно убедиться в том, что функция $x(t)$, производная которой совпадает с выражением (46.3) и удовлетворяющая условию $x(0) = 0$, имеет вид

$$x = \frac{mc^2}{F}\left(\sqrt{1+\left(\frac{Ft}{mc}\right)^2} - 1\right), \tag{46.4}$$

или, если учесть (46.3),

$$x = \frac{mc^2}{F}\left(\frac{Ft}{mv} - 1\right). \tag{46.5}$$

В общем случае, когда $v_0 \neq 0$ и сила $\vec{F}$ действует в течение времени Δt, уравнение (46.2) следует записывать в виде

$$\vec{u} = \vec{u}_0 + \frac{\vec{F}}{m}\Delta t, \text{ или } m\vec{u} - m\vec{u}_0 = \vec{F}\Delta t.$$

Произведение массы на скорость, как известно, обозначают буквой $\vec{p}$ и называют **импульсом** частицы. Поэтому в окончательном варианте **основное уравнение релятивистской динамики** представляется в уже знакомом нам из классической механики виде

$$\frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} = \vec{F},$$

но с импульсом, определяемым новым выражением:

$$\vec{p} = m\vec{u} = m\frac{\vec{v}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}. \tag{46.6}$$

Следует иметь в виду, что входящая в выражение (46.6) масса m, как и в классической механике, по-прежнему считается величиной инвариантной и не зависящей от скорости движения тела[1].

[1] Представление о зависимости массы от скорости, которое можно встретить в некоторых старых книгах по теории относительности, вызвано ошибочным толкованием присутствия квадратного корня в формуле (46.6). Не понимая, что этот корень появился в результате перехода от собственного времени к координатному, авторы этих книг приписали его происхождение увеличению инертных свойств разгоняющегося тела, полагая, что $p = m^*v$, где $m^* = \dfrac{m}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$ — масса, зависящая от скорости. На самом деле никакого изменения внутренних свойств при увеличении скорости тела не происходит, и потому формально введенная величина m^* не может называться массой. Подробнее об этом см. в кн.: Угаров В. А. Специальная теория относительности. — М., 1977. — С. 338—342.

Экспериментальная проверка уравнений релятивистской динамики проводилась в опытах, в которых исследовалось движение заряженных частиц в электромагнитных полях. Все эти эксперименты (опыты Цана и Списса в 1938 г., Мейера в 1963 г. и др.) подтвердили правильность релятивистских соотношений.

? **1.** Удовлетворяют ли законы классической механики принципам теории относительности? Почему? **2.** Чему равен импульс в теории относительности? При каких скоростях он совпадает с классическим? **3.** Используя соотношения релятивистской динамики, докажите, что, как бы долго ни действовала постоянная сила на частицу, та никогда не разгонится до скорости, равной скорости света в вакууме. **4.** Является ли релятивистское движение частицы под действием постоянной силы равноускоренным? **5.** Постройте график зависимости координаты тела от времени для движения под действием постоянной силы.

§ 47. МАССА И ЭНЕРГИЯ В СТО

Согласно **теореме о кинетической энергии,** известной из курса классической механики, *работа силы, действующей на тело, равна изменению его кинетической энергии* (энергии движения):

$$A = \Delta E_k.$$

Эта теорема остается справедливой и в специальной теории относительности (СТО). Однако формула кинетической энергии теперь получается иной. Чтобы получить ее, найдем работу постоянной силы, действующей на тело, покоящееся в начальный момент времени. В этом случае начальная кинетическая энергия тела равна нулю, а конечная — с учетом формулы (46.5) — будет определяться выражением

$$E_k = A = Fx = mc^2\left(\frac{Ft}{mv} - 1\right).$$

Поскольку произведение Ft равно импульсу p, который приобретает тело за время t, то окончательно мы можем записать:

$$E_k = \frac{pc^2}{v} - mc^2,$$

откуда

$$E_k + mc^2 = \frac{pc^2}{v}. \qquad (47.1)$$

Сумму кинетической энергии тела E_k и величины mc^2 в теории относительности называют **полной** (или **релятивистской**) **энергией** тела:

$$E = mc^2 + E_k. \qquad (47.2)$$

С учетом (47.1), а затем (46.6) мы для этой энергии можем записать:

$$E = \frac{pc^2}{v} = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}. \tag{47.3}$$

Полную энергию покоящегося тела называют **энергией покоя** или его **собственной энергией** E_0. Из формулы (47.2) следует, что

$$E_0 = mc^2. \tag{47.4}$$

Это равенство выражает **закон взаимосвязи массы и энергии в СТО.**

Любое тело обладает энергией уже только благодаря факту своего существования, и эта энергия равна произведению массы этого тела на квадрат скорости света в вакууме.

Из закона взаимосвязи массы и энергии следует, что если покоящемуся телу сообщить некоторую энергию ΔE_0, то его масса изменится на величину:

$$\Delta m = \frac{\Delta E_0}{c^2}.$$

Так, например, масса тела увеличивается при его нагревании и уменьшается при охлаждении; сжатая пружина обладает большей массой, чем та же пружина в недеформированном состоянии, и т. п. Однако в обычных макроскопических процессах, с которыми мы имеем дело в жизни и технике, изменения массы, обусловленные изменением энергии тел, чрезвычайно малы. Так, например, при нагревании 1 л воды от 0 до 100 °С масса воды увеличивается лишь на $5 \cdot 10^{-9}$ г.

Наиболее важную роль закон взаимосвязи массы и энергии играет в ядерной физике, где он является незаменимым средством расчета той энергии, которая выделяется при ядерных реакциях.

Другой важнейшей формулой теории относительности, без которой невозможно обойтись в физике элементарных частиц, является соотношение, выражающее универсальную связь между энергией, импульсом и массой любой частицы:

$$E^2 = (mc^2)^2 + (pc)^2. \tag{47.5}$$

Для доказательства этого соотношения можно воспользоваться формулами (47.3) и (46.6), из которых следует, что

$$E^2 = \frac{(mc^2)^2}{1 - v^2/c^2} \text{ и } (pc)^2 = \frac{(mvc)^2}{1 - v^2/c^2}.$$

Разность этих выражений и дает соотношение (47.5).

Применительно к *системе* взаимодействующих частиц (т. е. к системе частицы + поле, посредством которого осуществляется взаимодействие) соотношение (47.5) записывается в виде

$$E^2_{\text{сист}} = (M_{\text{сист}}c^2)^2 + (P_{\text{сист}}c)^2, \quad (47.6)$$

где $E_{\text{сист}}$, $P_{\text{сист}}$ и $M_{\text{сист}}$ соответственно энергия, импульс и масса системы. Поскольку в эту систему входят не только частицы, но и поле, то и оно дает вклад в значение каждой из перечисленных величин.

Если энергия и импульс системы известны, то с помощью соотношения (47.6) можно найти ее массу. Проще всего это сделать в той системе отсчета, где система как целое покоится, т. е. ее импульс $P_{\text{сист}} = 0$. В этом случае

$$M_{\text{сист}} = \frac{E_{\text{сист}}}{c^2}.$$

Так как энергия системы включает в себя сумму энергий покоя частиц системы, их суммарную кинетическую энергию E_k и энергию W их взаимодействия друг с другом (которую можно рассматривать как энергию соответствующего поля):

$$E_{\text{сист}} = \Sigma\, m_i c^2 + E_k + W,$$

то

$$M_{\text{сист}} = \sum m_i + \frac{E_k + W}{c^2}. \quad (47.7)$$

Из этого соотношения следует фундаментальный вывод: *масса в теории относительности не является аддитивной.* Однако для нее по-прежнему выполняется **закон сохранения**: *если система замкнута, то* $M_{\text{сист}} = \text{const}$. Это следует из соотношения (47.6): так как энергия и импульс замкнутой системы — величины постоянные (вследствие однородности пространства и времени), то постоянной будет и выражаемая через них масса $M_{\text{сист}}$.

? **1.** Сформулируйте закон взаимосвязи массы и энергии. **2.** Как связаны между собой масса, энергия и импульс движущейся частицы? **3.** Докажите, что кинетическая энергия покоящейся частицы равна нулю. **4.** Выразите массу системы через ее энергию и импульс. **5.** При каких условиях масса системы является аддитивной?

Для дополнительного чтения

§ 48. ПРОСТРАНСТВО-ВРЕМЯ

В 1908 г. Герман Минковский, бывший преподаватель Эйнштейна из Цюриха, в своей лекции «Пространство и время» провозгласил: «Отныне понятия пространства самого по себе и времени ни самого по себе осуждены на отмирание и превращение в бледные тени, и только своего рода объединение этих двух понятий сохранит независимую реальность».

Минковский объединил пространство и время в единый четырехмерный Мир, иначе называемый пространством-временем, и, основываясь на принципах теории относительности, разработал его математическую теорию.

Пространство-время представляет собой бесчисленное множество всевозможных событий. При этом не имеет значения, что эти события собой представляют: действительные они или воображаемые, «плохие» или «хорошие» и т. п. Каждое событие здесь определяется лишь местом, где оно произошло, и временем, когда оно наступило, т. е. четырьмя числами: тремя пространственными координатами (x, y, z) и одной временно́й (ct)[1].

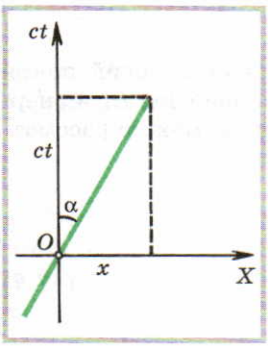


Рис. 75

Графики движения частиц в пространстве-времени называют **мировыми линиями.** На рисунке 75 изображена мировая линия равномерно и прямолинейно движущейся частицы, проходящей в момент $t = 0$ точку $x = 0$. В силу предельности скорости света в вакууме скорость рассматриваемой частицы $v = \frac{x}{t} < c$. Поэтому тангенс угла наклона ее мировой линии к оси времени

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{x}{ct} = \frac{v}{c} < 1,$$

чему соответствует угол наклона $\alpha < 45°$. Это означает, что мировые линии всех реальных тел, проходящие через начало координат, всегда должны лежать внутри конуса, образованного биссектрисами координатных углов. Поскольку образующими этого конуса являются мировые линии световых лучей (углу $\alpha = 45°$ соответствует скорость $v = c$), рассматриваемый конус называют **световым.** Полный световой конус (в четырехмерной системе координат) изобразить невозможно. Упрощенная картина представлена на рисунке 76.

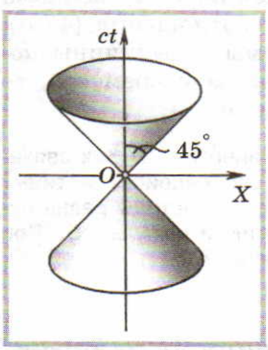


Рис. 76

По отношению к событию, выбранному за начало координат O, световой конус де-

[1] Во временну́ю координату включают постоянный множитель c (скорость света в вакууме) для того, чтобы размерность (наименование единиц) этой координаты совпадала с размерностью пространственных координат.

лит все пространство-время на три мировые области: прошлое, настоящее и будущее. До создания теории относительности эти понятия не имели четких определений, что в свое время позволило христианскому теологу Августину Блаженному «доказать», что время на самом деле не существует. Прошлое, рассуждал Августин, уже не существует, будущее еще не наступило, настоящее же не имеет никакой протяженности.

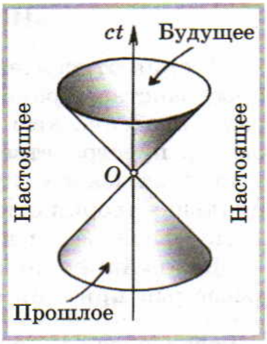


Рис. 77

Теория относительности внесла ясность в эти понятия, определив их следующим образом.

Прошлым данного события называется множество всех тех событий, которые могли в принципе повлиять на него. На пространственно-временной диаграмме (рис. 77) прошлому соответствует область пространства-времени внутри нижней полости светового конуса.

Будущим данного события называется множество всех тех событий, на которые в принципе может повлиять данное событие. На пространственно-временной диаграмме будущему соответствует область пространства-времени внутри верхней полости светового конуса.

Настоящим данного события называется множество всех тех событий, которые принципиально не могут взаимодействовать с данным. На пространственно-временной диаграмме этому соответствует область пространства-времени снаружи светового конуса. Невозможность взаимодействия событий из этой области с рассматриваемым событием O обусловлена тем, что их нельзя связать ни одной реальной мировой линией (для этого потребовалась бы скорость $v > c$).

Представление о том, что все физические процессы протекают в четырехмерном Мире, роль четвертого измерения в котором играет время, привело к тому, что вся релятивистская физика стала формулироваться на основе четырехмерной геометрии с четырехмерными системами координат и четырехмерными векторами. Однако рассмотрение этих вопросов выходит за рамки школьного курса физики.

? **1.** Что представляет собой пространство-время? **2.** Чем определяется событие в пространстве-времени? **3.** Что такое мировая линия? **4.** Что называют прошлым, будущим и настоящим данного события? **5.** Что такое световой конус? **6.** Почему мировые линии реальных тел, проходящие через начало координат, не могут выходить за пределы светового конуса? **7.** В какой области пространства-времени (прошлом, будущем или настоящем) по отношению к нулевому событию лежит событие, которое произошло спустя 2 с и на расстоянии $7 \cdot 10^8$ м от данного?

ИТОГИ И ОБОБЩЕНИЯ

Теория относительности Эйнштейна явилась новым учением о пространстве, времени и тяготении, пришедшим на смену старым, классическим представлениям. Вскрыв относительный характер пространственных расстояний и промежутков времени и установив неизвестную ранее связь между энергией и массой, специальная теория относительности ознаменовала новый этап в развитии физической науки.

Важнейшим принципом современной науки является так называемый **принцип соответствия**.

> **Любая новая теория, претендующая на более глубокое описание физической реальности и на более широкую область применимости, чем старая, должна включать последнюю как частный, предельный случай.**

Так, например, закон $F = G\dfrac{Mm}{r^2}\cdot\dfrac{1}{\sqrt{1-r_g/r}}$ при $r \gg r_g$ переходит в ньютоновский закон всемирного тяготения, а уравнения специальной теории относительности при $v \ll c$ переходят в уравнения классической механики. Поэтому при описании медленных движений в слабых полях тяготения можно по-прежнему пользоваться старыми формулами, не прибегая к новым, громоздким выражениям релятивистской физики.

Специальная теория относительности применяется для исследования **релятивистских процессов**; так называют процессы (в частности, движения), которые характеризуются скоростями, близкими к скорости света в вакууме ($v \sim c$), или кинетическими энергиями, сравнимыми или превышающими энергию покоя частиц ($E_k \gtrsim mc^2$). Именно с такими процессами имеют дело в современной физике элементарных частиц, которую иначе называют физикой высоких энергий. Применяемые здесь технические устройства, например гигантские ускорители заряженных частиц, рассчитываются по законам специальной теории относительности, что делает ее сегодня такой же инженерной наукой, какой является механика Ньютона при расчете и строительстве кораблей, самолетов и мостов.

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА

Современной физике известны четыре типа фундаментальных взаимодействий: сильное, электромагнитное, слабое и гравитационное. **Сильное** и **слабое** взаимодействия имеют очень малые радиусы действия ($\sim10^{-15}$ м и $\lesssim10^{-19}$ м) и потому макроскопически не проявляются. Их изучением занимается физика микромира. **Гравитационное** взаимодействие, наоборот, заметным (и существенным) образом проявляется лишь в макро- и мегамире. Приближенной теорией этого взаимодействия является ньютоновская теория тяготения, а более точной — эйнштейновская общая теория относительности.

Электромагнитное взаимодействие — это фундаментальное взаимодействие, для которого типичны дальнодействующий характер и проявление, в отличие от гравитационного, как в виде притяжения, так и в виде отталкивания взаимодействующих тел. Поскольку это взаимодействие обладает и значительной интенсивностью, и достаточно большим радиусом действия, оно проявляется и в микро-, и в макро-, и в мегамире. В соответствии с этим различают два раздела физики, посвященные изучению электромагнитных явлений, — квантовую электродинамику и классическую электродинамику.

Классическая электродинамика — это теория электромагнитного взаимодействия в макромире. В настоящее время она является одной из самых разработанных областей человеческого знания. В ее создании и разработке принимали участие разные ученые — Кулон, Ампер, Фарадей, Максвелл, Лоренц и многие другие.

ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ ПОЛЕ В ВАКУУМЕ

Глава 9. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ЗАРЯД И ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ ПОЛЕ

В этой главе вводятся основные понятия классической электродинамики — электрический заряд и электромагнитное поле; рассматриваются их свойства, а также одна из важнейших задач электродинамики — задача о движении заряженной частицы в заданном электромагнитном поле.

§ 49. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ЗАРЯД И ЕГО СВОЙСТВА

В классической теории тяготения сила гравитационного притяжения любых двух частиц прямо пропорциональна произведению их масс и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними: $F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$. Масса m каждого тела при этом выступает в качестве **гравитационного заряда** — **величины, характеризующей интенсивность гравитационного взаимодействия и связывающей силу этого взаимодействия с расстоянием между взаимодействующими телами.**

Аналогично вводится понятие и электрического заряда. В классической электродинамике под **электрическим зарядом** понимают ***скалярную физическую величину, которая определяет интенсивность электромагнитного взаимодействия и связывает силу этого взаимодействия с расстоянием между взаимодействующими телами.***

Обозначается электрический заряд буквой q. Единицей заряда в СИ является *кулон* (1 Кл)[1].

Перечислим основные свойства электрического заряда.

1. В отличие от массы *электрический заряд не является знакоопределенной величиной*. Как установил еще в 1733 г. французский ученый Ш. Дюфэ, в природе существуют два рода электрических зарядов, которые несколько позже американский ученый и видный политический деятель Б. Франклин назвал положи-

[1] Единицу заряда в СИ определяют через единицу силы тока (ампер), которая наряду с секундой, метром и килограммом относится к основным в СИ. 1 Кл — это заряд, проходящий через поперечное сечение проводника при силе тока 1 А за 1 с. Заряд в 1 Кл очень велик. Поэтому на практике часто используются микрокулон (1 мкКл = 10^{-6} Кл) и нанокулон (1 нКл = 10^{-9} Кл).

тельными и отрицательными. Основанием для такого вывода послужило открытие двух видов взаимодействия заряженных тел: *притяжения* — для разноименно заряженных тел и *отталкивания* — для одноименно заряженных.

2. *Электрический заряд — величина инвариантная*: во всех системах отсчета заряд данного тела (или частицы) имеет одно и то же значение. От скорости движения тела заряд не зависит. Об этом свидетельствуют нейтральность атома при различиях в движении протонов и электронов, входящих в состав атома, сохранение нейтральности тел при их нагревании и другие экспериментальные факты.

3. *Электрический заряд — величина аддитивная*, т. е. заряд любой системы равен сумме зарядов составляющих эту систему тел (частиц):

$$q_{\text{сист}} = q_1 + q_2 + \dots + q_n.$$

4. *Электрический заряд дискретен*. Это означает, что электрический заряд нельзя делить до бесконечности. В природе существует некоторый минимальный (его называют **элементарным**) электрический заряд:

$$e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{Кл},$$

которому кратны заряды всех наблюдаемых элементарных частиц и макроскопических тел:

$$q = ne,$$

где n — любое целое число. Для большинства наблюдаемых элементарных частиц $n = \pm 1$. Заряд электрона считается отрицательным: $q_{\text{эл}} = -e$, а заряд протона — положительным: $q_{\text{пр}} = e$.

5. Для электрического заряда справедлив **закон сохранения**:

> При любых процессах в замкнутой системе ее полный электрический заряд остается неизменным.

Применительно к замкнутой системе из двух тел этот закон может быть записан в виде

$$q_1 + q_2 = q_1' + q_2',$$

где $(q_1 + q_2)$ — начальный полный заряд системы, а $(q_1' + q_2')$ — заряд той же системы спустя некоторое время.

Поскольку электрический заряд всегда связан с определенным носителем — какой-либо заряженной частицей, заряд которой является величиной постоянной, то в области явлений, где не происходит взаимопревращений элементарных частиц, закон сохранения заряда можно рассматривать как следствие сохранения числа частиц. Так, например, при *электризации* тел путем трения число заряженных частиц не меняется, а происходит лишь их перераспределение между телами: тело, приобретающее лишние электроны, заряжается отрицательно, а тело, их теряющее, — положительно; общий же заряд обоих тел при этом по-прежнему остается равным нулю, т. е. сохраняется.

В микромире число частиц в замкнутой системе может изменяться, но и там закон сохранения электрического заряда строго выполняется.

История возникновения представлений об электрическом заряде уходит своими корнями в Древнюю Грецию, во времена родоначальника античной науки Фале́са Милетского (VII—VI вв. до н. э.). По преданию, он был богатым купцом, много путешествовал и учился у египетских жрецов и вавилонских халдеев. С именем Фалеса связан ряд научных открытий в области геометрии и астрономии. По-видимому, Фалес был одним из первых, кто обратил внимание на то, что натертый шерстью янтарь начинает притягивать к себе небольшие легкие кусочки других материалов.

Через две тысячи лет (!) английский ученый У. Гильберт заметил, что способностью притягивать легкие соломинки обладает не только натертый янтарь, но и алмаз, сапфир, стекло, сургуч и некоторые другие материалы, которые он впервые назвал «электрические», т. е. «подобные янтарю» (поскольку греческое слово «электрон» означает «янтарь»). Впоследствии про тело, которое после натирания приобретало свойство притягивать к себе другие тела, стали говорить, что оно *наэлектризовано* или что ему сообщен электрический заряд, а сам процесс сообщения телу электрического заряда стали называть *электризацией.*

? **1.** Какие типы фундаментальных взаимодействий вы знаете? **2.** Какое взаимодействие называют электромагнитным? **3.** Что такое классическая электродинамика? **4.** Что представляет собой электрический заряд? **5.** Перечислите свойства электрического заряда. **6.** В чем сходство и в чем отличие свойств электрического заряда от свойств массы (гравитационного заряда)? **7.** Как называется единица электрического заряда? **8.** Чему равно значение элементарного заряда?

§ 50. ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ ПОЛЕ

10 декабря 1855 г. состоялось заседание Кембриджского философского общества, на котором выступил двадцатичетырехлетний выпускник Кембриджского университета Джеймс Клерк Максвелл. Оценив современное ему состояние учения об электричестве как неудовлетворительное, он поставил перед собой задачу создать фундаментальную математическую теорию, которая охватывала бы все известные в то время факты и закономерности в области электромагнитных явлений. Через девять лет эта задача была им решена. В 1864 г. во «Введении» к своей основополагающей работе Максвелл написал: «Та теория, которую я предлагаю, может быть названа теорией *электромагнитного поля...*»

Джеймс Клерк Максвелл

Электромагнитное поле — *это особый вид материи, посредством которого осуществляется электромагнитное взаимодействие.*

В теории электромагнитного поля взаимодействие двух заряженных частиц описывается следующим образом: *каждая из взаимодействующих частиц создает в окружающем пространстве свое поле; поле первой частицы действует на вторую частицу, а поле второй частицы — на первую.* Непосредственного действия частиц друг на друга в этой теории нет. Воздействие передается от одной частицы к другой посредством электромагнитного поля.

Электромагнитное поле невидимо. Проявляется оно путем своего воздействия на заряженные частицы и макроскопические тела. Эти воздействия могут фиксироваться как нашими органами чувств, так и специальными приборами.

Поднеся наэлектризованную стеклянную палочку к электрометру, мы даже при отсутствии непосредственного контакта между ними увидим, что стрелка электрометра отклоняется (рис. 78). Что заставляет ее двигаться? Современная теория отвечает: поле, существующее вокруг электрических зарядов.

Рис. 78

Приближая эту палочку к электрометру и удаляя от него, можно заметить, что его показания при этом также меняются. Следовательно, на различных расстояниях от источника создаваемое им поле разное.

В каждой точке пространства и в каждый момент времени состояние электромагнитного поля характеризуется двумя векторами — вектором **электрического поля**, или напряженностью электрического поля, $\vec{E}$ и *вектором* **магнитного поля**, или индукцией магнитного поля, $\vec{B}$.

Векторы $\vec{E}$ и $\vec{B}$ являются силовыми характеристиками электромагнитного поля, т. е. такими характеристиками, от которых зависит сила, действующая со стороны этого поля на любую находящуюся в нем заряженную частицу[1]. С другой стороны, измеряя силу, с которой электромагнитное поле действует на какой-либо

[1] В дальнейшем мы, вместо того чтобы говорить о заряженных частицах, иногда для краткости будем говорить о зарядах. Такое использование термина «электрический заряд» широко распространено.

пробный заряд[1], помещенный в данное поле, можно определить и сами характеристики этого поля.

Процедура их определения основана на следующих экспериментальных фактах:

1. Электромагнитное поле по-разному действует на заряженную частицу в том случае, когда эта частица покоится, и в том случае, когда она движется.

> **Определение.** Сила, с которой электромагнитное поле действует на покоящийся в данной системе отсчета заряд, называется **электрической силой.**

Электрическая сила всегда пропорциональна заряду той частицы, на которую действует: $F_{эл} \sim q$.

2. Если данная частица в выбранной системе отсчета движется, то, помимо электрической, на нее действует некоторая дополнительная сила $F_м$, которая пропорциональна не только значению заряда, но и проекции его скорости на направление, перпендикулярное тому, которое указывает в данном месте магнитная стрелка компаса: $F_м \sim qv_\perp$.

> **Определение.** Сила, действующая в электромагнитном поле на движущийся заряд и дополнительная к электрической силе, называется **магнитной силой.**

Опираясь на эти факты, можно определить силовые характеристики электромагнитного поля.

1. Вектор $\vec{E}$

Поскольку электрическая сила $F_{эл} \sim q$, то отношение $\frac{F_{эл}}{q}$ не зависит от заряда q и характеризует лишь само поле, действующее на данный заряд. Это позволяет определить рассматриваемую характеристику электромагнитного поля следующим образом.

> **Определение.** Вектором **электрической напряженности** $\vec{E}$ называется физическая величина, измеряемая отношением электрической силы, действующей на пробный заряд, к этому заряду:
>
> $$\vec{E} = \frac{\vec{F}_{эл}}{q}.$$

---

[1] Пробным зарядом называют тело малых размеров с небольшим по значению положительным зарядом. Малость геометрических размеров этого тела обусловлена тем, что только в этом случае можно говорить о характеристике исследуемого поля в данной точке. Малое же значение заряда предполагает отсутствие (в пределах заданной точности) искажения собственным полем этого тела исследуемого поля.

Единицей напряженности в СИ является *ньютон на кулон* (1 Н/Кл). Направлен вектор $\vec{E}$ всегда в ту же сторону, что и электрическая сила, действующая в данном поле на положительный заряд.

2. Вектор $\vec{B}$

Так как магнитная сила $F_м \sim qv_\perp$, то отношение $\frac{F_м}{qv_\perp}$ не зависит ни от заряда, ни от его скорости и характеризует лишь само поле, действующее на движущийся заряд.

Определение. Вектором **магнитной индукции** $\vec{B}$ называется физическая величина, направление которой совпадает с направлением, указываемым северным полюсом магнитной стрелки, а модуль равен отношению магнитной силы, действующей на движущийся перпендикулярно вектору $\vec{B}$ пробный заряд, к модулю этого заряда и скорости:

$$B = \frac{F_м}{|q|v_\perp}.$$

Единицей магнитной индукции в СИ является *тесла*[1] (1 Тл), т. е. индукция такого поля, в котором на движущийся (перпендикулярно вектору $\vec{B}$) со скоростью 1 м/с заряд в 1 Кл действует магнитная сила 1 Н.

? **1.** Что такое электромагнитное поле? **2.** Какие величины определяют состояние электромагнитного поля? **3.** Какая сила называется электрической? **4.** Какая сила называется магнитной? **5.** Что такое пробный заряд? **6.** Как определяется электрическая напряженность? **7.** Что называется магнитной индукцией? **8.** Как описывается взаимодействие заряженных частиц на языке теории поля?

§ 51. СИЛА ЛОРЕНЦА

Проанализировав свойства электромагнитного поля и установив связь силовых характеристик этого поля друг с другом, а также с зарядами и токами, Максвелл написал систему уравнений, составивших основу его теории.

В то время теория электромагнитного поля оказалась очень сложной для многих физиков.

И хотя работы Максвелла получали многие научные библиотеки того времени, из-за непривычности идей и сложных математических выкладок их мало кто читал. Дело доходило до того, что конверты, в которых они приходили, иногда даже не распечаты-

---

[1] Название дано в честь сербского ученого Н. Тесла (1856—1943).

Хендрик Антон Лоренц

вали! Не исключением была и библиотека физической лаборатории Лейденского университета, где на подобные конверты в 1872 г. наткнулся девятнадцатилетний Хендрик Антон Лоренц. Молодой Лоренц с энтузиазмом принялся за чтение работ Максвелла и вскоре оказался под неизгладимым впечатлением от идей этого великого английского ученого.

Через три года Лоренц защищает диссертацию и становится доктором наук. Появляются его работы, связанные с применением теории Максвелла в оптике. А в начале 1890-х гг. Лоренц разрабатывает основы единой теории электромагнитных и оптических явлений, опирающейся, с одной стороны, на теорию Максвелла, а с другой — на представление о существовании элементарных электрических зарядов, связанных с частицами вещества[1].

В 1892 г. Лоренц получает формулу силы, с которой электромагнитное поле действует на любую находящуюся в нем заряженную частицу:

$$\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}. \qquad (51.1)$$

Эта сила называется **электромагнитной силой Лоренца.** Выражение (51.1) является одним из основных законов классической электродинамики. Оно позволяет по известным значениям векторов $\vec{E}$ и $\vec{B}$ рассчитать силу, действующую в электромагнитном поле на частицу, обладающую зарядом q и движущуюся со скоростью $\vec{v}$. Крестик между векторами $\vec{v}$ и $\vec{B}$ в формуле (51.1) является знаком их векторного произведения[2].

Сила Лоренца включает в себя два слагаемых. Первое из них не зависит от скорости и потому соответствует силе, которая действует как на движущийся, так и на покоящийся заряд. Эта сила, как мы уже знаем, называется **электрической силой:**

---

[1] После открытия электрона эта теория получила название *классической электронной теории.*

[2] В отличие от скалярного произведения, которое обозначается $\vec{a} \cdot \vec{b}$ и дает в результате скаляр, равный $ab \cos \alpha$, векторное произведение двух векторов $\vec{a} \times \vec{b}$ является вектором, направленным перпендикулярно к каждому из них в ту сторону, куда перемещался бы буравчик в случае кратчайшего поворота его рукоятки от $\vec{a}$ к $\vec{b}$, и равным по модулю $ab \sin \alpha$, где α — угол между $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

$$\vec{F}_{\text{эл}} = q\vec{E}. \tag{51.2}$$

Второе слагаемое в (51.1) выражает дополнительную силу, действующую только на движущийся заряд. Это **магнитная сила** (или просто **сила Лоренца**):

$$\vec{F}_{\text{м}} = q\vec{v} \times \vec{B}. \tag{51.3}$$

В нерелятивистском случае, когда $v \ll c$, **уравнение движения частицы в электромагнитном поле** имеет вид

$$m\vec{a} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}. \tag{51.4}$$

Если перейти в другую систему отсчета (K'), относительно которой скорость частицы в данный момент времени равна нулю, то получим более простое уравнение:

$$m'\vec{a}' = q'\vec{E}',$$

или, если учесть инвариантность массы ($m' = m$), заряда ($q' = q$) и ускорения ($\vec{a}' = \vec{a}$):

$$m\vec{a} = q\vec{E}'. \tag{51.5}$$

Поскольку левые части в (51.4) и (51.5) равны, то мы можем приравнять и их правые части:

$$q\vec{E}' = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B},$$

откуда:

$$\vec{E}' = \vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}. \tag{51.6}$$

Мы получили *закон преобразования вектора электрического поля* при переходе от одной системы отсчета к другой, движущейся относительно первой со скоростью $v \ll c$. Аналогичный вид (при том же условии) имеет и *закон преобразования вектора магнитного поля*:

$$\vec{B}' = \vec{B} - \frac{1}{c^2}\vec{v} \times \vec{E}. \tag{51.7}$$

Вывод этого соотношения основывается на применении преобразования Лоренца, и мы на нем останавливаться не будем.

Формулы обратных преобразований получаются из (51.6) и (51.7) перестановкой штрихов и заменой скорости $\vec{v}$ на $-\vec{v}$:

$$\vec{E} = \vec{E}' - \vec{v} \times \vec{B}'; \tag{51.8}$$

$$\vec{B} = \vec{B}' + \frac{1}{c^2}\vec{v} \times \vec{E}'. \tag{51.9}$$

Полученные законы преобразований показывают, что векторы $\vec{E}$ и $\vec{B}$ являются величинами *относительными*: в разных системах отсчета они имеют разное значение, хотя и характеризуют при этом один и тот же объект — электромагнитное поле.

В каждой системе координат электромагнитное поле характеризуется шестью компонентами (E_x, E_y, E_z, B_x, B_y, B_z). Одно и то же поле, рассматриваемое в различных системах отсчета, представляется различными наборами значений этих компонент, подобно тому как вектор представляется различными проекциями на оси повернутых друг относительно друга систем координат.

С другой стороны, из законов (51.6) и (51.7) следует, что если электромагнитное поле отсутствует в одной какой-либо системе отсчета ($\vec{E} = 0$, $\vec{B} = 0$), то оно будет отсутствовать и в любой другой системе отсчета ($\vec{E}' = 0$, $\vec{B}' = 0$). Это еще раз подчеркивает реальность электромагнитного поля как особого материального объекта, который (как и любой другой вид материи) не может быть порожден путем простого перехода от одной системы отсчета к другой.

Существенно продвинув электромагнитную теорию, Лоренц вплотную подошел к той черте, за которой уже начиналась теория относительности. Но, будучи в плену у классических представлений о пространстве и времени, он так и не сумел через нее перейти.

? **1.** Какую силу называют силой Лоренца? **2.** Чему равна сила Лоренца? **3.** Чему равна электрическая сила? **4.** Чему равна магнитная сила Лоренца? **5.** Запишите уравнение движения заряженной частицы в электромагнитном поле. **6.** Что такое векторное произведение? Чем оно отличается от скалярного произведения векторов? **7.** Напишите законы преобразования векторов $\vec{E}$ и $\vec{B}$.

§ 52. ДВИЖЕНИЕ ЗАРЯЖЕННОЙ ЧАСТИЦЫ В ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ

Одна из основных постановок задач в классической электродинамике звучит так:

Задано электромагнитное поле. Требуется определить характер движения заряженной частицы в этом поле.

Рассмотрим эту задачу применительно к электрическому полю.

Определение. **Электрическим полем** называется электромагнитное поле, находящееся в состоянии с $\vec{E} \neq 0$, $\vec{B} = 0$.

Электрическое поле представляет собой частную форму проявления электромагнитного поля по отношению к какой-либо определенной системе отсчета. При переходе к любой другой системе отсчета, движущейся относительно данной, электромагнитное поле уже не будет чисто электрическим, так как согласно (51.7) его магнитная характеристика $\vec{B}'$ уже не будет при этом равной нулю.

Различают однородные и неоднородные электрические поля. *Однородное поле* — это такое поле, во всех точках которого напряженность $\vec{E}$ одна и та же. В противном случае поле называют *неоднородным*.

Если поле является достаточно слабым, то на протяжении небольших интервалов времени (пока $v \ll c$) движение частицы в электрическом поле можно описывать классическим уравнением в форме второго закона Ньютона:

$$m\vec{a} = \vec{F}_{эл},$$

или

$$m\vec{a} = q\vec{E}.$$

Отсюда видно, что при *постоянном* значении $\vec{E}$ частица будет двигаться в *однородном* электрическом поле *равноускоренно* с ускорением

$$\vec{a} = \frac{q}{m}\vec{E}. \tag{52.1}$$

Для небольших скоростей ($v \ll c$) теория равноускоренного движения была изложена в курсе механики. Согласно этой теории скорость и радиус-вектор частицы в любой момент времени определяются выражениями

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t \quad \text{и} \quad \vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \vec{a}\,\frac{t^2}{2}.$$

С учетом (52.1) эти уравнения принимают вид:

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \frac{q}{m}\vec{E}t; \tag{52.2}$$

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{q}{m}\vec{E}\,\frac{t^2}{2}. \tag{52.3}$$

Рассмотрим два частных случая.

1. Начальная скорость частицы параллельна электрическому полю: $\vec{v}_0 \parallel \vec{E}$.

В этом случае движение частицы будет прямолинейным. При $\vec{v}_0 \uparrow\uparrow \vec{E}$ поле будет ускорять положительно заряженную частицу; при $\vec{v}_0 \downarrow\uparrow \vec{E}$ поле будет ее тормозить (для отрицательно заряженной частицы все будет наоборот).

2. Начальная скорость частицы перпендикулярна электрическому полю: $\vec{v}_0 \perp \vec{E}$.

В этом случае частица будет отклоняться от своего первоначального направления, двигаясь по ветви параболы (аналогично тому, как движется в поле тяжести Земли тело, брошенное горизонтально).

При решении задач на движение частиц в электрическом поле часто бывает удобным использовать *теорему о кинетической энергии:*

$$A = \frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2}, \tag{52.4}$$

где A — работа электрического поля на данном перемещении. Если частица движется параллельно вектору $\vec{E}$ и разгоняется, то работа поля на пути d будет равна $A = Fd = |q|Ed$ и формула (52.4) примет вид

$$|q|Ed = \frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2}. \tag{52.5}$$

Если же частица движется параллельно напряженности электрического поля, но тормозит, то работа поля будет отрицательной: $A = -Fd = -|q|Ed$ — и теорема о кинетической энергии запишется в виде:

$$-|q|Ed = \frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2}. \tag{52.6}$$

В сильном электрическом поле (либо при достаточно большом времени движения) вместо классического следует использовать *релятивистское* уравнение движения. Если начальная скорость частицы равна нулю ($v_0 = 0$), то согласно (46.3) с учетом (51.2) через время t скорость частицы будет определяться выражением

$$v = \frac{c}{\sqrt{1 + \left(\frac{mc}{qEt}\right)^2}}.$$

Отсюда видно, что, каким бы сильным ни было электрическое поле, оно никогда не сможет разогнать частицу до скорости, равной скорости света в вакууме. Чем ближе будет v к c, тем медленнее она будет нарастать дальше. При $t \to \infty$ ускорение частицы $a \to 0$.

На практике однородное электрическое поле можно создать между двумя параллельными пластинами, заряды которых равны по модулю, но противоположны по знаку [1]. Соответствующая си-

[1] Такая система пластин называется *плоским конденсатором*.

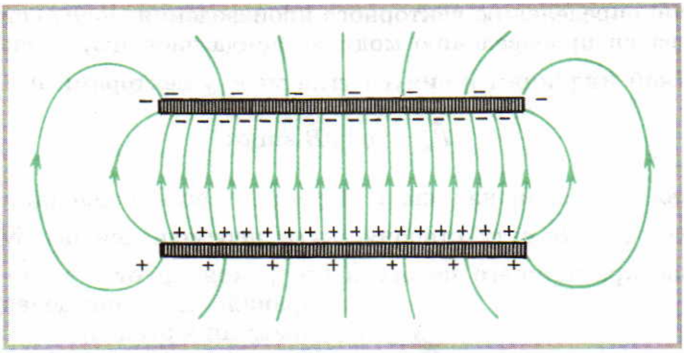


Рис. 79

туация изображена на рисунке 79. Электрическое поле на этом рисунке представлено в виде линий напряженности электрического поля, или **силовых линий**, т. е. таких линий, касательные к которым в каждой точке совпадают по направлению с напряженностью поля в той же точке. У однородного поля эти линии параллельны и расположены на одинаковом расстоянии друг от друга. В общем же случае там, где поле сильнее, силовые линии располагают гуще, а там, где оно слабее, — реже.

? **1.** Что такое электрическое поле? **2.** Какое поле называют однородным? **3.** Как выглядит нерелятивистское уравнение движения частицы в электрическом поле? **4.** В каком случае электрическое поле разгоняет заряженную частицу, а в каком тормозит? **5.** Может ли электрическое поле разогнать частицу до скорости света в вакууме? Почему? **6.** Что такое силовые линии электрического поля?

§ 53. ДВИЖЕНИЕ ЗАРЯЖЕННОЙ ЧАСТИЦЫ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Рассмотрим движение заряженной частицы в магнитном поле.

Определение. **Магнитным полем** называется электромагнитное поле, находящееся в состоянии с $\vec{E} = 0$, $\vec{B} \neq 0$.

Как и электрическое, магнитное поле является частной формой проявления электромагнитного поля по отношению к какой-либо определенной системе отсчета. При переходе от данной к любой другой системе отсчета электромагнитное поле уже не будет чисто магнитным, так как согласно выражению (51.6) его электрическая характеристика $\vec{E}'$ уже не будет при этом равной нулю.

Магнитное поле способно действовать только на *движущуюся* заряженную частицу. Это объясняется тем, что магнитная сила Лоренца зависит от скорости движения частицы:

$$\vec{F}_{\text{м}} = q\vec{v} \times \vec{B}.$$

Согласно определению векторного произведения *модуль* силы Лоренца равен произведению модуля заряда частицы, ее скорости, магнитной индукции и синуса угла между векторами $\vec{v}$ и $\vec{B}$:

$$\vec{F}_м = |q| vB \sin \alpha.$$

Направлена магнитная сила Лоренца всегда перпендикулярно векторам $\vec{v}$ и $\vec{B}$ в ту сторону, куда перемещался бы буравчик в случае кратчайшего поворота его рукоятки от $\vec{v}$ к $\vec{B}$. Другое правило для определения направления этой силы называют **правилом левой руки:**

если расположить левую ладонь так, чтобы четыре вытянутых пальца указывали направление движения положительного заряда, а вектор магнитного поля входил в ладонь, то отставленный большой палец покажет направление магнитной силы, действующей на данный заряд (рис. 80).

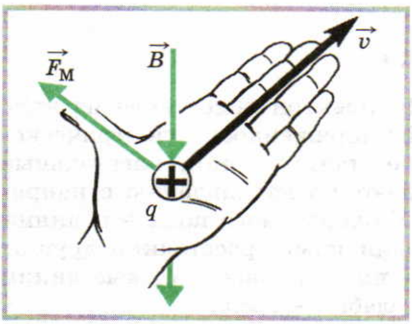


Рис. 80

Поскольку магнитная сила Лоренца всегда перпендикулярна скорости движения частицы, то работу она не совершает: $A = 0$. Подстановка этого значения в теорему о кинетической энергии приводит к равенству $\frac{mv^2}{2} = \frac{mv_0^2}{2}$. Это означает, что *магнитное поле не может изменить абсолютное значение скорости частицы.* Скорость частицы в магнитном поле может изменяться только по направлению.

Как и электрическое, магнитное поле может быть однородным и неоднородным. В *однородном* магнитном поле вектор $\vec{B}$ во всех точках один и тот же. *Силовые линии* такого поля[1] параллельны и расположены на одинаковом расстоянии друг от друга.

Исследуем движение заряженной частицы в *постоянном* во времени и *однородном* магнитном поле. Если скорость движения частицы невелика ($v \ll c$), то в соответствии со вторым законом Ньютона ее уравнение движения будет иметь вид:

$$m\vec{a} = q\vec{v} \times \vec{B},$$

[1] Линиями индукции магнитного поля или силовыми линиями магнитного поля называют линии, касательные к которым в каждой точке совпадают по направлению с вектором $\vec{B}$ в этой же точке.

или для модулей

$$ma = |\,q\,|\,vB\sin\alpha.$$

Рассмотрим несколько частных случаев.

1. Частица влетает в магнитное поле параллельно его силовым линиям: $\vec{v} \parallel \vec{B}$.

В этом случае $\alpha = 0$, $\sin\alpha = 0$ и $F_м = 0$. Это означает, что сила Лоренца на частицу не действует, и потому частица будет продолжать двигаться равномерно и прямолинейно с той скоростью, которая у нее была.

2. Частица влетает в магнитное поле перпендикулярно его силовым линиям: $\vec{v} \perp \vec{B}$.

В этом случае $\alpha = 90°$, $\sin\alpha = 1$ и $F_м = |\,q\,|\,vB$. Уравнение движения частицы принимает вид:

$$ma = |\,q\,|\,vB. \qquad (53.1)$$

Поскольку сила Лоренца перпендикулярна скорости частицы, она будет сообщать частице *центростремительное* ускорение

$$a = \frac{v^2}{R}, \qquad (53.2)$$

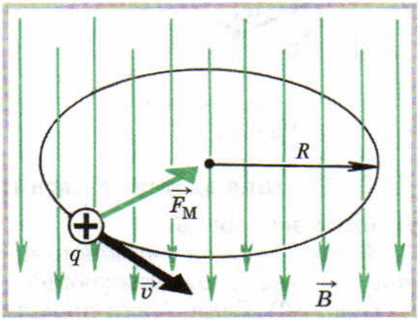


Рис. 81

заставляя ее двигаться по окружности радиуса R (рис. 81). Подстановка выражения (53.2) в уравнение (53.1) дает

$$m\frac{v^2}{R} = |q|vB,$$

или

$$\frac{mv}{R} = |q|B.$$

Отсюда можно найти радиус окружности, по которой будет двигаться частица:

$$R = \frac{mv}{|q|B} = \frac{p}{|q|B}, \qquad (53.3)$$

и ее период обращения:

$$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi m}{|q|B}. \qquad (53.4)$$

Из полученных соотношений видно, что, чем больше скорость частицы, тем больше радиус окружности, по которой она движется; период же обращения ни от скорости, ни от радиуса окружности не зависит.

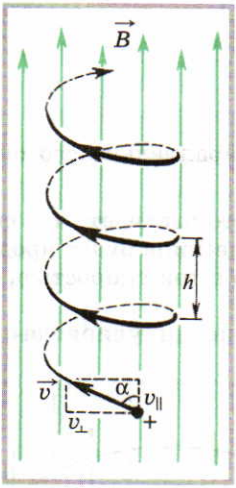


Рис. 82

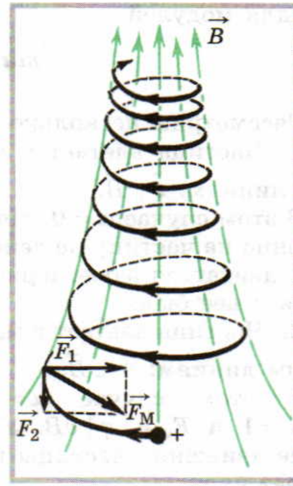


Рис. 83

3. Частица влетает в магнитное поле под острым (или тупым) углом к вектору $\vec{B}$.

В этом случае движение частицы будет происходить по *винтовой линии*, охватывающей силовые линии магнитного поля (рис. 82). Если найти проекции скорости частицы на направления вдоль линий $\vec{B}$ ($v_{\parallel} = v \cos \alpha$) и перпендикулярную линиям $\vec{B}$ ($v_{\perp} = v \sin \alpha$), то это сложное движение можно будет представить в виде суммы двух простых движений: движения по окружности со скоростью $v_{\perp}$ и центростремительным ускорением $\frac{v_{\perp}^2}{R}$ и движения по инерции вдоль линий поля со скоростью $v_{\parallel}$. При этом шаг винтовой линии (т. е. расстояние, на которое смещается частица вдоль линий поля за один оборот) будет равен $h = v_{\parallel}T$.

В случае когда частица попадает в *неоднородное* магнитное поле с медленно сходящимися (или расходящимися) силовыми линиями, картина движения усложняется. Разложив действующую в этом случае силу Лоренца на две составляющие (рис. 83), можно заметить, что одна из них ($\vec{F}_1$) будет по-прежнему обеспечивать центростремительное ускорение, а другая ($\vec{F}_2$) будет тормозить продольное движение частицы, мешая ей продвигаться в область более сильного поля. Поскольку полная скорость частицы, как мы знаем, в магнитном поле не изменяется:

$$v^2 = v_{\perp}^2 + v_{\parallel}^2 = \text{const},$$

то из уменьшения $v_{\parallel}$ следует увеличение $v_{\perp}$. Можно доказать, что в слабонеоднородном поле это увеличение происходит пропорционально $\sqrt{B}$, так что

$$\frac{v_{\perp}^2}{B} = \text{const.} \qquad (53.5)$$

При больших скоростях теория относительности вносит поправки в предыдущие результаты. Так, например, радиус окружности [см. формулу (53.3)], по которой движется частица в поперечном магнитном поле, будет выражаться не через классический импульс $p = mv$, а через релятивистский $\left(p = \frac{mv}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}\right)$:

$$R = \frac{p}{|q|B} = \frac{mv}{|q|B\sqrt{1 - v^2/c^2}},$$

что делает период обращения частицы

$$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi m}{|q|B\sqrt{1 - v^2/c^2}} \qquad (53.6)$$

зависящим от скорости v.

? **1.** Что такое магнитное поле? **2.** Чему равен модуль магнитной силы Лоренца? **3.** Как определяется направление магнитной силы Лоренца? **4.** Может ли магнитное поле изменить абсолютное значение скорости частицы? Почему? **5.** Что такое силовые линии магнитного поля? **6.** Как движется частица в магнитном поле в разных случаях? **7.** Докажите, что при движении частицы в сторону, где сходятся силовые линии неоднородного магнитного поля, шаг винтовой линии уменьшается. **8.** Докажите, что при смещении частицы в область более сильного магнитного поля радиус кривизны винтовой линии становится меньше. **9.** Чем отличается период обращения частицы в поперечном магнитном поле в нерелятивистском и релятивистском случаях?

§ 54. ОТКРЫТИЕ ЭЛЕКТРОНА

В 1859 г. немецкий ученый Юлиус Плюккер обнаружил существование невидимых лучей, распространяющихся от отрицательно заряженного металлического электрода (катода) внутри стеклянной трубки с разреженным газом, через который пропускали электрический ток. Лучи были обнаружены по явлению свечения стенки трубки, на которую они попадали. Несколько позже эти лучи были названы катодными.

В 1871 г. английский физик К. Вэрли решил поместить в трубку легкую пластинку, подвешенную на тонкой шелковой нити. Изменяя направление распространения катодных лучей с помощью магнита, Вэрли направлял эти лучи то на один, то на другой конец пластинки. Заметив, что каждый раз при этом пластинка отклоняется, будто лучи на нее давят, он сделал вывод, что они состоят из «размельченных частиц вещества, разбрасываемых во все стороны катодом под действием электрической силы и изменяющих свое направление под действием магнита».

Что это за частицы (молекулы? ионы?), каков их заряд и масса — вот вопросы, которые встали перед учеными.

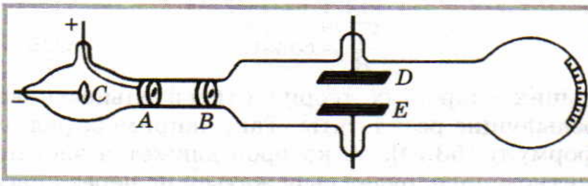


Рис. 84

В 1883 г. Генрих Герц попытался обнаружить отклонение катодных лучей электрическим полем. Однако все его попытки оказались тщетными. На этом основании он решил, что катодные лучи не переносят электрического заряда и подобны световым волнам. Однако через 12 лет французскому ученому Ж. Перрену удалось установить, что эти лучи отрицательно заряжены, и гипотеза о волновой природе катодных лучей постепенно отпала.

В апреле 1897 г. о результатах измерения удельного заряда[1] катодных лучей сообщил английский ученый Джозеф Джон Томсон. Томсон провел свои измерения для разных материалов катода и при различных газах, заполняющих трубку. Во всех опытах для удельного заряда была получена величина порядка 10^{11} Кл/кг. Через четыре месяца Томсон провел новые оригинальные опыты и снова получил прежний результат.

Для определения удельного заряда Томсон применил метод отклонения катодных лучей в «поперечном электромагнитном поле». Схема катодно-лучевой трубки, с которой работал Томсон, показана на рисунке 84. В этой трубке частицы пролетали «область отклонения» между двумя параллельными металлическими пластинами, где на них действовали электрические и магнитные силы, а затем попадали в «область дрейфа», где на них уже не действовали никакие силы и где поэтому они двигались по инерции равномерно и прямолинейно, пока не ударялись в торец трубки. Там, где частицы ударялись в стеклянную стенку трубки, появлялось светящееся пятно, по положению которого можно было определить смещение луча под действием приложенных сил.

Джозеф Джон Томсон

Подбирая вначале индукцию магнитного поля так, чтобы электрическая сила компенсировалась магнитной (в этом случае смещение луча отсутствовало), и измеряя при этом скорость частиц

$$v = \frac{E}{B}, \qquad (54.1)$$

[1] Удельным зарядом частицы называют отношение заряда этой частицы к ее массе (q/m).

Томсон затем отключал электрическое поле и измерял отклонение луча при наличии только одного магнитного поля. Найденные им смещение луча $d = 0{,}07$ м и скорость частиц $v = 2{,}8 \cdot 10^7$ м/с позволили установить, что $\frac{|q|}{m} \approx 10^{11}$ Кл/кг.


Роберт Эндрус Милликен

Полученные в разных условиях и разными методами идентичные результаты означали, что частицы катодных лучей не могут быть ионами, принадлежащими газу или материалу катода, и представляют собой некие универсальные частицы, присутствующие во всех веществах. В том же, 1897 г. ирландский физик Дж. Фитцджеральд впервые назвал их электронами[1].

После того как Томсон измерил отношение заряда электрона к его массе, осталась нерешенной другая важная задача: определение массы m и заряда e электрона по отдельности. Не останавливаясь на сделанных разными учеными грубых оценках этих величин, рассмотрим первые по-настоящему точные измерения элементарного заряда, выполненные в 1910—1914 гг. американским физиком-экспериментатором Робертом Милликеном.

Схема его установки показана на рисунке 85. Между двумя пластинами плоского конденсатора (с зазором 1,5 см) создавалось электрическое поле напряженностью порядка $5 \cdot 10^5$ Н/Кл. В это поле впрыскивались капельки масла, которые при распылении заряжались. Их движение внутри конденсатора наблюдалось с помощью микроскопа.

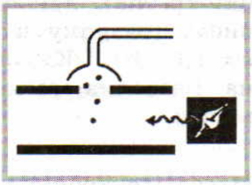


Рис. 85

В отсутствие электрического поля капелька масла падала вниз с некоторой установившейся скоростью v_0, обусловленной действием на каплю трех сил: направленной вниз силы тяжести ($F_т$) и направленных вверх силы сопротивления воздуха ($F_с = kv_0$) и архимедовой выталкивающей силы (F_A). При равномерном падении

$$F_т - F_A - kv_0 = 0. \qquad (54.2)$$

При создании электрического поля напряженностью E на каплю начинала действовать дополнительная электрическая сила $F_{эл} = qE$. Поле E подбиралось таким, чтобы капля начинала под-

[1] Сам термин «электрон» появился несколько раньше. В 1891 г. его ввел для обозначения минимального электрического заряда (а не частицы!) ирландский физик Дж. Стоней.

ниматься вверх. Если v — установившаяся скорость капли при ее подъеме вверх, то в случае равномерного движения

$$qE + F_A - kv - F_т = 0. \qquad (54.3)$$

Из уравнений (54.2) и (54.3) можно определить заряд капли:

$$q = \frac{kv_0 + kv}{E}. \qquad (54.4)$$

Скорости падения и подъема капли измерялись путем определения промежутка времени, необходимого для прохождения расстояния между двумя видимыми в микроскоп горизонтальными окулярными нитями.

Ионизируя воздух рентгеновскими лучами, можно изменить заряд капли (к которой при этом начинают прилипать образовавшиеся в воздухе ионы) и тем самым скорость ее движения. Эту процедуру можно повторить несколько раз. Определив скачки скорости Δv, появляющиеся после каждого очередного облучения, можно найти и соответствующие им изменения заряда капли Δq. Связь между Δv и Δq можно найти с помощью соотношения (54.4):

$$\Delta q = k\frac{\Delta v}{E}.$$

Произведя многочисленные измерения с каплями не только масла, но и воды, глицерина, ртути и др., Милликен установил, что во всех опытах заряд капли всегда изменяется скачкообразно (дискретно), причем Δq все время оказывается равным целому числу (разному в разных опытах) одной и той же величины $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл. Это и есть абсолютное значение заряда электрона. Разделив его на удельный заряд электрона, мы получим его массу:

$$m = 9 \cdot 10^{-31} \text{ кг}.$$

Масса электрона оказалась почти в две тысячи раз меньше массы самого легкого атома в природе — атома водорода.

? **1.** Что такое катодные лучи? **2.** Кто открыл электрон? **3.** Что такое удельный заряд? **4.** Выведите формулу (54.1). **5.** Кем были выполнены первые точные измерения элементарного заряда? **6.** Чему равна масса электрона? **7.** Кто придумал название «электрон»?

§ 55. ПРИМЕНЕНИЯ СИЛЫ ЛОРЕНЦА

Рассмотрим некоторые из многочисленных применений силы Лоренца, которые встречаются в науке и технике.

1. *Управление электронным пучком.*

Управлять узкими пучками электронов (электронными лучами) научил физиков Дж. Дж. Томсон. Метод управления потоком электронов с помощью электрических и магнитных полей применяется в современных электронно-лучевых трубках и кинескопах телевизоров.

2. *Определение скорости движения частиц.*

Метод Томсона позволяет определить и скорость движения заряженных частиц. Пропуская пучок частиц через поперечные электрическое и магнитное поля (в которых $\vec{E} \perp \vec{B}$, $\vec{E} \perp \vec{v}$ и $\vec{B} \perp \vec{v}$), путем изменения B или E добиваются того, чтобы отклонение пучка при одновременном действии этих полей отсутствовало. Так будет в том случае, когда электрическая и магнитная силы будут противоположны по направлению (и перпендикулярны скорости частиц), но равны по модулю: $|q|E = |q|vB$, откуда $v = E/B$.

3. *Определение знака заряда движущейся частицы.*

Как известно, попадая в поперечное магнитное поле, заряженная частица начинает двигаться по дуге окружности. Расположим четыре вытянутых пальца левой ладони по направлению скорости v частицы, причем так, чтобы силовые линии магнитного поля входили в ладонь. Если при этом отставленный большой палец будет указывать на центр описываемой данной частицей окружности, то ее заряд $q > 0$; если же он будет указывать противоположное направление, то это будет означать, что $q < 0$.

4. *Магнитные ловушки.*

Из § 53 знаем, что в неоднородном магнитном поле при движении частицы в направлении схождения силовых линий ее продольная скорость постепенно уменьшается. В области сильного поля эта скорость в какой-то момент может обратиться в нуль, после чего частица по раскручивающейся винтовой линии начнет двигаться назад.

Для того чтобы выяснить, при каком условии это произойдет, воспользуемся формулой (53.5). Так как проекция скорости $v_\perp = v \sin\alpha$, то можно записать:

$$\frac{v^2 \sin^2\alpha}{B} = \frac{v^2 \sin^2\alpha_0}{B_0},$$

откуда

$$\sin^2\alpha = \frac{B}{B_0 / \sin^2\alpha_0}. \qquad (55.1)$$

Через B_0 и α_0 здесь обозначены значения индукции магнитного поля и угла, под которым попадает в него частица, в начальный момент времени. Из (55.1) видно, что с ростом B увеличивается и угол α между скоростью и индукцией. Но $\sin\alpha$ не может превысить единицу. Поэтому изменение направления «продольного» движения частицы на обратное произойдет в тот момент, когда частица окажется в области поля, где $B = B_0/\sin^2 \alpha_0$.

Область сильного магнитного поля с индукцией $B > B_0/\sin^2 \alpha_0$ отражает заряженные частицы и потому называется *магнитным зеркалом.*

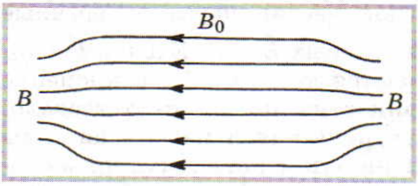


Рис. 86

Используя явление магнитного отражения, можно сконструировать *магнитные ловушки*, предназначенные для удержания заряженных частиц в заданном объеме. Магнитное поле простейшей из таких ловушек изображено на рисунке 86. В средней части это поле практически однородно, модуль индукции магнитного поля равен B_0. На краях индукция магнитного поля увеличивается до некоторого значения B. Частицы, попадающие в центральную часть этой ловушки под углом α_0, удовлетворяющим условию

$$\sin\alpha_0 > \sqrt{B_0/B},$$

из-за отражения от магнитных зеркал в торцах ловушки будут удерживаться внутри ее.

Магнитные ловушки используются для удержания высокотемпературной плазмы[1], не давая ей касаться стенок камеры, которые в противном случае тут же бы испарились.

5. *Определение удельных зарядов и масс частиц.*

Удельные заряды и массы заряженных частиц (ионов) измеряют с помощью специальных приборов, называемых **масс-спектрографами.**

В масс-спектрографе (рис. 87) пар исследуемого вещества вначале ионизируется простреливающим его электронным пучком. Образующиеся ионы ускоряются электрическим полем между двумя электродами *1* и *2*. Если q — заряд иона, m — его масса, а E — напряженность ускоряющего поля, то в соответствии с формулой (52.5) под действием этого поля каждый ион на пути d приобретет энергию:

$$\frac{mv^2}{2} = |q|Ed. \quad (55.2)$$

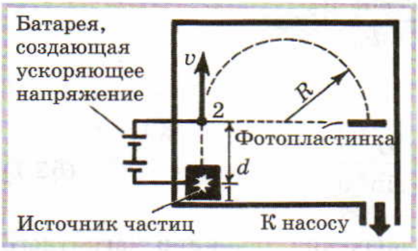


Рис. 87

Имея эту энергию, пучок ионов попадает в поперечное магнитное поле (скорости ионов пер-

[1] Плазма состоит из движущихся и взаимодействующих электрически заряженных (и нейтральных) частиц и окружающих их полей.

пендикулярны $\vec{B}$). Уравнение движения иона в таком поле имеет вид:

$$m\frac{v^2}{R} = |q|vB, \qquad (55.3)$$

где R — радиус дуги окружности, по которой начинает двигаться ион под действием магнитной силы Лоренца. Выражая из уравнения (55.3) скорость v и подставляя полученное значение в (55.2), можно найти удельный заряд иона:

$$\frac{|q|}{m} = \frac{2Ed}{B^2R^2}.$$

Если заряд q иона известен, то его масса согласно последней формуле может быть найдена следующим образом:

$$m = \frac{|q|B^2R^2}{2Ed}.$$

Радиус дуги окружности R при этом легко определяется по местоположению следа, который оставляют ионы на фотопластинке, помещенной в конце этой дуги.

6. *Ускорение заряженных частиц.*

При исследовании процессов, происходящих в микромире, невозможно обойтись без интенсивных пучков частиц с высокими энергиями. Такие пучки получают с помощью сложных устройств, называемых *ускорителями*. Различают *линейные* и *циклические* ускорители. Ускорение частиц и в тех и в других ускорителях происходит за счет действия электрического поля, только в первых из них частицы движутся прямолинейно, а во вторых — по окружности или раскручивающейся спирали, что достигается действием на частицы магнитной силы Лоренца.

Простейший циклический ускоритель заряженных частиц **(циклотрон)** впервые был построен в 1931 г. американскими физиками Э. Лоуренсом и М. Ливингстоном. В циклотроне (рис. 88) ускоряемые частицы движутся внутри полости двух чуть раздвинутых полуцилиндров (дуантов[1]), по-

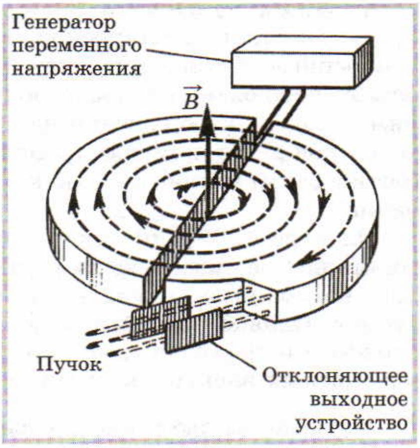


Рис. 88

[1] Эти полуцилиндры называют дуантами из-за сходства их формы с латинской буквой D.

мещенных в вакуумную камеру между полюсами сильного электромагнита. Магнитное поле этого электромагнита искривляет траекторию частиц. Ускорение движущихся частиц происходит в тот момент, когда они оказываются в зазоре между дуантами. В этом месте на них действует изменяющееся электрическое поле, создаваемое электрическим генератором высокой частоты, которая совпадает с частотой обращения частиц внутри циклотрона. При не слишком больших скоростях эта частота не зависит от радиуса окружности и скорости частиц, так что в зазор между дуантами частицы попадают всегда через один и тот же промежуток времени. Получая каждый раз при этом некоторое приращение скорости, они продолжают свое движение дальше по окружности все большего радиуса, и траектория их движения превращается в плоскую раскручивающуюся спираль. На последнем витке этой спирали включается дополнительно отклоняющее поле, и пучок ускоренных частиц выводится наружу.

Недостатком циклотрона является то, что заряженные частицы в нем не могут быть ускорены до больших энергий, так как при высоких скоростях начинает проявляться релятивистская зависимость периода обращения от скорости частиц. Согласно соотношению (53.6) с ростом скорости этот период возрастает, и потому при каждом очередном попадании в ускоряющий зазор частицы начинают все больше опаздывать, пока не оказываются в нем тогда, когда существующее в зазоре поле будет их тормозить. Поэтому для получения частиц высоких энергий применяют другие, более сложные ускорители, например электронные синхротроны и мощные ускорители протонов — синхрофазотроны.

7. *Электронный микроскоп.*

В электронном микроскопе вместо световых лучей используют ускоренные пучки электронов. Пучок электронов проходит сквозь объект наблюдения и после фокусировки электромагнитными полями создает изображение на специальном экране, который светится под действием электронов. Разглядывая его через обычный (оптический) микроскоп, можно получить дополнительное увеличение.

Электронный микроскоп позволяет получить увеличенные в миллионы раз изображения микроскопических объектов, что делает возможным получать фотографии даже отдельных тяжелых атомов. Однако подобные микроскопы представляют собой очень сложные и громоздкие устройства. Например, высота сверхвысоковольтных электронных микроскопов составляет от 5 до 15 м.

? **1.** Каким методом можно определить скорость заряженных частиц? **2.** Как с помощью магнитного поля можно узнать, заряжена частица или нет и знак заряда, если он у нее есть? **3.** На чем основан принцип действия магнитной ловушки? **4.** Как определяется удельный заряд ионов в масс-спектрографе? **5.** Опишите принцип действия циклотрона. **6.** Что такое электронный микроскоп?

Глава 10. ПОСТОЯННОЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ В ВАКУУМЕ

В данной главе рассматривается электрическое поле, создаваемое неподвижными зарядами. Раздел электродинамики, изучающий свойства такого поля, называется **электростатикой.**

§ 56. ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ ТОЧЕЧНОГО ЗАРЯДА. ЗАКОН КУЛОНА

Основная задача электродинамики обратна той, которую мы решали в предыдущей главе. Там было задано электромагнитное поле и требовалось определить характер движения заряженной частицы в нем. *Основная* же задача теории электромагнитного поля формулируется так.

Задано распределение и движение электрических зарядов; требуется найти векторы $\vec{E}$ и $\vec{B}$ создаваемого ими электромагнитного поля.

Рассмотрим эту задачу в простейшем случае, когда требуется определить поле, создаваемое одним *неподвижным* точечным[1] зарядом в вакууме.

Обратимся к экспериментальным фактам. Опытным путем было установлено, что в электромагнитном поле, создаваемом неподвижными зарядами, на любой пробный заряд действует только электрическая сила. Магнитная сила в таком поле не действует:

$$q\vec{v} \times \vec{B} = 0.$$

Это равенство соблюдается при любом значении и ориентации вектора скорости пробной частицы. Поэтому мы можем утверждать, что в той системе отсчета, где источники поля покоятся, электромагнитное поле является чисто электрическим:

$$\vec{B} = 0.$$

Определение. Электрическое поле, создаваемое неподвижными зарядами, называется **электростатическим.**

Чтобы определить вектор $\vec{E}$ электростатического поля, создаваемого неподвижным точечным зарядом q_0, поместим в это поле другой, пробный электрический заряд q и найдем силу взаимодействия $\vec{F}$ между ними. Если эта сила будет найдена, то по формуле

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} \tag{56.1}$$

мы найдем и напряженность электрического поля $\vec{E}$.

[1] *Точечным зарядом* называют заряженную материальную точку.

Попытки экспериментального определения «закона электрической силы» предпринимались с середины XVIII в. Однако вопрос об электрической силе оставался открытым вплоть до 1785 г., когда французский инженер и ученый Шарль Огюстен Кулон сообщил о своем открытии.

Сила электрического взаимодействия между двумя неподвижными заряженными частицами в вакууме прямо пропорциональна произведению их зарядов и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними.

Математически этот закон **(закон Кулона)** выражается формулой

$$F = k\frac{|q_1|\,|q_2|}{r^2}.$$

Коэффициент пропорциональности k в этом законе (который может быть назван *постоянной Кулона)* численно равен силе, действующей в вакууме между двумя точечными зарядами по 1 Кл на расстоянии 1 м друг от друга:

$$k = 9 \cdot 10^9 \text{ Н} \cdot \text{м}^2/\text{Кл}^2.$$

Для своих опытов Кулон сконструировал специальный прибор для измерения слабых сил — *крутильные весы* (рис. 89). Внутрь этого прибора Кулон поместил два бузиновых шарика, один из которых t был закреплен неподвижно, а другой a находился на конце иглы, прикрепленной к серебряной нити и способной поворачиваться вокруг оси прибора.

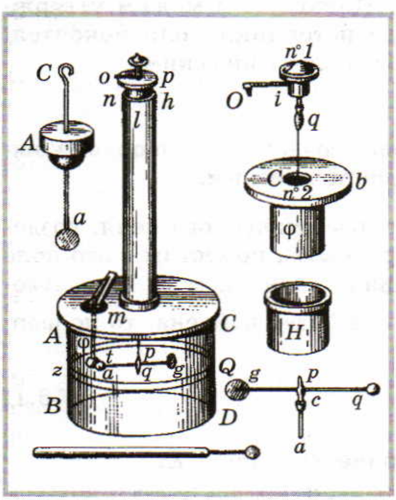


Рис. 89

Эксперимент согласно описанию самого Кулона сводился к следующему: «Электризуется маленький проводник, представляющий собой булавку с большой головкой, которая изолирована путем втыкания ее острия в конец палочки из испанского воска. Эта булавка вводится в отверстие m, и ею касаются шарика t, находящегося в контакте с шариком a. После удаления булавки два шарика оказываются заряженными электричеством одного и того же рода и расходятся на расстояние, которое измеряется с помощью шкалы zQ по направлению на нить подвеса и центр шарика a. Поворачивая затем указатель микрометра в направлении pon, закручивают нить подвеса lp и создают силу, пропорциональную углу кручения, которая стремится приблизить шарик a к шарику t. Таким способом наблюдают расстояние, на которое при разных углах закручивания шарик a продвигается к шарику t. Сравнивая силы кручения с соответствующими расстояниями между двумя шариками, определяют закон отталкивания».

Шарль Огюстен Кулон

Несколько позже Кулон определил, как зависит от расстояния сила притяжения между разноименными зарядами, а также как зависят силы взаимодействия от значений зарядов. В последнем случае он вынимал один из заряженных шариков и касался им точно такого же незаряженного шарика. Уменьшив таким образом заряд первого шарика вдвое, он возвращал его на место и измерял силу электрического взаимодействия заново. Эта сила тоже уменьшалась вдвое.

Если один из взаимодействующих зарядов рассматривать как источник поля q_0, а другой — как пробный заряд q, помещенный в точку с радиус-вектором $\vec{r}$ (проведенным от источника поля), то **закон Кулона** можно будет представить в следующем *векторном* виде:

$$\vec{F} = k\frac{q_0 q}{r^3}\vec{r}. \qquad (56.2)$$

Подставляя это выражение в (56.1), получаем вектор электрического поля точечного заряда:

$$\vec{E} = k\frac{q_0}{r^3}\vec{r}. \qquad (56.3)$$

Модуль этого вектора равен

$$E = k\frac{|q_0|}{r^2}. \qquad (56.4)$$

Итак, *напряженность электростатического поля точечного заряда прямо пропорциональна заряду источника поля и обратно пропорциональна квадрату расстояния от источника поля до данной точки.*

Электрическое поле точечного заряда не является однородным. Если это поле создается положительным зарядом ($q_0 > 0$), то

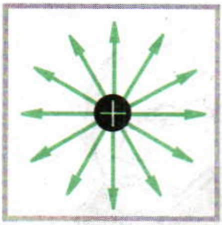


Рис. 90

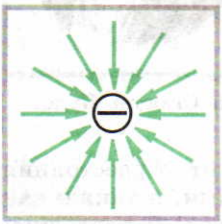


Рис. 91

в соответствии с (56.3) его силовые линии расходятся (рис. 90); если же отрицательным ($q_0 < 0$), то его силовые линии сходятся (рис. 91).

В 1879 г., через 73 года после смерти Кулона, Максвелл опубликовал никому не известные до этого архивы Генри Кавендиша. Каково же было удивление ученых, когда они узнали, что «закон электрической силы» был открыт этим ученым за 14 лет до того, как это сделал Кулон! Одинокий английский лорд, богатый и чудаковатый человек, впервые «взвесивший Землю», неохотно публиковал свои работы и занимался наукой для себя, в качестве хобби. Молчание Кавендиша о своем открытии привело к тому, что основной закон электростатики навсегда вошел в историю науки как закон Кулона, а не Кавендиша.

? **1.** В чем заключается основная задача электродинамики? **2.** Что такое электростатика? **3.** Какое поле называют электростатическим? **4.** Сформулируйте закон Кулона. **5.** Опишите опыты Кулона. **6.** Используя формулу (56.2), докажите, что одноименные заряды отталкиваются, а разноименные притягиваются. **7.** Напишите формулу напряженности электрического поля точечного заряда и объясните смысл входящих в нее величин. **8.** По аналогии с формулой (56.2) попробуйте написать векторную формулу ньютоновского закона всемирного тяготения. В чем сходство и в чем различие между законами Кулона и всемирного тяготения?

§ 57. ПРИНЦИП СУПЕРПОЗИЦИИ ДЛЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ

Вспомним механический *принцип суперпозиции*[1] *сил:* если на данную частицу одновременно действуют несколько тел, то сила $\vec{F}$, с которой они действуют вместе, будет равна сумме сил, с которыми они действовали бы на эту частицу по отдельности, т. е.:

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \ldots + \vec{F}_n. \qquad (57.1)$$

Рассмотрим пробную покоящуюся частицу с зарядом q в электрическом поле, создаваемом системой из n заряженных тел. Тогда все силы в (57.1) будут электрическими и, следовательно, равными произведению заряда на напряженность соответствующего поля $\vec{F} = q\vec{E}$, $\vec{F}_1 = q\vec{E}_1$, ..., $\vec{F}_n = q\vec{E}_n$. Подставив эти выражения в (57.1), получим:

$$q\vec{E} = q\vec{E}_1 + q\vec{E}_2 + \ldots + q\vec{E}_n,$$

[1] От позднелатинского слова superpositio — наложение.

откуда:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \ldots + \vec{E}_n. \qquad (57.2)$$

Мы получили **принцип суперпозиции для электрического поля:**

Напряженность электрического поля, создаваемого несколькими электрическими зарядами, равна сумме напряженностей электрических полей, создаваемых каждым из этих зарядов в отдельности.

Благодаря принципу суперпозиции любая задача о нахождении электростатического поля, создаваемого системой заряженных частиц, сводится к применению формулы (56.4) для поля точечного заряда.

Проиллюстрируем применение этой формулы на двух примерах.

1. Пусть требуется определить напряженность электростатического поля в вершине *3* равностороннего треугольника, в двух других вершинах которого (*1* и *2*) находятся одинаковые по модулю, но разные по знаку заряды q_0 и $-q_0$ (рис. 92).

У электрического поля в этой задаче два источника. Согласно принципу суперпозиции напряженность поля в данной точке будет равна сумме напряженностей полей, создаваемых каждым из этих источников в отдельности:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2. \qquad (57.3)$$

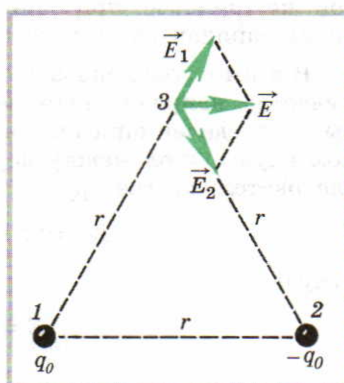


Рис. 92

Изобразив векторы $\vec{E}_1$ и $\vec{E}_2$ и сложив их по правилу параллелограмма, получим вектор $\vec{E}$, направленный горизонтально вправо. Для нахождения его модуля возведем обе части равенства (57.3) в квадрат:

$$E^2 = E_1^2 + E_2^2 + 2\vec{E}_1\vec{E}_2.$$

Появившееся здесь скалярное произведение векторов находится по формуле: $\vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2 = E_1E_2 \cos \alpha_{12}$, где α_{12} — угол между векторами $\vec{E}_1$ и $\vec{E}_2$. Так как в данном случае $\alpha_{12} = 120°$, то $\cos \alpha_{12} = -1/2$, и, следовательно, $\vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2 = -\frac{1}{2} E_1E_2$. Таким образом,

$E^2 = E_1^2 + E_2^2 - E_1E_2$. Но $E_1 = E_2$, поэтому $E_2^2 = E_1^2$ и, значит,

$$E = E_1 = k\frac{|q_0|}{r^2}.$$

Подобным образом можно определить напряженность поля и в других точках. Полная картина электростатического поля, создаваемого данными (равными по модулю!) зарядами, изображена на

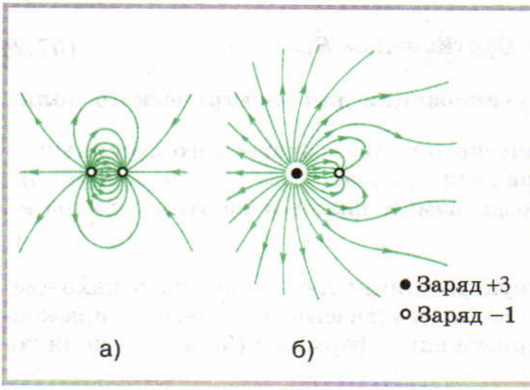


Рис. 93

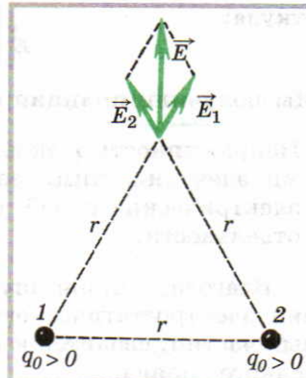


Рис. 94

рисунке 93, *а*. На рисунке 93, *б* изображена ситуация, когда модули зарядов источников не совпадают.

2. Найдем теперь напряженность электростатического поля в той же точке, но при одинаковых не только по модулю, но и по знаку зарядах источников: $q_0 > 0$ (рис. 94).

В этом случае снова $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$, но вектор $\vec{E}$ на этот раз оказывается направленным вертикально вверх. Его модуль может быть определен описанным выше способом. Учитывая, что в данном случае угол между перемножаемыми векторами $\alpha_{12} = 60°$ и, следовательно, $\cos \alpha_{12} = 1/2$, получаем

$$E^2 = E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2\frac{1}{2} = 3E_1^2,$$

откуда

$$E = \sqrt{3}E_1 = \sqrt{3}k\frac{q_0}{r^2}.$$

Полная картина электростатического поля для данного случая изображена на рисунке 95.

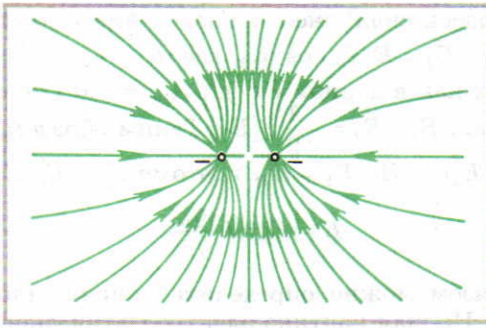


Рис. 95

? 1. Изобразите силовые линии электростатического поля, создаваемого: а) одним положительным зарядом; б) одним отрицательным зарядом; в) двумя положительными зарядами; г) двумя отрицательными зарядами; д) двумя разноименными зарядами. Модули зарядов во всех случаях считать одинаковыми.

§ 58. ОСНОВНАЯ ТЕОРЕМА ЭЛЕКТРОСТАТИКИ

Действуя на заряженную частицу и заставляя ее двигаться, электростатическое поле совершает работу. Эта работа обладает двумя замечательными свойствами.

1. *Работа электростатического поля по любой замкнутой траектории равна нулю:*

$$A_0 = 0. \qquad (58.1)$$

Докажем это утверждение применительно к частному случаю, когда электростатическое поле является *однородным.* В этом случае работа, совершаемая электростатической силой, может быть найдена как произведение силы на перемещение: $A = \vec{F} \cdot \vec{s}$. Но для замкнутой траектории $\vec{s} = 0$. Следовательно, и работа $A_0 = 0$.

Если поле не является однородным, то формулой $A = \vec{F} \cdot \vec{s}$ пользоваться нельзя и для доказательства равенства (58.1) необходимо использовать средства высшей математики. Не останавливаясь на этом доказательстве, проиллюстрируем данную ситуацию лишь одним примером.

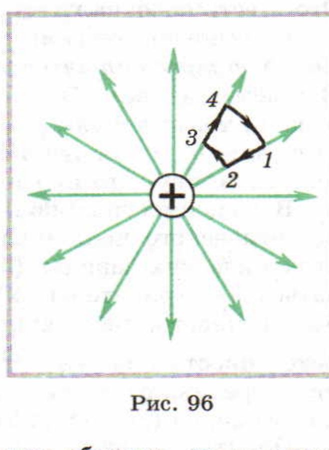


Рис. 96

Рассмотрим движение пробной частицы по замкнутой траектории *1—2—3—4—1* в поле точечного заряда $q_0 > 0$ (рис. 96). Работа по замкнутой траектории A_0 в этом случае может быть представлена в виде суммы работ, совершаемых полем на отдельных участках этой траектории:

$$A_0 = A_{12} + A_{23} + A_{34} + A_{41}.$$

Участки *2—3* и *4—1* представляют собой дуги окружностей с центром в источнике поля. В каждой точке этих участков действующая на пробный заряд сила перпендикулярна направлению его движения и потому работу не совершает: $A_{23} = A_{41} = 0$. Таким образом, из четырех слагаемых в формуле работы остаются лишь два:

$$A_0 = A_{12} + A_{34}.$$

Но оставшиеся работы, как легко заметить, равны по модулю и противоположны по знаку: $A_{12} = -A_{34}$. Поэтому работа по всей замкнутой траектории и в данном случае оказывается равной нулю: $A_0 = 0$.

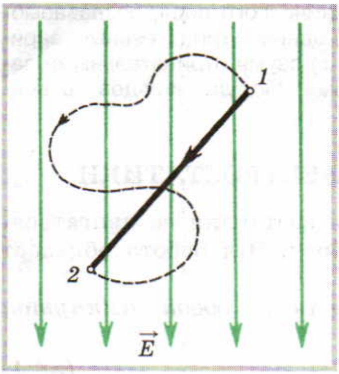


Рис. 97

2. *Работа, совершаемая электростатическим полем при перемещении частицы из одной точки поля в другую, не зависит от формы траектории, соединяющей эти точки.*

Это свойство, как уже доказывалось в разделе «Механика», является следствием предыдущего. Для *однородного* поля оно очевидно: так как в этом случае $A = \vec{F} \cdot \vec{s}$, то, какая бы траектория ни соединяла две данные точки *1* и *2* (рис. 97), перемещение $\vec{s}$ будет при этом одним и тем же и потому совершаемая работа будет также одинаковой.

Поле, способное совершать работу и удовлетворяющее сформулированным выше свойствам, называется **потенциальным.** Поэтому в сжатом виде вся изложенная здесь информация о свойствах работы электростатического поля может быть выражена следующим образом:

> Электростатическое поле потенциально.

Это и есть **основная теорема электростатики.**

Из основной теоремы электростатики следует, что *силовые линии электростатического поля не могут быть замкнутыми.* В самом деле, если бы такие (замкнутые) силовые линии существовали, то, вычисляя работу поля по перемещению заряда вдоль этих линий, мы получили бы не нуль, а некоторую положительную величину, что противоречит равенству (58.1).

В зависимости от конкретной ситуации силовые линии электростатического поля могут либо начинаться и оканчиваться на электрических зарядах (начинаться на положительных, оканчиваться на отрицательных), либо одним своим концом уходить в бесконечность, либо начинаться или оканчиваться в точках неопределенности поля (где $\vec{E} = 0$). Примером точки, где $\vec{E} = 0$, является середина расстояния между двумя равными зарядами одинакового знака (см. рис. 95).

Понятие силовых линий было введено в середине XIX в. английским физиком Майклом Фарадеем. Именно с введения этого понятия берет свое начало концепция поля в физике. Однако основной труд Фарадея «Экспериментальные исследования по электричеству» был написан довольно в своеобразной манере, без использования математической символики и не содержал ни одной формулы. Поэтому подавляющее большинство физиков того времени не приняли всерьез теоретических построений Фарадея.

Максвелл был первым, кто оценил всю глубину и плодотворность идей Фарадея. «Прежде чем начать изучение электричества, — вспоминал впоследствии Максвелл, — я решил не читать никаких математических работ по этому предмету до окончательного прочтения мною „Экспериментальных исследований по электричеству“ Фарадея». В результате появились работы Максвелла «О фарадеевых силовых линиях» (1857), «О физических силовых линиях» (1861) и, наконец, «Динамическая теория электромагнитного поля» (1864). В этих работах, по выражению Р. Милликена, Максвелл «облек плебейски обнаженные представления Фарадея в аристократические одежды математики».

? **1.** Какое поле называют потенциальным? **2.** Сформулируйте основную теорему электростатики. **3.** Докажите, что силовые линии электростатического поля не могут быть замкнутыми.

§ 59. ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ

В потенциальном поле любая частица обладает *потенциальной энергией*. Для нахождения этой энергии нужно выбрать какое-либо положение в качестве нулевого, после чего рассчитать работу, совершаемую потенциальным полем при перемещении частицы из данного положения в нулевое. Это и будет потенциальная энергия частицы в данном положении. В электродинамике ее обычно обозначают буквой W.

Поскольку потенциальная энергия заряда находится через работу, а работа — через электрическую силу, которая всегда пропорциональна заряду q, то и сама потенциальная энергия также оказывается пропорциональной этому заряду: $W \sim q$. Отсюда следует, что отношение $\frac{W}{q}$ не зависит от заряда q и в каждой точке электростатического поля может служить его *энергетической характеристикой.*

Определение. Скалярная физическая величина, измеряемая отношением потенциальной энергии пробного заряда в электростатическом поле к этому заряду, называется **потенциалом** электростатического поля:

$$\varphi = \frac{W}{q}.$$

Потенциал, как и потенциальная энергия, зависит от выбора нулевого уровня. Например, потенциал электростатического поля точечного заряда равен:

$$\varphi = k\frac{q_0}{r} + C, \tag{59.1}$$

где q_0 — заряд источника поля, r — расстояние от источника до данной точки, C — постоянная, определяемая выбором того положения, где потенциал считается равным нулю. Если $\varphi = 0$ при некотором $r = r_0$, то

$$C = -k\frac{q_0}{r_0}.$$

Обычно за нулевой уровень выбирают бесконечно удаленную от источника область ($r_0 = \infty$). В этом случае $C = 0$ и

$$\varphi = k\frac{q_0}{r}. \qquad (59.2)$$

Отсюда видно, что при $q_0 > 0$ потенциал поля положителен, при $q_0 < 0$ — отрицателен.

Если потенциал поля известен, то можно найти потенциальную энергию заряда в этом поле:

$$W = q\varphi. \qquad (59.3)$$

Согласно *закону сохранения энергии* сумма кинетической энергии заряженной частицы и ее потенциальной энергии в электростатическом поле является величиной постоянной:

$$\frac{mv^2}{2} + q\varphi = \text{const}. \qquad (59.4)$$

При движении частицы в электростатическом поле выполняется и *теорема о потенциальной энергии*, согласно которой работа потенциальных сил равна изменению потенциальной энергии, взятому с обратным знаком:

$$A = -\Delta W = W_1 - W_2. \qquad (59.5)$$

Если потенциальную энергию частицы здесь выразить через потенциал, то мы получим:

$$A = q\varphi_1 - q\varphi_2,$$

откуда

$$\frac{A}{q} = \varphi_1 - \varphi_2. \qquad (59.6)$$

Определение. Отношение работы, совершаемой электростатическим полем при перемещении пробного заряда из одной точки поля в другую, к значению этого заряда называется **напряжением** между этими точками:

$$U = \frac{A}{q}.$$

Из уравнения (59.6) видно, что *напряжение равно* **разности потенциалов** *двух точек электростатического поля*:

$$U = \varphi_1 - \varphi_2.$$

Единицей напряжения (или разности потенциалов) в СИ является *вольт* (1 В). 1 В — это напряжение между двумя точками такого электрического поля, в котором при перемещении между этими точками заряда в 1 Кл совершается работа 1 Дж.

Так же как и потенциал, напряжение можно считать *энергетической характеристикой* электрического поля. Только в отличие от потенциала оно уже не зависит от выбора нулевого уровня.

Если напряжение между данными точками поля известно, то работа электрического поля по перемещению заряда из одной точки в другую может быть найдена по формуле

$$A = qU. \tag{59.7}$$

С учетом этого равенства *теорему о кинетической энергии* для частицы, движущейся в электрическом поле, записывают в виде:

$$qU = \frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2}. \tag{59.8}$$

На основании этого уравнения вводится единица энергии, широко применяемая в физике микромира, — *электронвольт* (1 эВ). 1 эВ — это энергия, приобретаемая электроном при прохождении им разности потенциалов 1 В:

$$1 \text{ эВ} = 1{,}6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}.$$

? **1.** Что такое потенциал? **2.** Чему равен потенциал электростатического поля точечного заряда? **3.** Запишите уравнение, выражающее закон сохранения энергии для частицы, движущейся в электростатическом поле. **4.** Что такое напряжение? **5.** Как записывается теорема о кинетической энергии для частицы, движущейся в электрическом поле? **6.** Выведите формулу потенциальной энергии электростатического взаимодействия двух точечных зарядов q_1 и q_2, находящихся на расстоянии r друг от друга.

§ 60. СВЯЗЬ МЕЖДУ НАПРЯЖЕННОСТЬЮ И НАПРЯЖЕНИЕМ

Рассмотрим однородное электрическое поле в области между какими-либо двумя точками *1* и *2*, находящимися на расстоянии d друг от друга. Пусть энергетическая характеристика этого поля в данной области равна U, а силовая — $\vec{E}$. Найдем связь между ними.

Если под действием поля из точки *1* в точку *2* будет перемещаться пробный заряд q, то совершаемую полем работу можно выразить как через напряжение U, так и через напряженность поля $\vec{E}$. В первом случае

$$A = qU,$$

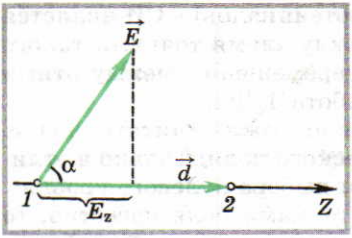


Рис. 98

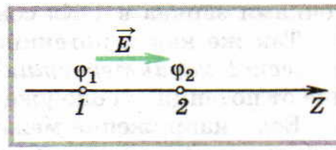


Рис. 99

а во втором (рис. 98)

$$A = \vec{F} \cdot \vec{d} = q\vec{E} \cdot \vec{d} = qEd \cos \alpha = qE_z d,$$

где $E_z = E \cos \alpha$ — проекция вектора $\vec{E}$ на ось, проведенную через точки *1* и *2*. Сравнивая оба выражения для работы, мы видим, что

$$qU = qE_z d,$$

откуда

$$U = E_z d \qquad (60.1)$$

или

$$E_z = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{d}. \qquad (60.2)$$

Формулы, связывающие напряженность и напряжение, для однородного поля, можно применять и в том случае, когда поле не является однородным, только под d тогда следует понимать расстояние между очень близкими точками.

Из формулы (60.2) можно получить два следствия.

1. *Напряженность электрического поля всегда направлена в сторону наиболее сильного уменьшения потенциала.*

Действительно, выбрав ось Z с точками *1* и *2* параллельно вектору $\vec{E}$ (рис. 99), мы получим максимальное значение проекции $E_z = E$, соответствующее (при заданном значении d) и максимальному значению разности потенциалов $\varphi_1 - \varphi_2$. Так как в этом случае $E_z > 0$, то и $\varphi_1 - \varphi_2 > 0$, откуда $\varphi_2 < \varphi_1$, что и требовалось доказать.

2. *Силовые линии электрического поля перпендикулярны эквипотенциальным поверхностям в этом поле.*

Эквипотенциальной называют поверхность, во всех точках которой потенциал электростатического поля имеет одно и то же значение.

Поскольку эквипотенциальная поверхность — это поверхность равного потенциала, то для любых двух точек этой поверхности $\varphi_1 - \varphi_2 = 0$. Подставляя это значение в (60.2), мы получим, что и $E_z = 0$. Равенство нулю этой проекции и означает, что сам вектор $\vec{E}$ перпендикулярен данной поверхности.

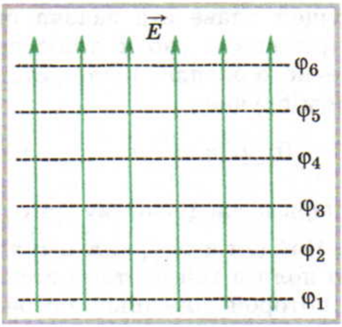


Рис. 100


Рис. 101

Отсюда легко понять, что эквипотенциальные поверхности однородного поля представляют собой плоскости (рис. 100), а поля точечного заряда — концентрические сферы (рис. 101).

Подобно силовым линиям, эквипотенциальные поверхности качественно характеризуют электрическое поле и там, где оно сильнее, проводятся гуще.

Соотношение (60.2) позволяет ввести новую единицу напряженности — *вольт на метр:* 1 В/м = 1 Н/Кл.

? **1.** Выведите формулы, связывающие напряженность и напряжение. **2.** Докажите, что напряженность электрического поля всегда направлена в сторону наиболее сильного уменьшения потенциала. **3.** Что такое эквипотенциальная поверхность? **4.** Докажите, что эквипотенциальные поверхности перпендикулярны силовым линиям поля. **5.** Чему равна работа электрического поля по перемещению заряда на эквипотенциальной поверхности?

Глава 11. ПОСТОЯННОЕ МАГНИТНОЕ ПОЛЕ В ВАКУУМЕ

В этой главе продолжается анализ основной задачи электродинамики и описываются основные особенности магнитного поля в вакууме.

Для дополнительного чтения

§ 61. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ РАВНОМЕРНО ДВИЖУЩЕГОСЯ ЗАРЯДА

Напомним формулировку основной задачи электродинамики: задано распределение и движение электрических зарядов; требуется найти векторы $\vec{E}$ и $\vec{B}$ связанного с ними электромагнитного поля.

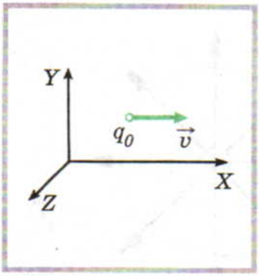


Рис. 102

В предыдущей главе эта задача была рассмотрена применительно к полю неподвижного точечного заряда. Было установлено, что в этом случае

$$\vec{B}' = 0,\ \ \vec{E}' = k\frac{q_0}{r^3}\vec{r}. \qquad (61.1)$$

Обратимся теперь к следующему по сложности случаю. Найдем векторы $\vec{E}$ и $\vec{B}$ электромагнитного поля в той системе отсчета, относительно которой точечный источник поля совершает равномерное и прямолинейное движение со скоростью $v \ll c$ (рис. 102).

Для этого подставим значение $\vec{B}' = 0$ в формулы (51.8) и (51.9). В результате получаем:

$$\vec{E} = \vec{E}',\ \vec{B} = \frac{1}{c^2}\vec{v} \times \vec{E}'. \qquad (61.2)$$

Электромагнитное поле равномерно движущегося заряда, формально ничем не отличаясь от поля неподвижного заряда в своей электрической части[1], резко отличается от него в своей магнитной части. *Поле неподвижного заряда было чисто электрическим. Поле движущегося заряда является не только электрическим, но и магнитным.*

Для того чтобы найти магнитную индукцию этого поля, подставим значение $\vec{E}'$ из (61.1) в выражение (61.2). Получаем

$$\vec{B} = k\frac{q_0\vec{v} \times \vec{r}'}{c^2 r^3}, \qquad (61.3)$$

или в скалярном виде

$$B = k\frac{|q_0|}{r^2} \cdot \frac{v \sin\beta}{c^2}, \qquad (61.4)$$

где β — это угол между скоростью частицы v и радиус-вектором $\vec{r}$, проведенным от этой частицы к данной точке (точке, в которой находится магнитная индукция).

Из полученных соотношений видно, что *вектор магнитного поля равномерно движущейся частицы перпендикулярен ее скорости и имеет значение, прямо пропорциональное скорости и заряду источника и обратно пропорциональное квадрату расстояния от источника поля до данной точки.*

[1] Отличие заключается лишь в том, что электрическое поле покоящегося заряда является постоянным, а электрическое поле движущегося заряда — переменным: оно усиливается в данной точке при приближении заряда и ослабевает при его удалении.

Используем полученные формулы для нахождения силы, действующей в магнитном поле (61.3) на движущийся параллельно источнику пробный заряд q. Пусть для простоты скорость этого заряда перпендикулярна радиус-вектору $\vec{r}$ и совпадает по модулю со скоростью самого источника (рис. 103). В этом случае угол β в (61.4), а также угол α в формуле магнитной силы Лоренца будут равны 90°, и потому

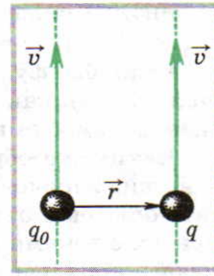


Рис. 103

$$B = k\frac{|q_0|}{r^2}\frac{v}{c^2}$$

и

$$F_{\text{м}} = |q|vB = |q|v\frac{k|q_0|}{r^2}\frac{v}{c^2}.$$

Итак, между двумя параллельно движущимися зарядами действует *магнитная сила*:

$$F_{\text{м}} = k\frac{|q_0||q|}{r^2}\left(\frac{v}{c}\right)^2. \qquad (61.5)$$

Эта сила притягивает заряды друг к другу, когда они одноименные, и отталкивает их, когда они разноименные.

Помимо магнитной, между теми же зарядами действует и электрическая сила:

$$F_{\text{эл}} = k\frac{|q_0||q|}{r^2}. \qquad (61.6)$$

Электрическая сила, наоборот, притягивает друг к другу разноименные заряды и отталкивает одноименные заряды.

Полная электромагнитная сила, действующая между рассматриваемыми зарядами, равна сумме электрической и магнитной сил:

$$\vec{F} = \vec{F}_{\text{эл}} + \vec{F}_{\text{м}}. \qquad (61.7)$$

Какая же из этих двух составляющих больше — электрическая или магнитная? Для того чтобы ответить на этот вопрос, разделим выражение (61.5) на (61.6). В результате получим:

$$\frac{F_{\text{м}}}{F_{\text{эл}}} = \left(\frac{v}{c}\right)^2.$$

Отсюда видно, что **магнитное взаимодействие движущихся зарядов является релятивистским эффектом,** проявляющимся лишь при скоростях, сравнимых со скоростью света в вакууме. При медленном движении зарядов ($v \ll c$) действующая между ними магнитная сила оказывается много меньше электрической силы ($F_{\text{м}} \ll F_{\text{эл}}$), и потому в выражении (61.7) ею можно пренебречь.

Если бы фундаментальная скорость была бесконечно большой ($c = \infty$), как это считалось в классической физике, то магнетизм в природе вообще бы отсутствовал.

Каким же образом тогда удалось открыть магнитное взаимодействие зарядов? Дело в том, что оно было открыто не в результате опытов с отдельными движущимися зарядами, а в экспериментах с токами в проводниках. Электрический ток представляет собой упорядоченное движение заряженных частиц. И хотя скорость этого движения в проводниках не превышает нескольких сантиметров в секунду, малость отношения $(v/c)^2$ оказывается скомпенсированной тем, что в электрическом токе участвует громадное число заряженных частиц, усиливающих магнитное поле друг друга[1]. Причем это усиление происходит на фоне того, что электрическое взаимодействие проводников из-за их практической нейтральности фактически отсутствует[2].

? **1.** Чем отличается электромагнитное поле равномерно движущегося заряда от электромагнитного поля покоящегося заряда? **2.** Как направлен вектор индукции магнитного поля по отношению к радиус-вектору $\vec{r}$ и скорости заряда $\vec{v}$? **3.** Докажите, что два одноименных заряда, движущиеся в одном направлении параллельно друг другу, будут испытывать магнитное притяжение. **4.** Докажите, что разноименные заряды при таком движении будут испытывать магнитное отталкивание друг от друга. **5.** Докажите, что при параллельном движении одноименных зарядов в противоположных направлениях между ними возникает магнитное отталкивание. **6.** Докажите, что при параллельном движении разноименных зарядов в противоположных направлениях между ними будет действовать магнитное притяжение.

Указание: при ответе на вопросы 3—6 сначала примените формулу (61.3), вспомнив определение векторного произведения, а затем правило левой руки для нахождения магнитной силы Лоренца.

§ 62. ХАРАКТЕР МАГНИТНОГО ПОЛЯ

Зимой 1820 г. датский профессор Копенгагенского университета Ганс Христиан Эрстед взял проводник с током и, подвесив

---

[1] Для магнитного поля, как и для электрического, справедлив *принцип суперпозиции*, по которому индукции магнитных полей отдельных частиц складываются: $\vec{B} = \vec{B}_1 + \ldots + \vec{B}_n$.

[2] Проводники, соединенные с источником тока, заряжаются от него. Однако даже у заряженного проводника подавляющее большинство зарядов одного знака скомпенсировано зарядами противоположного знака (отрицательный заряд электронов — положительным зарядом атомных ядер). Поэтому нескомпенсированный заряд тела при обычных условиях всегда оказывается ничтожно малым по сравнению с суммарным зарядом всех электронов, создающих ток в проводнике.

его над стрелкой компаса под прямым углом к ней... ничего не обнаружил. Прошло уже семь лет с тех пор, как он впервые поставил перед собой задачу «испробовать, не производит ли электричество... каких-либо действий на магнит». И вот опять неудача.

Ганс Христиан Эрстед

15 февраля, как обычно, Эрстед пришел на работу и во время демонстрации студентам нагревания током проволоки вдруг заметил, что располагавшаяся до этого параллельно проводнику стрелка компаса, случайно оказавшегося рядом, при замыкании цепи отклонилась! Связь между электричеством и магнетизмом была обнаружена!

В течение последующих месяцев Эрстед детально изучает обнаруженное явление. Он меняет источник тока; проводит опыты с проволокой из платины, золота, серебра, латуни и железа; помещает между проводником и стрелкой стекло, металлы, дерево, воду и даже камни. И во всех опытах он обнаруживает действие проводника с током на магнитную стрелку (рис. 104). Назвав это действие «электрический конфликт», в июле 1820 г. Эрстед публикует работу об открытом им явлении. В этой работе он пишет: «Если соединительная проволока расположена горизонтально под стрелкой, то эффект будет таким же, как и тогда, когда проволока расположена сверху, но действие будет направлено в обратную сторону». Исходя из этого, Эрстед заключает: «Электрический конфликт образует вихрь вокруг проволоки. Иначе было бы непонятно, как один и тот же участок проволоки, будучи помещен под магнитным полюсом, относит его к востоку, а находясь над полюсом, увлекает его к западу».

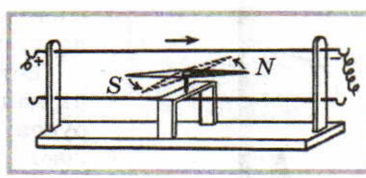


Рис. 104

На языке теории поля этот вывод можно сформулировать следующим образом:

Магнитное поле является вихревым.

Вихревой характер магнитного поля означает, что его силовые линии не имеют ни начала, ни конца; они либо замкнуты, либо выходят из бесконечности и уходят снова в бесконечность.

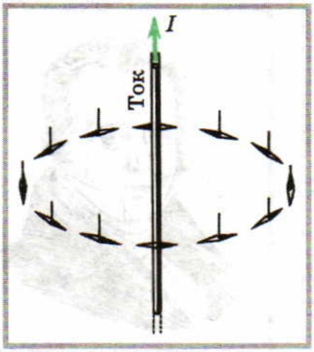


Рис. 105

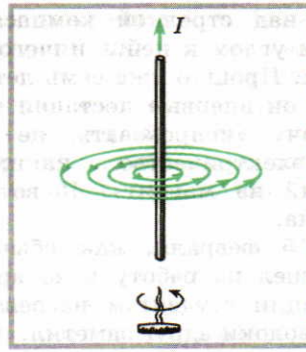


Рис. 106

Если, например, окружить проводник с током маленькими магнитными стрелками, как это показано на рисунке 105, то все они установятся вдоль окружности с центром на оси провода. Это означает, что силовые линии магнитного поля прямолинейного провода с током представляют собой концентрические окружности, охватывающие проводник (рис. 106). Направление этих линий можно определить с помощью предложенного Максвеллом **правила буравчика:** *если буравчик с правой резьбой ввинчивать по направлению тока в проводнике, то направление вращения рукоятки буравчика совпадет с направлением силовых линий магнитного поля, создаваемого этим током.*

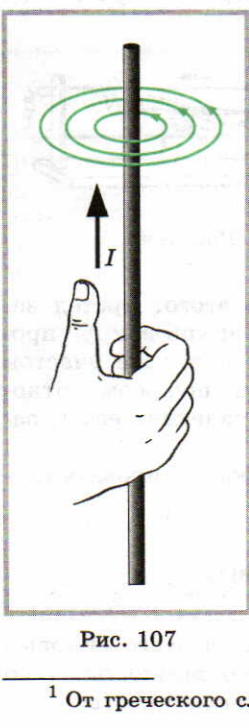


Рис. 107

Есть и другое правило для определения их направления — **правило обхвата правой рукой:** *если обхватить проводник правой рукой, направив отставленный большой палец вдоль тока, то остальные пальцы этой руки укажут направление силовых линий магнитного поля данного тока* (рис. 107).

Магнитное поле тока можно усилить, если провод, по которому идет ток, свернуть в форме винтовой спирали. Полученную в результате этого катушку с током называют *соленоидом*[1]. Магнитное поле соленоида изображено на рисунке 108 (б). Внутри соленоида оно направлено в сторону, определяемую *правилом обхвата правой рукой для катушки с током*: если обхватить соленоид ладонью правой руки, направив четыре пальца по току в витках, то отставленный

[1] От греческого слова «солен» — трубка.

большой палец покажет направление магнитных линий внутри соленоида.

Если длина соленоида много больше его диаметра, то поле внутри его (за исключением пространства вблизи его концов) можно считать практически однородным.

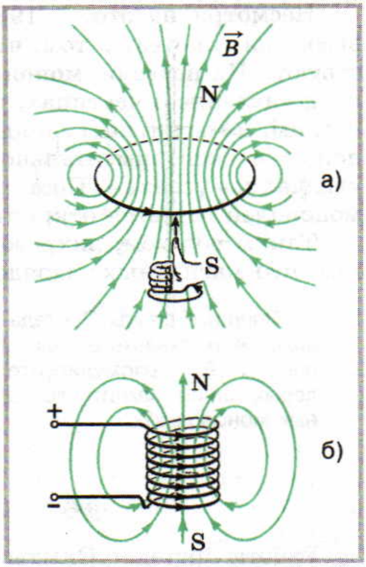


Рис. 108. Картина силовых линий вокруг витка с током (а) и соленоида (б)

Магнитные поля соленоида и постоянного полосового магнита (рис. 109) очень похожи. Как и у магнита, у соленоида есть два полюса — северный (N) и южный (S). Силовые линии магнитного поля выходят из северного полюса и входят в южный. Северный полюс у соленоида всегда находится с той стороны, на которую указывает большой палец в сформулированном для соленоида правиле обхвата правой рукой.

Характер взаимодействия соленоидов такой же, как и у магнитов, а именно: *разноименные магнитные полюсы притягиваются, а одноименные отталкиваются.* Точно так же взаимодействуют и покоящиеся электрические заряды. Но электрические заряды — положительные и отрицательные — существуют по отдельности. Существуют ли отдельные магнитные полюсы, которые можно назвать **магнитными зарядами**? Если разделить обычный магнит пополам, не получим ли мы тогда два отдельных магнитных полюса — северный и южный? Нет. Сколько бы мы ни делили магнит пополам, у образовавшихся из него кусков все равно будет по два полюса, ориентированных точно так же, как и у первоначального магнита (рис. 110).

Рис. 109. Линии индукции магнитного поля простого полосового магнита

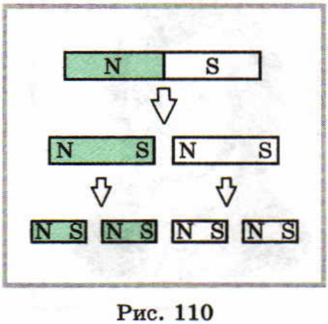


Рис. 110

Несмотря на это, в 1931 г. английский физик Поль Дира́к высказал гипотезу о том, что магнитные заряды в природе существуют. Их назвали **монополями Дирака.** Позже было введено представление о частицах, обладающих одновременно и электрическим, и магнитным зарядом, — *дионах*. Однако неоднократные попытки экспериментального обнаружения подобных частиц не увенчались успехом. Поэтому вопрос о существовании магнитных монополей остается открытым.

Таким образом, вихревой характер магнитного поля связан с тем, что магнитных зарядов нет.

? **1.** Опишите опыты Эрстеда. **2.** Каким является магнитное поле? **3.** Что вы можете сказать о силовых линиях магнитного поля? **4.** Что такое соленоид? **5.** Сформулируйте правила для определения направления силовых линий магнитного поля. **6.** Что вы можете рассказать о магнитных монополях?

§ 63. ЗАКОН АМПЕРА

Работа Эрстеда «Опыты, относящиеся к действию электрического конфликта на магнитную стрелку» вышла в свет 21 июля 1820 г. Уже через несколько дней о ней стало известно в Женеве, где швейцарский физик Огюст де ла Рив решил повторить опыты Эрстеда. На демонстрации присутствовали многие ученые и среди них знаменитый французский физик Доминик Араго.

Потрясенный этими опытами Араго возвращается в Париж и 4 сентября делает сообщение об опытах Эрстеда для французских академиков. Одного из них звали Андре Мари Ампер. 18 лет Ампер ждал этого часа. Ведь еще в молодости он задумывался о единстве сил природы, пытаясь найти взаимосвязь различных явлений...

Ампер как бы принимает от Эрстеда эстафету открытий и начинает действовать сам. Повторив опыты Эрстеда, он пытается глубже понять природу открытого датским физиком явления. Опытным путем он доказывает, что покоящиеся заряды на магнитную стрелку не действуют. Только электрический ток, т. е. движущиеся заряды, вызывает такой эффект. Поместив рядом с проводником с током вместо магнитной стрелки другой провод с током, он обнаруживает **магнитное взаимодействие токов** — *притяжение параллельных токов и отталкивание антипараллельных* (рис. 111).

Андре Мари Ампер

О полученных результатах Ампер сразу же сообщил в академию. В докладе, сделанном 18 сентября 1820 г., он продемонстрировал свои первые опыты и сформулировал главный вывод: все магнитные явления можно свести к чисто электрическим эффектам.

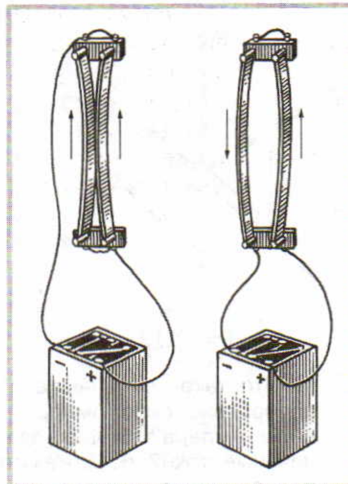


Рис. 111

После этого Ампер продолжил свои исследования. Он ввел в науку названия «электрический ток» и «электрическое напряжение», предложил за направление тока принимать направление движения «положительного электричества». Изучая магнитное действие катушки с током (которую он же предложил назвать соленоидом), Ампер пришел к выводу, что соленоид является эквивалентом постоянного магнита. Наконец, Ампер решил найти закон взаимодействия токов в виде строгой математической формулы. В 1826 г. этот закон был им найден.

Открытый Ампером закон связывает силу взаимодействия токов с геометрическими характеристиками проводников, их расположением, расстоянием друг от друга, а также с силой тока в проводниках. Однако с точки зрения теории поля описанное Ампером взаимодействие является вторичным эффектом. Первичным следует считать действие на один проводник магнитного поля другого. Ампер, разумеется, ничего о магнитном поле не знал. И тем не менее формулу, которая связывает силу, действующую на проводник с током в магнитном поле (ее называют **силой Ампера**), с вектором индукции этого поля, также называют **законом Ампера**.

Согласно современной формулировке этого закона:

Сила, с которой магнитное поле действует на помещенный в него отрезок проводника с током, равна произведению индукции этого поля B, силы тока I, длины отрезка проводника l и синуса угла α между направлениями тока и магнитной индукции,

т. е.

$$F_A = BIl \sin \alpha.$$

Направлена сила Ампера перпендикулярно проводнику с током и вектору магнитной индукции в сторону, определяемую **правилом левой руки**. Применительно к силе Ампера это правило звучит так: *если расположить левую ладонь так, чтобы*

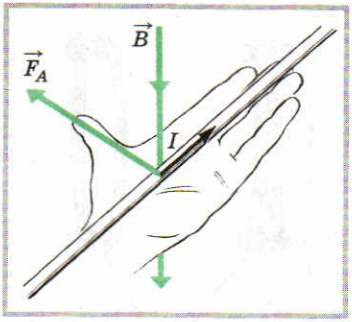


Рис. 112

четыре вытянутых пальца указывали направление тока в проводнике, а *силовые линии магнитного поля входили в ладонь, то отставленный большой палец покажет направление силы, действующей на проводник с током* (рис. 112).

Причиной появления силы Ампера является действие на каждый носитель тока в проводнике магнитной силы Лоренца.

? **1.** Что такое сила Ампера? **2.** Сформулируйте закон Ампера. **3.** Как направлена сила Ампера? **4.** Что является причиной возникновения силы Ампера? **5.** Как взаимодействуют параллельные и антипараллельные токи? **6.** Докажите, используя правило левой руки, что параллельные токи притягиваются, а антипараллельные отталкиваются. **7.** В каком случае магнитное поле на проводник с током не действует?

§ 64. ДЕЙСТВИЕ МАГНИТНОГО ПОЛЯ НА РАМКУ С ТОКОМ

Подвесим в однородном магнитном поле на тонких, сплетенных вместе гибких проводниках плоскую проволочную рамку с током (рис. 113). Ориентацию такой рамки в пространстве принято характеризовать направлением ее нормали. *Нормалью* к рамке с током называют вектор $\vec{n}$, направленный перпендикулярно к плоскости рамки в ту сторону, куда перемещался бы буравчик при вращении его рукоятки по направлению тока в рамке.

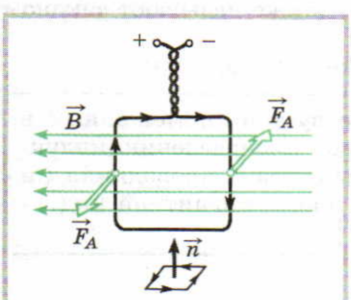


Рис. 113

Применяя правило левой руки к каждой из сторон рамки, перпендикулярным линиям $\vec{B}$, можно убедиться в том, что на рамку с током в магнитном поле действует пара одинаковых по модулю, но противоположных по направлению сил Ампера, стремящихся повернуть рамку вокруг ее оси. Вращение рамки под действием этой пары сил будет происходить до тех пор, пока ее нормаль не установится в направлении внешнего поля[1].

[1] После того как рамка с током повернется так, что ее плоскость будет перпендикулярна $\vec{B}$, поле будет ее только деформировать.

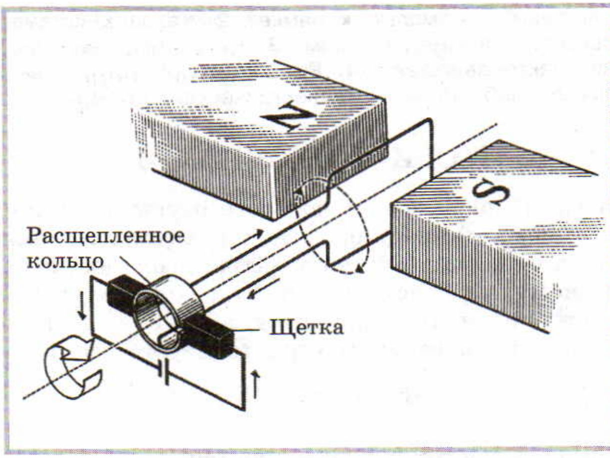


Рис. 114

Таким образом, *магнитное поле оказывает на рамку с током ориентирующее действие*. Это позволяет использовать рамку с током для определения направления вектора магнитной индукции в различных точках поля.

Вращающее действие магнитного поля используется также в электродвигателях и электроизмерительных приборах магнитоэлектрической системы.

Электродвигатель — это машина, преобразующая электрическую энергию в механическую. Основными частями электродвигателя (рис. 114) являются *индуктор* — магнит (или электромагнит), создающий магнитное поле, *якорь* — вал с обмоткой из изолированного провода и *коллектор* — устройство из двух полуколец, к которым прижимаются скользящие контакты (щетки) для подведения к обмотке якоря тока. Когда по виткам обмотки начинает идти ток, появляется вращающий момент сил и якорь начинает вращаться.

В **электроизмерительных приборах** магнитоэлектрической системы (амперметрах и вольтметрах) с рамкой, на которую намотана катушка из нескольких витков провода, соединяется стрелка (рис. 115). Рамка находится между полюсами постоянного магнита. Когда по катушке проходит ток, магнитное поле поворачивает рамку. По углу поворота рамки можно определить силу тока.

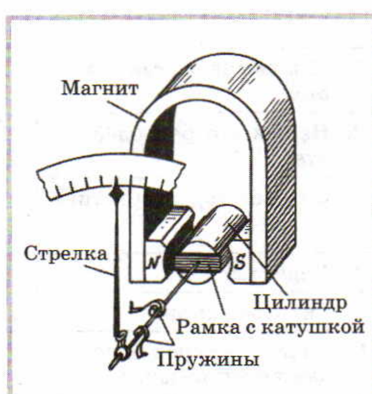


Рис. 115

? **1.** Что называют нормалью к рамке? **2.** Какое действие оказывает магнитное поле на рамку с током? **3.** Опишите устройство и принцип действия электродвигателя. **4.** Расскажите об устройстве электроизмерительных приборов магнитоэлектрической системы.

ИТОГИ И ОБОБЩЕНИЯ

Вид материи, посредством которого осуществляется электромагнитное взаимодействие, называется *электромагнитным полем*. В разных системах отсчета электромагнитное поле проявляется по-разному. В системе отсчета, относительно которой точечный источник поля q_0 покоится, электромагнитное поле является чисто электрическим и характеризуется векторами

$$\vec{B} = 0, \ \vec{E} = k\frac{q_0}{r^3}\vec{r},$$

которые с течением времени не меняются.

В системе отсчета, относительно которой точечный источник поля движется с постоянной скоростью $\vec{v}$, электромагнитное поле уже не является ни чисто электрическим, ни чисто магнитным. Электромагнитное поле одиночного равномерно движущегося заряда не является постоянным: в каждой фиксированной точке пространства оно с течением времени изменяется.

Если, однако, имеется не один, а множество равномерно движущихся зарядов и движутся они внутри практически нейтрального проводника, то существующее вокруг него электромагнитное поле можно считать чисто магнитным. При постоянстве тока в проводнике это поле также будет постоянным.

В приводимой ниже таблице дается сравнительная характеристика двух частных проявлений электромагнитного поля — электростатического поля и постоянного магнитного.

	Электростатическое поле	**Постоянное магнитное поле**
1. Какими зарядами создается	Покоящимися зарядами	Постоянным током
2. На какие заряды действует	Покоящиеся и движущиеся заряды	Движущиеся заряды
3. Силовая характеристика	$E = \frac{F_{эл}}{\lvert q \rvert}$	$B = \frac{F_м}{\lvert q \rvert v_\perp}$
4. Характер поля	Потенциальное	Вихревое
5. Силовые линии	Не замкнуты	Замкнуты
6. Сила, с которой поле действует на заряд	$\vec{F}_{эл} = q\vec{E}$	$\vec{F}_м = q\vec{v} \times \vec{B}$
7. Работа поля	$A = q\,(\varphi_1 - \varphi_2)$	$A = 0$

ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ ПОЛЕ В ВЕЩЕСТВЕ

Глава 12. ЭЛЕКТРОСТАТИКА ДИЭЛЕКТРИКОВ И ПРОВОДНИКОВ

В 1729 г. английский физик Стефен Грей обнаружил, что электрический заряд может перемещаться по одним телам и не перемещается по другим. Например, по металлической проволоке электричество в его опытах распространялось, а по шелковой нити нет. С тех пор все вещества стали делить на *проводники* и *непроводники* электричества. Последние были названы Фарадеем диэлектриками.

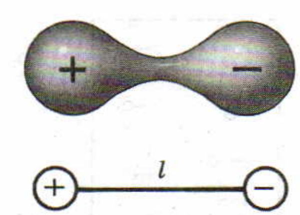
§ 65. ДИЭЛЕКТРИКИ В ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОМ ПОЛЕ

Введенный Фарадеем в 1837 г. термин «диэлектрики» образован от двух слов — греческого «диа» (что значит «через») и английского electric (электрический). Такое название Фарадей объяснил тем, что вещества, названные им диэлектриками, обладали способностью пропускать через себя электростатическое поле. Проникая через диэлектрики, электростатическое поле ослабевало, но все-таки не до нуля, как это происходило в металлах.

Согласно современному определению **диэлектрики** — *это вещества, не содержащие свободных заряженных частиц* (т. е. таких заряженных частиц, которые способны свободно перемещаться по всему объему тела). В принципе такими частицами могли бы быть электроны, но в диэлектриках все электроны связаны, т. е. принадлежат отдельным атомам, и свободно перемещаться по телу не могут.

Диэлектриками являются многие твердые тела (стекло, фарфор, янтарь, эбонит, кварц, мрамор и др.), некоторые жидкости (например, дистиллированная вода) и все газы.

Существуют полярные и неполярные диэлектрики. *Полярные* диэлектрики состоят из молекул, у которых центры распределения положительных и отрицательных зарядов не совпадают (т. е. молекулы представляют собой электрические *диполи*; рис. 116): это вода, спирты, аммиак и др.



Условное обозначение диполя

Рис. 116

Рис. 117

Неполярные диэлектрики состоят из атомов или молекул, у которых центры распределения положительных и отрицательных зарядов совпадают (рис. 117): это инертные газы, водород, кислород, полиэтилен и др.

При помещении диэлектрика в электрическое поле он поляризуется. **Поляризацией** *диэлектрика называют смещение положительных и отрицательных зарядов внутри диэлектрика в противоположные стороны.* Механизм явления поляризации различен для полярных и неполярных диэлектриков.

Процесс поляризации диэлектриков с полярными молекулами сводится к ориентации молекул-диполей по направлению внешнего электрического поля (рис. 118).

Процесс поляризации неполярных диэлектриков сводится к деформации под действием внешнего электрического поля молекул диэлектрика и превращению их в диполи, сразу ориентированные вдоль внешнего поля (ядра молекулы при этом смещаются в одну сторону, а ее электронная оболочка вытягивается в другую).

И в том и в другом случае на противоположных поверхностях диэлектрика возникают связанные заряды соответственно противоположных знаков. Напряженность электрического поля этих поверхностных зарядов оказывается направленной в сторону, противоположную направлению напряженности внешнего поля E_0 (рис. 119): $\vec{E}_{пов} \uparrow\downarrow \vec{E}_0$. В результате этого электрическое поле $\vec{E}$ внутри диэлектрика ($E = E_0 - E_{пов}$) становится слабее, чем в вакууме. Величиной, характеризующей это ослабление, является диэлектрическая проницаемость среды ε.

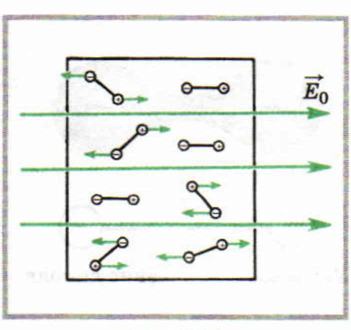


Рис. 118

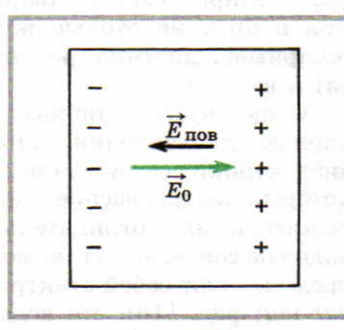


Рис. 119

Определение. **Диэлектрической проницаемостью** среды называется физическая величина, показывающая, во сколько раз электрическое поле внутри однородного и изотропного[1] диэлектрика слабее, чем в вакууме:

$$\varepsilon = \frac{E_0}{E}.$$

Диэлектрическая проницаемость зависит от структуры вещества и внешних условий: так, при 20 °C у воды $\varepsilon = 81$, у воздуха $\varepsilon = 1{,}0006$.

Из-за ослабления электрического поля в диэлектрике напряженность и потенциал электростатического поля точечного заряда в среде с диэлектрической проницаемостью ε определяются выражениями

$$E = k\frac{|q_0|}{\varepsilon r^2}, \quad \varphi = k\frac{q_0}{\varepsilon r}.$$

При этом закон Кулона записывается в виде:

$$F = k\frac{|q_1||q_2|}{\varepsilon r^2}.$$

Явление поляризации позволяет объяснить простейшие опыты по притяжению наэлектризованным телом легких кусочков бумаги. Эти кусочки в целом нейтральны. Однако в электрическом поле наэлектризованного тела (например, стеклянной палочки) они поляризуются. На более близкой поверхности кусочка появляется заряд, противоположный по знаку заряду палочки. Взаимодействие с ним и приводит к притяжению бумаги к наэлектризованной палочке.

? **1.** Какие вещества называют диэлектриками? Приведите примеры. **2.** Чем отличаются полярные диэлектрики от неполярных? **3.** Что такое поляризация диэлектрика? **4.** Что такое диэлектрическая проницаемость среды? **5.** Почему электрическое поле в диэлектрике слабее, чем в вакууме?

§ 66. ПРОВОДНИКИ В ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОМ ПОЛЕ

Проводниками *называют вещества, содержащие свободные заряженные частицы.* К проводникам относятся металлы, электролитические жидкости и плазма. Свойства электролитов и плазмы будут рассмотрены позднее. Здесь же мы остановимся

---

[1] Свойства изотропного диэлектрика одинаковы по всем направлениям.

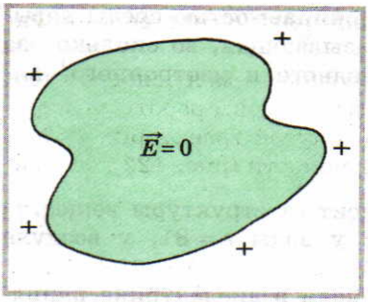


Рис. 120

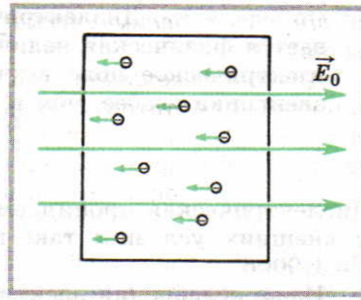


Рис. 121

на электростатических свойствах однородных металлических проводников.

1. *Электростатическое поле внутри однородного заряженного проводника отсутствует* (рис. 120).

Действительно, если бы это было не так, то под действием поля заряды пришли бы в движение. Но это противоречит условию электростатичности (все заряды на проводнике покоятся).

2. *При помещении проводника во внешнее электростатическое поле наблюдается явление* **электростатической индукции** — *появление на противоположных сторонах проводника электрических зарядов разных знаков.*

Явление электростатической индукции объясняется следующим образом. В металлических проводниках имеются свободные электроны, которые способны свободно двигаться по всему объему тела. При внесении такого проводника в электрическое поле эти электроны начинают перемещаться (рис. 121). Та поверхность проводника, на которой они скапливаются, приобретает отрицательный заряд; противоположная — положительный (он создается оставшимися там положительными ионами).

Процесс разделения положительных и отрицательных зарядов в проводнике будет происходить до того момента, когда создаваемое этими зарядами поле внутри проводника полностью скомпенсирует внешнее поле. Поэтому следствием электростатической индукции является исчезновение электростатического поля внутри проводника, которое успевает просуществовать в нем ничтожно малое время.

3. *Внутри проводника электрический заряд отсутствует; весь статический заряд проводника, полученный им при электризации, может располагаться только на его поверхности.*

На доказательстве этого свойства мы останавливаться не будем. Заметим только, что оно является следствием закона Кулона.

4. *Если внутри проводника (заряженного или находящегося во внешнем поле) имеется полость, то в каждой точке этой по-*

лости электростатическое поле равно нулю: $\vec{E} = 0$ **(теорема Фарадея).**

Для доказательства этой теоремы воспользуемся основной теоремой электростатики. В связи с этим рассмотрим работу электростатического поля на произвольной замкнутой траектории *1a2б1*, часть которой проходит внутри данной полости (рис. 122). Эту работу можно представить в виде:

$$A_{1a2б1} = A_{1a2} + A_{2б1}. \qquad (66.1)$$

Но работа по замкнутой траектории $A_{1a2б1} = 0$ в силу потенциальности электростатического поля, а работа $A_{2б1} = 0$ из-за отсутствия этого поля внутри проводника (см. свойства 1 и 2). Из равенства (66.1) следует, что при этом и

$$A_{1a2} = 0. \qquad (66.2)$$

Если бы поле внутри полости существовало, то, выбирая траекторию *1a2*, совпадающую с какой-либо его силовой линией, мы получили бы на ней отличную от нуля работу, что противоречит равенству (66.2). Следовательно, электростатического поля в полости действительно нет (рис. 123).

На этом свойстве основана так называемая *электростатическая защита*: чтобы защитить чувствительные к электрическому полю приборы, их заключают в металлическую оболочку. Можно показать, что электростатическую защиту создает также и металлическая сетка с достаточно мелкими ячейками (расчеты показывают, что внешнее поле проникает внутрь объема, ограниченного металлической сеткой, лишь на расстояние порядка размеров отверстия, т. е. ячейки этой сетки). Защита из такой сетки оказывается эффективной при наличии не только постоянных, но и переменных электрических полей.

5. *Напряженность электростатического поля на внешней поверхности проводника направлена перпендикулярно к этой поверхности.*

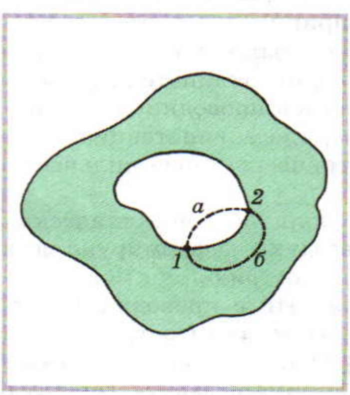


Рис. 122

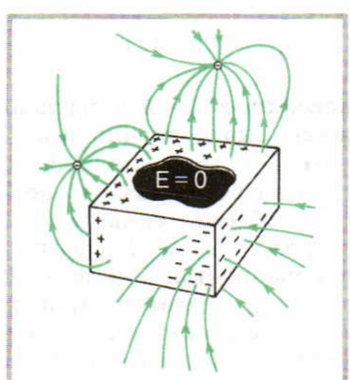


Рис. 123

Действительно, если бы это было не так, то существовала бы составляющая напряженности поля, направленная вдоль поверхности проводника. Но это привело бы к возникновению поверхностного тока, что в статическом случае невозможно.

6. *Во всех точках внутри проводника потенциал электростатического поля имеет одно и то же значение.*

В самом деле, рассматривая всевозможные пары точек внутри проводника и применяя к ним соотношение $\varphi_1 - \varphi_2 = E_z d$, где E_z всегда равно нулю, мы получим, что и $\varphi_1 - \varphi_2 = 0$. Отсюда $\varphi_1 = \varphi_2$, что и требовалось доказать.

Одинаковый потенциал имеет и каждая точка на поверхности проводника. Поэтому можно сказать, что наружная поверхность любого проводника является эквипотенциальной.

7. *Электрические заряды распределяются по поверхности проводника так, что электростатическое поле оказывается сильнее на выступах проводника и слабее на его впадинах.*

Качественно это положение можно обосновать следующим образом. Пусть имеется заряженный проводник неправильной формы. Напряженность его электростатического поля перпендикулярна поверхности проводника (свойство 5) и на очень больших расстояниях от него будет почти таким же, как поле точечного заряда. Но в поле точечного заряда эквипотенциальные поверхности имеют вид концентрических сфер. Таким образом, по мере удаления от проводника эквипотенциальные поверхности, повторяющие вблизи проводника его форму (свойство 6), должны постепенно и плавно принимать очертания сферы. Но это возможно только в том случае, если эквипотенциальные поверхности будут сгущены около выступов проводника и разрежены около впадин (рис. 124). Но там, где эквипотенциальные поверхности расположены гуще, электрическое поле сильнее, а где они реже, там это поле слабее.

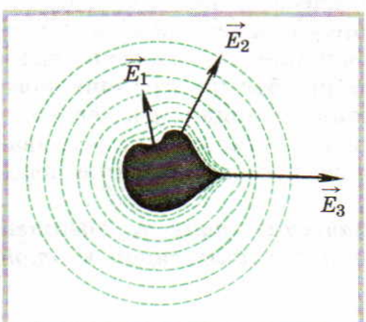


Рис. 124

Особенно сильны электрические поля на металлических остриях. В таких полях молекулы воздуха деформируются и превращаются в диполи. Притягиваясь к острию, они ионизируются при касании и, получив одноименный с проводником заряд, энергично отталкиваются от него. Отлетая от острия, ионы увлекают за собой нейтральные молекулы, создавая тем самым «электрический ветер», способный, например, задуть горящую свечу.

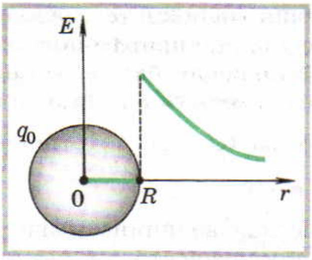


Рис. 125

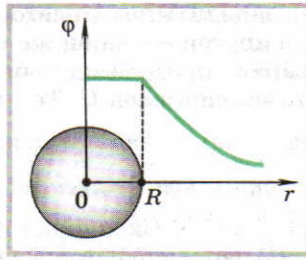


Рис. 126

8. *Если заряженный проводник имеет форму шара или сферы радиусом R, то напряженность и потенциал создаваемого им поля определяются выражениями* (рис. 125 и 126):

$$E = \begin{cases} 0, \text{ если } r < R, \\ k\dfrac{|q_0|}{r^2}, \text{ если } r \geqslant R; \end{cases} \quad (66.3) \qquad \varphi = \begin{cases} k\dfrac{q_0}{R}, \text{ если } r \leqslant R, \\ k\dfrac{q_0}{r}, \text{ если } r > R. \end{cases} \quad (66.4)$$

Из этих выражений видно, что заряженный шар (или сфера) создает вокруг себя электрическое поле, совпадающее с полем, которое создавал бы точечный заряд q_0, помещенный в их центре.

? **1.** Какие вещества называют проводниками? **2.** Что такое электростатическая индукция? **3.** Перечислите основные электростатические свойства металлических проводников. **4.** На каком свойстве проводников основана электростатическая защита?

§ 67. ЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ ЕМКОСТЬ. КОНДЕНСАТОРЫ

Конденсатор *представляет собой систему из двух проводников (обкладок), разделенных тонким слоем диэлектрика.* Толщина диэлектрика должна быть много меньше размеров самих обкладок. Тогда электрическое поле, создаваемое зарядами на конденсаторе, будет практически целиком сосредоточено между его обкладками.

В первом конденсаторе, изобретенном Клейстом в середине XVIII в., одной обкладкой служила ртуть, а другой — рука экспериментатора, державшего банку. В современном бумажном конденсаторе обкладками являются две туго свернутые полоски алюминиевой фольги, изолированные друг от друга бумагой, пропитанной парафином. Кроме бумажных, по типу используемого диэлектрика различают воздушные, керамические, слюдяные и другие конденсаторы. В электролитических конденсаторах диэлектриком является оксидная пленка, нанесенная на поверхность металлической пластинки, служащей одной из обкладок конденсатора; роль второй обкладки играет электролит.

Если зарядить конденсатор, сообщив одной из его обкладок заряд $+q$, а другой — такой же по модулю, но противоположный по знаку заряд $-q$, то между обкладками конденсатора установится разность потенциалов U. Так как эта разность потенциалов будет пропорциональна заряду конденсатора ($U \sim q$), то отношение $\frac{q}{U}$ уже не будет зависеть ни от q, ни от U.

Определение. Скалярная физическая величина, равная отношению заряда одной из обкладок конденсатора к разности потенциалов между этой обкладкой и соседней, называется **электрической емкостью** конденсатора:

$$C = \frac{q}{U}.$$

Электрическая емкость (или просто емкость) конденсатора определяется геометрическими размерами обкладок конденсатора, их формой, взаимным расположением, а также диэлектрической проницаемостью среды, которая находится между ними. Например, емкость *плоского конденсатора* (который состоит из двух одинаковых параллельных пластин) равна

$$C = \frac{\varepsilon S}{4\pi k d},$$

где S — площадь обкладки конденсатора, d — расстояние между обкладками, ε — диэлектрическая проницаемость среды между обкладками, k — постоянная Кулона. Если ввести новую константу — **электрическую постоянную** ε_0, равную

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{4\pi k} = 8{,}85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{Кл}^2}{\text{Н} \cdot \text{м}^2},$$

то формулу емкости плоского конденсатора можно будет представить в виде:

$$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d}. \quad (67.1)$$

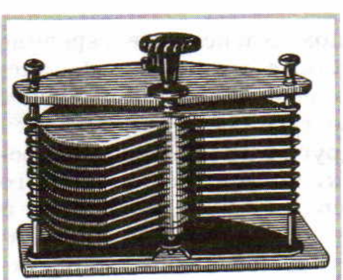


Рис. 127

Нужно иметь в виду, что под S в этой формуле следует понимать площадь лишь перекрывающейся части пластин. Поэтому, смещая одну из пластин конденсатора относительно другой и изменяя тем самым S, мы изменим при этом и емкость всего конденсатора. На этом основан принцип действия *конденсаторов переменной емкости* (рис. 127).

Из определения емкости следует, что заряд конденсатора

$$q = CU. \qquad (67.2)$$

Поэтому *при одном и том же напряжении больший заряд можно накопить на том конденсаторе, у которого больше емкость.*

Единицей емкости в СИ является *фарад* (1 Ф). 1 Ф равен емкости такого конденсатора, у которого при заряде в 1 Кл между обкладками появляется напряжение 1 В. Фарад — это очень большая емкость. Поэтому на практике чаще используют дольные единицы — микрофарад (1 мкФ = 10^{-6} Ф) и пикофарад (1 пФ = 10^{-12} Ф).

? **1.** Что такое конденсатор? **2.** Какие виды конденсаторов вы знаете? **3.** Что такое электрическая емкость? **4.** Чему равна емкость плоского конденсатора? **5.** Какие единицы емкости вы знаете?

§ 68. ЭНЕРГИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ

Заряжая плоский конденсатор, мы создаем в нем однородное электрическое поле. Напряженность этого поля может быть найдена следующим образом:

$$E = \frac{U}{d} = \frac{q}{Cd}, \qquad (68.1)$$

или, если учесть формулу (67.1),

$$E = \frac{q}{\varepsilon_0 \varepsilon S}. \qquad (68.2)$$

По принципу суперпозиции поле $\vec{E}$ между двумя заряженными пластинами складывается из полей $\vec{E}_1$ и $\vec{E}_2$, создаваемых каждой из этих пластин по отдельности. Так как напряженности этих полей внутри плоского конденсатора сонаправлены и по модулю одинаковы, отсюда поле одной пластины

$$E_1 = \frac{E}{2}.$$

Электрическое поле плоского конденсатора занимает объем $V = Sd$ и обладает некоторой энергией $W_{эл}$. Чтобы найти эту энергию, заметим, что электрическое поле внутри конденсатора существует лишь до тех пор, пока он заряжен. Если же все электроны, создающие отрицательный заряд на одной обкладке конденсатора, будут перенесены на другую обкладку, положительный заряд которой обусловлен недостатком как раз этого количества электронов, то конденсатор разрядится и его электрическое поле исчезнет. Совершенная при таком переносе заряда работа будет равна той энергии, которой это поле обладало вначале:

$$A = W_{эл}.$$

Так как работа, совершаемая полем E_1 по перемещению заряда q на расстояние d, равна

$$A = Fd = qE_1d = q\,\frac{E}{2}\,d,$$

то энергия электрического поля:

$$W_{эл} = \frac{qEd}{2}. \qquad (68.3)$$

Выразив заряд q из формулы (68.2) и подставив его в (68.3), окончательно получим:

$$W_{эл} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2}\,Sd. \qquad (68.4)$$

Таким образом, *энергия электрического поля плоского конденсатора пропорциональна квадрату напряженности этого поля, а также объему, занимаемому им.*

Электрическую энергию, заключенную в единице объема поля, называют **объемной плотностью энергии электрического поля:**

$$w_{эл} = \frac{W_{эл}}{V} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2}. \qquad (68.5)$$

Это выражение справедливо не только для однородного поля плоского конденсатора, но и для произвольных, в том числе и изменяющихся во времени, электрических полей.

Формуле (68.4) соответствует представление о распределении электрической энергии по всему пространству, где имеется электрическое поле.

Если же выражение (68.1) подставить в (68.3), то мы получим формулу энергии:

$$W_{эл} = \frac{q^2}{2C}, \qquad (68.6)$$

содержащую характеристики конденсатора — его заряд и электрическую емкость. В таком представлении эту энергию называют **энергией заряженного конденсатора.**

В том, что заряженный конденсатор обладает энергией, можно убедиться на простых опытах. Так, например, присоединив к заряженному конденсатору лампочку, мы увидим, как она вспыхнет. Вспышка лампы свидетельствует о превращении энергии конденсатора в энергию света. Если бы мы вместо лампочки подключили к конденсатору громкоговоритель, то при разряде конденсатора мы услышали бы характерный щелчок. В этом случае энергия конденсатора переходит в энергию звуковой волны.

? **1.** Выведите формулу напряженности электрического поля внутри плоского конденсатора. **2.** Чему равна энергия этого поля? **3.** Что такое объемная плотность энергии электрического поля? **4.** Чему равна энергия заряженного конденсатора?

Для дополнительного чтения

§ 69. ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ ЗЕМЛИ

Земной шар заряжен отрицательно. Из-за этого Земля обладает собственным электрическим полем. Напряженность E этого поля может изменяться, но в среднем у поверхности Земли она составляет $130\ \frac{\text{В}}{\text{м}}$. Направлен вектор $\vec{E}$ вертикально вниз. Поэтому с ростом высоты потенциал электрического поля Земли возрастает. Если на самой Земле он равен φ_1, то на высоте h он будет превышать это значение на величину:

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = Eh \approx 130\,\frac{\text{В}}{\text{м}} \cdot h.$$

Отсюда следует, что между двумя уровнями, отстоящими друг от друга на высоту человека, рост которого 170 см, существует разность потенциалов в 220 В! Но если каждый из нас, выходя на улицу, попадает под такое напряжение, то почему же нас тогда не ударяет током?

Дело в том, что тело человека является довольно хорошим проводником. Поэтому, когда мы стоим на поверхности Земли, мы образуем вместе с ней одну эквипотенциальную поверхность: все точки нашего тела обладают одним и тем же потенциалом, и никакого напряжения между нашими пятками и головой не существует.

Зная напряженность поля вблизи поверхности Земли, нетрудно подсчитать ее полный электрический заряд. Применяя к полю земного шара формулу (66.3):

$$E = k\frac{|q|}{R^2},$$

где $R = 6{,}4 \cdot 10^6$ м — средний радиус Земли, находим:

$$|q| = \frac{ER^2}{k} \approx 6 \cdot 10^5\ \text{Кл}.$$

Этот заряд поддерживается на Земле практически неизменным благодаря регулярной грозовой деятельности атмосферы.

С увеличением высоты над поверхностью Земли электрическое поле становится слабее. На высоте 1 км оно составляет около 40 В/м, а на высоте 50 км оно уже едва заметно. Приблизительно на этой высоте расположен проводящий слой положительно заряженных (ионизованных) молекул атмосферы, на котором начинаются силовые линии электрического поля, оканчивающиеся на земной поверхности.

? **1.** Что вы знаете об электрическом заряде земного шара? **2.** Чему равна напряженность электрического поля вблизи поверхности Земли? **3.** Почему человека не ударяет током в электрическом поле Земли? **4.** Рассчитайте электрический заряд земного шара. **5.** Почему напряженность электрического поля Земли направлена вертикально вниз? **6.** Почему потенциал земного поля с ростом высоты увеличивается?

Глава 13. ПОСТОЯННЫЙ ТОК В МЕТАЛЛАХ

Электрическим током *называется упорядоченное движение заряженных частиц.* Сами эти частицы при этом называются **носителями тока.** В этой главе рассматриваются закономерности, связанные с существованием тока в металлах.

§ 70. ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОННОЙ ТЕОРИИ МЕТАЛЛОВ

Металлы представляют собой простые вещества, обладающие в обычных условиях характерным блеском и непрозрачностью, а также высокой электро- и теплопроводностью. Из всех известных в настоящее время химических элементов 83 являются металлами. При этом за исключением золота (Au), серебра (Ag), платины (Pt) и меди (Cu), встречающихся в самородном состоянии, все остальные металлы существуют в природе в составе различных химических соединений, образующих руды. Наиболее распространенным в земной коре металлом является алюминий (Al).

Температура плавления металлов достаточно велика. Поэтому при обычных условиях все они представляют собой твердые тела (исключением является лишь ртуть, у которой температура плавления равна −38,9 °С).

После открытия в 1897 г. электрона стали разрабатываться теории, объясняющие высокую электропроводность металлов наличием в них свободных электронов. Автором первой такой теории (1900) был немецкий физик Пауль Друде. Однако в своей теории он исходил из того, что в металлах наряду с отрицательными электронами существуют и положительно заряженные электроны. Последнее было неверно. Теорию с одним типом электронов в том же году предложил Дж. Дж. Томсон. Несколько позже эта теория получила развитие в работах Х. А. Лоренца.

Согласно этой теории *носителями тока в металлах являются свободные электроны.* Ионы в процессе электрического тока через металл участия не принимают. Если бы это было не так, то ток через металл сопровождался бы переносом вещества. Однако в действительности этого не наблюдается. В 1901 г. немецкий физик Э. Рикке в течение года пропускал ток от городской трамвайной сети через три поставленных друг на друга цилиндра — медный, алюминиевый и снова медный. Несмотря на то что за это время через цилиндры прошел электрический заряд в 3,5 млн Кл, никакого переноса вещества не произошло. Взвесив цилиндры и тщательно исследовав их торцы под микроскопом, Рикке не обнаружил проникновения одного металла в другой.

В 1913 г. российские физики Л. И. Мандельштам и Н. Д. Папалекси провели опыты, которые показали, что при крутильных колебаниях проволочной катушки вокруг своей оси в ней возникает переменный ток. Этот ток обнаруживался по звуку в телефонной трубке, которая была присоединена к колеблющейся катушке. Возникновение тока в этом опыте было объяснено инертностью заряженных частиц, являющихся носителями тока в металле. При увеличении скорости вращения катушки эти частицы отставали от ионов кристаллической решетки металла, а при уменьшении скорости опережали их. Однако Первая мировая война помешала Мандельштаму и Папалекси опубликовать свои результаты.

В 1916 г. аналогичные по идее опыты провели американские физики Р. Толмен и Т. Стюарт. Катушка из металлической проволоки приводилась ими в быстрое вращение, а затем резко останавливалась. В момент остановки появлялся кратковременный ток. Этот ток регистрировался чувствительным гальванометром[1], который с помощью длинных гибких проводов (скручивающихся при вращении катушки) был соединен с концами проволочной обмотки (рис. 128). По направлению отклонения стрелки гальванометра было установлено, что носителями тока в металлах являются частицы, заряженные отрицательно. А измерение отношения заряда этих частиц к их массе показало, что оно во всех случаях (катушки в опытах Стюарта и Толмена изготовлялись из медной, алюминиевой и серебряной проволок) оказывается равным удельному заряду электронов $\left(\frac{e}{m}\right)$. После этого сомнения в электронной проводимости металлов отпали.

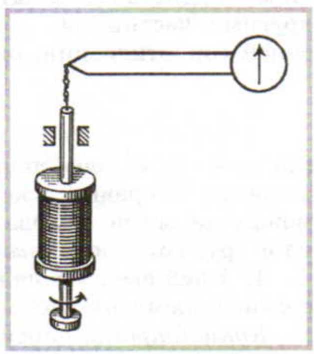


Рис. 128

Основные представления **классической электронной теории металлов** сводятся к следующим положениям:

1. В металле положительно заряженные ионы расположены в строгом порядке (образуют *кристаллическую решетку*). Между ионами кристаллической решетки расположены свободные элект-

[1] *Гальванометр* — это электроизмерительный прибор, реагирующий на весьма слабые токи или напряжения.

роны, образующие так называемый *электронный газ*. Расстояния между ионами много меньше расстояний между электронами.

2. Ионы металла и электроны движутся непрерывно и хаотически. Электроны движутся по ломаной линии, ионы совершают колебания у положений равновесия (в узлах кристаллической решетки).

3. Электронный газ в целом взаимодействует с ионами кристаллической решетки силами притяжения. В результате этих взаимодействий изменяются направление и модуль скорости электронов. Электроны друг с другом не взаимодействуют.

При наличии внешнего электрического поля $\vec{E}$ на хаотическое движение свободных электронов накладывается их упорядоченное (направленное) движение — так называемый *дрейф* электронов в определенном направлении. При этом движение каждого электрона будет определяться двумя факторами: действием внешнего электрического поля и столкновениями со встречными частицами.

Учесть в уравнении движения первый из этих факторов очень просто, так как действие электрического поля характеризуется обычной электрической силой

$$\vec{F}_{\text{эл}} = -e\vec{E}. \tag{70.1}$$

Учесть же все взаимодействия электрона с окружающими частицами чрезвычайно сложно. Однако при не очень детальном рассмотрении сложную и зигзагообразную линию, по которой движется электрон, можно заменить некоторой усредненной плавной кривой. При этом воздействия, испытываемые электроном при столкновениях с другими частицами, можно охарактеризовать некоторой средней силой сопротивления, определяемой выражением:

$$\vec{F}_{\text{c}} = -\frac{m}{\tau}\vec{v}, \tag{70.2}$$

где m — масса электрона, $\vec{v}$ — скорость его упорядоченного движения, τ — среднее время свободного пробега (т. е. среднее время между двумя последовательными столкновениями этого электрона с другими частицами).

4. Внешнее поле не влияет на концентрацию носителей тока и среднее время их свободного пробега.

Концентрацию носителей тока обозначают буквой n. Она показывает, какое число свободных электронов содержится в единице объема тела (в СИ — в одном кубическом метре). Если в объеме V содержится N носителей тока, то их концентрация

$$n = \frac{N}{V}.$$

Концентрация свободных электронов в металлах очень высока. Например, в натрии $n = 2{,}5 \cdot 10^{28}$ м$^{-3}$, а в меди $n = 8{,}5 \cdot 10^{28}$ м$^{-3}$.

Если концентрация частиц известна, то их полное число в объеме V находится по формуле

$$N = nV.$$

? **1.** Что такое электрический ток? **2.** Какой вывод следовал из результатов опыта Рикке? **3.** Опишите опыты Мандельштама и Папалекси. **4.** Какие выводы следовали из опытов Стюарта и Толмена? **5.** Изложите основные представления классической электронной теории металлов. **6.** Используя формулы (70.1) и (70.2), напишите уравнение движения электрона в проводнике с током. **7.** Что такое концентрация частиц?

§ 71. ПОСТОЯННЫЙ ТОК В ПРОВОДНИКЕ

Название «электрический ток», как мы уже знаем, было введено в 1820 г. А. М. Ампером. Благодаря ему же *за* **направление тока** *в проводнике принимают то направление, в котором под действием поля должны были бы двигаться положительные заряды.* Из-за этого условного соглашения в металлах, где ток создается отрицательно заряженными электронами, направление тока считается противоположным тому, в котором движутся реальные носители тока. Это может показаться неудобным, но зато теперь не нужно различать направления тока в проводнике и напряженности электрического поля, вызывающего этот ток: эти направления всегда совпадают.

Основной характеристикой электрического тока в проводнике является величина, называемая силой тока.

Определение. **Силой тока** называется скалярная физическая величина, равная отношению электрического заряда, прошедшего через поперечное сечение проводника, ко времени его прохождения[1]:

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t}.$$

Согласно этому определению сила тока численно равна заряду, проходящему через поперечное сечение проводника за единицу времени. Если за каждую секунду через данное сечение проходит заряд в 1 Кл, то сила тока равна 1 А. Единица силы тока *(ампер)* является одной из основных в Международной системе единиц (СИ). В соответствии с принятым в 1946 г. определением ампер — это сила такого неизменяющегося тока, который при прохождении по двум параллельным прямолинейным проводникам бесконечной длины и ничтожно малой площади кругового поперечного сечения, расположенным в вакууме на расстоянии 1 м один от другого, вызвал бы на каждом участке проводника длиной 1 м силу взаимодействия, равную $2 \cdot 10^{-7}$ Н.

Сила тока может быть измерена прибором, называемым *амперметром.*

Знание силы тока позволяет определить скорость, с которой осуществляется дрейф электронов в проводнике с током.

---

[1] Это определение верно для постоянного тока в общем случае $i = q'$.

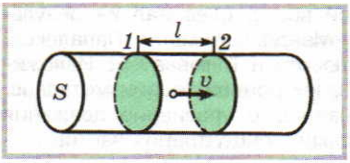


Рис. 129

Пусть за время Δt через сечение проводника *1* (рис. 129) прошло N электронов с суммарным зарядом $\Delta q = Ne$. Если скорость упорядоченного движения электронов равна v, то за время Δt все они окажутся в пределах участка длиной $l = v\,\Delta t$ и объемом $V = Sl$. Таким образом,

$$v = \frac{l}{\Delta t} = \frac{\Delta q}{\Delta t}\frac{l}{\Delta q} = \frac{Il}{\Delta q} = \frac{Il}{Ne}. \qquad (71.1)$$

Выразив здесь число носителей тока через их концентрацию ($N = nV = nSl$), окончательно получим:

$$v = \frac{I}{neS}. \qquad (71.2)$$

Воспользовавшись этой формулой, найдем скорость упорядоченного движения электронов в медном проводнике ($n = 8{,}5 \cdot 10^{28}$ м$^{-3}$) с площадью поперечного сечения 1 мм^2 = 10^{-6} м^2, по которому идет ток 1 А. Получаем:

$$v = \frac{1}{8{,}5 \cdot 10^{28} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^{-6}}\,\frac{\text{м}}{\text{с}} \approx 7 \cdot 10^{-5}\,\frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Это приблизительно в миллиард раз меньше скорости их хаотического (теплового) движения. Малость скорости дрейфа объясняется огромным числом столкновений, которые приходится испытывать электронам на своем пути.

Электрический ток, сила тока которого с течением времени не меняется, называется **постоянным током**. Согласно (71.2) если $I = \text{const}$, то и $v = \text{const}$. Но постоянная скорость дрейфа возможна лишь в электрическом поле, напряженность E которого также постоянна. Поэтому электрическое поле постоянного тока называют **стационарным**.

В отличие от электростатического поля стационарное электрическое поле создается движущимися зарядами. Однако распределение этих зарядов в проводнике с постоянным током не меняется во времени: на место уходящих электрических зарядов непрерывно приходят новые. Поэтому электрическое поле, создаваемое этими зарядами, оказывается почти таким же, как и поле неподвижных зарядов. В частности, как и электростатическое поле, *стационарное электрическое поле является потенциальным.* Отличаются же они тем, что электростатическое поле внутри проводника отсутствует, в то время как стационарное поле постоянных токов существует и внутри проводников (иначе в них не существовал бы ток). При этом силовые линии стационарного электрического поля внутри проводника направлены параллельно его оси, а вне его располагаются наклонно к его поверхности.

? **1.** Что такое сила тока? **2.** Каким прибором измеряется сила тока? **3.** Выведите формулу скорости упорядоченного движения электронов. **4.** Какой ток называется постоянным? **5.** Что вы можете рассказать об электрическом поле постоянного тока? **6.** Используя ответ на вопрос 6 к предыдущему параграфу, докажите, что постоянная скорость дрейфа возможна лишь в электрическом поле, напряженность которого также постоянна.

§ 72. ЗАКОН ДЖОУЛЯ — ЛЕНЦА

Проводник, по которому идет ток, нагревается. Нагревание проводника обусловлено столкновениями электронов проводимости со встречными частицами. В результате этих столкновений происходит превращение энергии упорядоченного движения носителей тока в энергию беспорядочного движения частиц вещества. Внутренняя энергия вещества возрастает, и проводник нагревается.

В классической электронной теории препятствующие движению электрона столкновения с другими частицами учитываются в виде соответствующей силы сопротивления (см. § 70):

$$F_{\text{с}} = \frac{m}{\tau} v.$$

Пусть за время t через некоторое сечение проводника прошло N электронов. Если мы подсчитаем работу, совершаемую силами сопротивления при перемещении этих электронов на расстояние l вдоль проводника, то узнаем то количество теплоты, которое выделится в проводнике за время t. Имеем:

$$Q = |A_{\text{сопр}}| = NF_{\text{с}}l = NF_{\text{с}}vt = N\frac{mv^2}{\tau}t.$$

Так как в проводнике с постоянным током $F_{\text{с}} = F_{\text{эл}}$, то точно такая же по модулю работа будет совершена при этом и электрическим полем.

Подставив в последнее выражение значение скорости из (71.1), получим:

$$Q = I^2\left(\frac{ml^2}{N\tau e^2}\right)t,$$

или с учетом того, что $N = nV = nSl$,

$$Q = I^2\left(\frac{ml}{e^2 n\tau S}\right)t.$$

Стоящую здесь в скобках величину обозначают буквой R и называют **электрическим сопротивлением** проводника:

$$R = \frac{m}{e^2 n\tau}\frac{l}{S}. \qquad (72.1)$$

Поэтому в окончательном виде формула для количества теплоты записывается следующим образом:

$$Q = I^2Rt. \qquad (72.2)$$

Итак,

Количество теплоты, выделяемое проводником с током, равно произведению квадрата силы тока, сопротивления проводника и времени прохождения по нему тока.

Впервые этот закон был открыт экспериментальным путем английским физиком Дж. Джоулем (1841) и независимо от него русским ученым Э. Х. Ленцем (1842). Поэтому его называют **законом Джоуля — Ленца**, а количество теплоты, выделяющееся в проводнике с током, — *джоулевым теплом*.

Закон Джоуля — Ленца имеет универсальный характер. Записанный в виде формулы (72.2), он оказывается справедливым не только для металлических, но и для любых других проводников (в том числе жидких), причем при наличии не только потенциального электрического поля, но и так называемых сторонних сил неэлектростатической природы, которые действуют внутри источников тока.

? **1.** Почему проводник, по которому идет ток, нагревается? **2.** От чего зависит электрическое сопротивление проводника? **3.** Сформулируйте закон Джоуля — Ленца.

§ 73. СОПРОТИВЛЕНИЕ ПРОВОДНИКА

Согласно формуле (72.1) электрическое сопротивление проводника определяется его геометрическими размерами, веществом и характеристиками носителей тока в нем:

$$R = \frac{m}{e^2 n\tau}\frac{l}{S}. \qquad (73.1)$$

Определение. Скалярная физическая величина, численно равная сопротивлению цилиндрического проводника единичной длины и единичной площади поперечного сечения, называется **удельным сопротивлением** проводника.

Удельное сопротивление проводника обозначают греческой буквой ρ. Согласно определению ρ численно равно R при l и S, равных единице. Подставив эти значения в (73.1), получим:

$$\rho = \frac{m}{e^2 n\tau}, \qquad (73.2)$$

и, следовательно,

$$R = \rho\frac{l}{S}. \qquad (73.3)$$

Таким образом, *сопротивление проводника прямо пропорционально его удельному сопротивлению и длине и обратно пропорционально площади его поперечного сечения.*

Формула (73.3) справедлива для однородного проводника постоянного сечения.

Единицей сопротивления в СИ является *ом* (1 Ом). Поэтому удельное сопротивление измеряют в единицах Ом · м.

Удельное сопротивление зависит от среднего времени свободного пробега τ. При увеличении температуры проводника столкновения электронов с ионами решетки становятся чаще, и время τ уменьшается. Уменьшение τ согласно (73.2) ведет к увеличению ρ.

Итак, *удельное сопротивление металлического проводника с ростом температуры увеличивается.* При не слишком низких и не слишком высоких температурах и небольших интервалах изменения температуры эта зависимость является линейной:

$$\rho_2 = \rho_1 (1 + \alpha\Delta t), \qquad (73.4)$$

где ρ_1 — удельное сопротивление проводника при некоторой начальной температуре t_1, а ρ_2 — удельное сопротивление проводника при температуре $t_2 = t_1 + \Delta t$; величина α называется **температурным коэффициентом сопротивления**. Для чистых металлов

$$\alpha \approx \frac{1}{273\,^\circ\mathrm{C}}.$$

Умножив обе части равенства (73.4) на отношение $\frac{l}{S}$ [1], можно перейти от удельного сопротивления к сопротивлению проводника:

$$R_2 = R_1(1 + \alpha\Delta t). \qquad (73.5)$$

Знание удельного сопротивления вещества позволяет рассчитать среднее время свободного пробега:

$$\tau = \frac{m}{e^2 n\rho}.$$

Например, удельное сопротивление натрия при температуре 20 °C равно $4{,}9 \cdot 10^{-8}$ Ом · м. Поэтому среднее время между двумя последовательными столкновениями электрона с ионами натрия составляет

$$\tau = \frac{9 \cdot 10^{-31}}{(1{,}6 \cdot 10^{-19})^2 \cdot 2{,}5 \cdot 10^{28} \cdot 4{,}9 \cdot 10^{-8}}\,\mathrm{c} \approx 3 \cdot 10^{-14}\ \mathrm{c}.$$

Двигаясь между столкновениями с тепловой скоростью 10^6 м/с, электрон за это время успевает пройти расстояние $3 \cdot 10^{-8}$ м. Но на этом расстоянии укладывается несколько десятков почти соприкасающихся ионов решетки! Каким же образом электрону удается беспрепятственно миновать их, не испытав ни одного столкновения? Классическая электронная теория оказалась не в состоянии объяснить эту удивительную «прозрачность» ионной решетки.

Правильное объяснение явления электропроводности дала лишь квантовая теория. Оказалось, что если бы электроны прово-

---

[1] Если l и S не изменяются.

димости не взаимодействовали друг с другом и двигались бы в идеальном (без примесей) кристалле с решеткой из неподвижных ионов, то никакого сопротивления вообще бы не было. То есть сама по себе кристаллическая решетка движению электронов совершенно не мешает! Из-за чего же тогда возникает сопротивление? Согласно квантовой теории сопротивление металлических проводников электрическому току обусловлено тремя факторами: рассеянием электронов проводимости примесными атомами, рассеянием электронов тепловыми колебаниями ионов решетки и рассеянием этих электронов другими электронами.

Особенно интересно ведет себя электрическое сопротивление при очень низких температурах. В 1911 г. голландский ученый Х. Камерлинг-Оннес обнаружил, что при охлаждении ртути до температуры −269 °С ее электрическое сопротивление постоянному току скачком падает до нуля (рис. 130). После того как аналогичное исчезновение сопротивления при низких температурах было обнаружено и у других веществ, это явление стали называть **сверхпроводимостью**, а вещества в сверхпроводящем состоянии (с нулевым сопротивлением) — **сверхпроводниками.**

В XI классе вы узна́ете, что существует особая шкала температур — **шкала Кельвина**, за нуль которой принята температура, примерно равная 273 °С. Температуру по шкале Кельвина называют **абсолютной температурой**, обозначают латинской буквой T и выражают в *кельвинах* (К): 1 К = 1 °С. График зависимости удельного сопротивления при температурах, близких к абсолютному нулю (T = 0 К), представлен на рисунке 131.

Для чистых металлов $T_{кр}$ (температура, при которой удельное сопротивление практически скачком падает до нуля) составляет доли 1 К (10^{-3}—10^{-4} К), а для сплавов возрастает до нескольких Кельвинов.

В течение 75 лет после открытия сверхпроводимости считалось, что это явление может наблюдаться только при очень низких температурах. Все попытки получить сверхпроводящее состояние вещества при более высоких температурах оказывались безрезультатными.

В 1986 г. в лабораториях Швейцарии, США, Японии, СССР и других стран были получены и исследованы сверхпроводники при

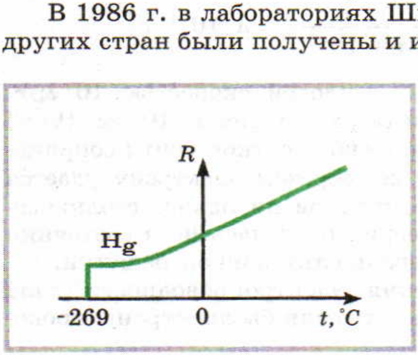


Рис. 130

Рис. 131

температурах сначала 30 К, потом 40 К, 92 К и даже 100 К. Высокотемпературными сверхпроводниками оказались не металлы и не сплавы металлов, а металлокерамические соединения, например такие, как лантан-барий-медь, лантан-стронций-медь-кислород и др. Обнаружение высокотемпературной сверхпроводимости открыло возможности для исследования и разработки сфер применения сверхпроводимости, потому что для получения новых видов сверхпроводников нужен стал не жидкий гелий с температурой перехода в жидкое состояние 4,21 К, а жидкий азот с температурой кипения 77 К. Однако на пути применения высокотемпературных сверхпроводников возникают такие трудности, как разрушительное действие сильных электрических полей на сверхпроводящее состояние, сложность получения металлокерамической проволоки и др.

В преодолении подобных трудностей может помочь теория, раскрывающая механизм сверхпроводимости. Для сверхпроводимости, открытой в 1911 г., американские физики Дж. Бардин, Л. Купер и Дж. Р. Шиффер создали достаточно последовательную теорию (теорию БКШ), для понимания сути которой необходимо знание квантовой теории. Мы рассмотрим лишь ее основные идеи.

В металле при сверхнизких температурах появляются электронные пары — одноименно заряженные электроны притягиваются друг к другу! Как объяснить это непонятное с точки зрения электростатики явление?

При движении электрона в сверхпроводящем металле кристаллическая решетка деформируется, положительные ионы смещаются из положений равновесия, периодичность в их расположении нарушается. Электрон оказывается «окруженным» положительными ионами, общий заряд которых превышает заряд электрона. И этот электрон вместе с «окружающими» его положительными ионами притягивается к другому электрону.

При высоких температурах тепловое движение частиц препятствует образованию положительного «окружения» у движущегося электрона, разбрасывает частицы, обеспечивает в среднем упорядоченное расположение ионов в узлах кристаллической решетки. Поэтому образование электронных пар возможно только при низких температурах. В сверхпроводящем металле электронные пары связаны друг с другом. Они не отдают энергию малыми порциями, а движутся без электрического сопротивления. Состояния электронов и наборы пар все время меняются, но взаимосвязь всех электронов в сверхпроводнике сохраняется. Теория сверхпроводимости продолжает развиваться.

Явление сверхпроводимости может найти широкое применение в получении сильных магнитных полей, в уменьшении потерь электрической энергии за счет нагревания элементов электрической цепи, в создании элементов ЭВМ.

Явление сверхпроводимости нельзя объяснить, пользуясь представлениями классической электронной теории, т. е. низкие температуры определяют границы применимости классической электронной теории.

Несмотря на свое несовершенство, классическая электронная теория явилась важным шагом в развитии физической науки, одной из ступеней в познании электрических явлений.

? **1.** Что такое удельное сопротивление? **2.** Напишите формулу сопротивления однородного проводника постоянного сечения. **3.** Что происходит с сопротивлением металлического проводника при нагревании? Почему? **4.** Напишите формулу, выражающую зависимость сопротивления проводника от температуры. **5.** Какими факторами обусловлено сопротивление металлических проводников? **6.** Что такое сверхпроводимость? **7.** Что вы знаете о применении сверхпроводников?

§ 74. СТОРОННЕЕ ПОЛЕ. ЭДС

Постоянный ток может существовать лишь в замкнутой электрической цепи. Замкнутая (или полная) электрическая цепь состоит из двух частей: внешней и внутренней. *Внешнюю* часть цепи образуют различные потребители тока, электроизмерительные приборы, выключатели (переключатели) и подводящие провода, а *внутреннюю* — источники тока (гальванические элементы, аккумуляторы и др.).

Каждая часть электрической цепи обладает своим сопротивлением электрическому току. Сопротивление внешней цепи называют *внешним сопротивлением* (его обозначают R), а сопротивление внутренней части цепи — *внутренним сопротивлением* (обозначается r). Их сумму называют *полным сопротивлением* цепи:

$$R_п = R + r. \tag{74.1}$$

Если все участки замкнутой цепи покоятся и никаких химических действий ток не производит, то вся работа, совершаемая при перемещении носителей тока по замкнутой траектории вдоль цепи (работа тока), идет на выделение джоулева тепла:

$$A_0 = Q,$$

или, с учетом закона Джоуля — Ленца:

$$A_0 = I^2 R_п t.$$

Выразив отсюда силу тока, получим:

$$I = \sqrt{\frac{A_0}{R_п t}},$$

или

$$I = \frac{A_0}{ItR_п} = \frac{A_0}{qR_п}, \tag{74.2}$$

где $q = It$ — электрический заряд, который прошел через сечение проводника с силой тока I за время t.

Из полученного соотношения видно, что постоянный ток в замкнутой цепи ($I \neq 0$) может поддерживаться лишь таким полем, работа которого по замкнутой траектории отлична от нуля ($A_0 \neq 0$). Поскольку это поле не является потенциальным, оно не может быть ни электростатическим, ни стационарным электрическим полем.

Определение. Непотенциальное поле, способное компенсировать потери энергии, вызванные выделением джоулева тепла, называется **сторонним полем**.

Отличительной чертой стороннего поля является то, что его работа вдоль замкнутой цепи отлична от нуля. Поэтому действие этого поля естественно характеризовать величиной, связанной с этой работой.

Определение. Скалярная физическая величина, равная отношению работы стороннего поля по перемещению заряда вдоль цепи к значению этого заряда, называется **электродвижущей силой** или просто **ЭДС**:

$$\mathscr{E} = \frac{A_{\text{ст}}}{q}.$$

Как видно из этого определения, ЭДС измеряется в тех же единицах, что и напряжение, — в вольтах.

Сторонние поля существуют внутри источников тока, причем в большинстве случаев они не зависят от силы тока в источнике. Поэтому для установления характера стороннего поля проще всего рассмотреть случай, когда внешняя цепь отключена от источника и ток отсутствует ($I = 0$). В этом случае сумма напряженностей полей — стороннего ($\vec{E}_{\text{ст}}$) и потенциального электростатического ($\vec{E}_{\text{пот}}$), которое создается зарядами на полюсах источника, — должна равняться нулю:

$$\vec{E}_{\text{ст}} + \vec{E}_{\text{пот}} = 0 \qquad (74.3)$$

(если бы это было не так, то под действием этих полей внутри источника шел бы ток). Из равенства (74.3) следует, что

$$\vec{E}_{\text{ст}} = -\vec{E}_{\text{пот}}. \qquad (74.4)$$

Это означает, что, во-первых, внутри источника тока стороннее поле направлено противоположно электростатическому, а во-вторых, оно там является потенциальным[1]. Благодаря этому свойству работа стороннего поля по перемещению единичного положительного заряда (т. е. ЭДС) имеет для каждого источника

[1] Потенциальным стороннее поле является лишь по отношению к ограниченной области внутри источника. Если же рассматривать траектории движения заряда, выходящие за пределы этой области, то считать это поле потенциальным уже будет нельзя.

определенное значение, не зависящее от формы траектории, по которой перемещается заряд внутри источника. Именно это позволяет считать ЭДС основной характеристикой источника тока.

В общем случае работа по перемещению заряда в электрической цепи совершается как *сторонним*, так и *потенциальным* (стационарным) электрическим полем:

$$A = A_{ст} + A_{пот}. \tag{74.5}$$

При этом полная работа вдоль всей замкнутой цепи:

$$A_0 = A_{0т} + A_{0пот} = A_{0ст}$$

оказывается равной работе лишь стороннего поля, так как работа по замкнутой траектории стационарного электрического поля ввиду его потенциальности равна нулю. Выразив в последней формуле работу стороннего поля через ЭДС, можно получить:

$$A_0 = q\mathscr{E},$$

или

$$A_0 = I\mathscr{E}t, \tag{74.6}$$

где мы выразили электрический заряд через силу тока и время ($q = It$).

? **1.** Из чего складывается полное сопротивление цепи? **2.** Почему ни электростатическое, ни стационарное электрическое поле не способно поддерживать постоянный ток в цепи? **3.** Что такое стороннее поле? **4.** Какую величину называют электродвижущей силой? **5.** Где создаются сторонние поля?

§ 75. ЗАКОНЫ ОМА

При подключении внешней цепи к источнику тока электрическое поле со скоростью света распространяется вдоль проводников и свободные заряды в них почти одновременно приходят в упорядоченное движение. В цепи появляется ток.

Основные законы постоянного тока были установлены в 1826—1827 гг. немецким ученым Георгом Омом и потому носят его имя.

Обобщенный закон Ома, или закон Ома для активного участка цепи (участка цепи, содержащего источник тока), гласит:

> Сила тока на активном участке цепи прямо пропорциональна сумме ЭДС и напряжения на концах этого участка и обратно пропорциональна его полному сопротивлению,

т. е.:

$$I = \frac{U + \mathscr{E}}{R_п}. \tag{75.1}$$

Доказательство. Рассмотрим участок цепи, содержащий источник тока (рис. 132). Именно из-за наличия на этом участке источника тока его называют активным. Работа тока на таком участке может быть представлена в виде (74.5):

$$A = A_{\text{пот}} + A_{\text{ст}}.$$

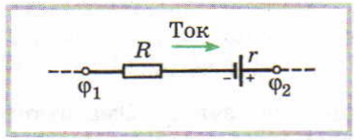


Рис. 132

Разделив обе части этого равенства на переносимый за данное время заряд, получим

$$\frac{A}{q} = \frac{A_{\text{пот}}}{q} + \frac{A_{\text{ст}}}{q}.$$

Но по определению электродвижущей силы $A_{\text{ст}}/q = \mathscr{E}$, по определению напряжения $A_{\text{пот}}/q = U$, а согласно формуле (74.2) $A/q = IR_{\text{п}}$, где $R_{\text{п}} = R + r$ — полное сопротивление рассматриваемого участка. Поэтому

$$IR_{\text{п}} = U + \mathscr{E}, \tag{75.2}$$

откуда:

$$I = \frac{U + \mathscr{E}}{R_{\text{п}}},$$

что и требовалось доказать.

Применяя обобщенный закон Ома к тому или иному активному участку цепи, следует предварительно выбрать *направление обхода* этого участка, условившись один из его концов считать первым (с потенциалом φ_1), а другой — вторым (с потенциалом φ_2). При совпадении этого направления с направлением существующего в участке тока сила тока считается положительной ($I > 0$), в противном случае — отрицательной ($I < 0$). ЭДС на рассматриваемом участке положительна тогда, когда направление обхода совпадает с направлением стороннего поля в источнике (это поле в нем направлено от отрицательного полюса к положительному); если же эти направления не совпадают, ЭДС считается отрицательной. Знак напряжения на участке определяется знаком разности потенциалов его концов: $U = \varphi_1 - \varphi_2$.

Из обобщенного закона Ома можно получить два других закона, называемые соответственно законом Ома для пассивного участка цепи и законом Ома для замкнутой (или полной) цепи.

Закон Ома для пассивного участка цепи (т. е. участка, не содержащего источника ЭДС) гласит:

Сила тока на пассивном участке цепи прямо пропорциональна напряжению на его концах и обратно пропорциональна его сопротивлению,

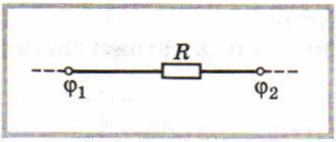


Рис. 133

т. е.

$$I = \frac{U}{R}. \quad (75.3)$$

Закон Ома для пассивного участка цепи (рис. 133) получается из обобщенного закона Ома путем подстановки в него значений $\mathscr{E} = 0$ и $r = 0$.

Из формулы (75.3) следует, что $R = U/I$. На основании этого соотношения определяется 1 Ом как сопротивление такого проводника, между концами которого при силе тока 1 А возникает напряжение 1 В.

Закон Ома для замкнутой (или **полной**) **цепи** гласит:

Сила тока в замкнутой цепи прямо пропорциональна ЭДС и обратно пропорциональна ее полному сопротивлению,

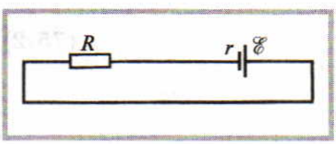


Рис. 134

т. е.

$$I = \frac{\mathscr{E}}{R + r}. \quad (75.4)$$

Этот закон может быть получен из обобщенного закона Ома путем подстановки в него значения $U = 0$ (так как при образовании из активного участка цепи, изображенного на рисунке 132, полной цепи, представленной на рисунке 134, концы участка соединяются и потенциалы φ_1 и φ_2 на них становятся равными).

Используя два последних закона Ома, можно получить формулу, выражающую связь между ЭДС источника и напряжением на его полюсах:

$$\mathscr{E} = I\ (R + r) = IR + Ir = U + Ir. \quad (75.5)$$

Отсюда видно, что в замкнутой цепи, по которой идет ток, разность потенциалов между полюсами источника всегда меньше, чем его ЭДС.

Рассмотрим теперь два предельных случая, когда внешнее сопротивление оказывается либо очень большим, либо, наоборот, пренебрежимо малым.

1. $R \to \infty$ (или $R \gg r$). Подобная ситуация бывает при отключенной внешней цепи, т. е. когда полюсы источника тока разомкнуты и между ними существует воздушный зазор, через который ток не идет. Подставив значение $I = 0$ в (75.5), мы получим, что в этом случае

$$U = \mathscr{E}.$$

Это означает, что *напряжение на полюсах разомкнутого источника тока равно его ЭДС*.

2. $R \to 0$ (или $R \ll r$). Подобная ситуация встречается при *коротком замыкании*. В этом случае сила тока увеличивается до величины

$$I_{\text{кз}} = \frac{\mathscr{E}}{r},$$

которая может превысить допустимое для данной цепи значение. Резкое увеличение силы тока при коротком замыкании может привести к выделению большого количества теплоты. Провода могут расплавиться или сильно накалиться и стать причиной пожара, источник тока при этом может выйти из строя. Чтобы избежать этого, применяют предохранители.

Георг Симон Ом

Мир действительно оказался для Г. Ома недобрым: его открытиям не суждено было быть признанными в течение многих лет. Случайные заработки, отсутствие условий для научных исследований и несправедливая критика настолько выматывали силы ученого, что в одном из своих писем Ом написал: «Рождение „Электрических цепей“ принесло мне невыразимые страдания, и я готов проклясть час их зарождения».

И все-таки это были временные трудности. Постепенно, сначала в России, а затем и в других странах, теория Ома получила полное признание, и его законы стали незаменимым средством при изучении электрических цепей.

? **1.** Сформулируйте и докажите законы Ома для участков цепи. **2.** Как, располагая амперметром и вольтметром, можно определить сопротивление проводника? **3.** Сформулируйте и докажите закон Ома для замкнутой цепи. **4.** Как связаны между собой напряжение между полюсами источника и его ЭДС? В каком случае они равны? **5.** Чему равна сила тока при коротком замыкании?

§ 76. РАСЧЕТ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

Рассмотрим применение законов Ома к расчетам электрических цепей.

Закон Ома для замкнутой цепи позволяет найти общую силу тока в цепи (которая совпадает с силой тока внутри источника):

$$I_0 = \frac{\mathscr{E}}{R_0 + r}, \tag{76.1}$$

где R_0 — общее сопротивление всех потребителей тока, которыми могут быть лампы, резисторы, обмотки электродвигателя и т. п.

Закон Ома для участка цепи с сопротивлением R_i позволяет найти силу тока на этом участке:

$$I_i = \frac{U_i}{R_i}, \qquad (76.2)$$

или напряжение на его концах:

$$U_i = I_i R_i. \qquad (76.3)$$

К наиболее простым и часто встречающимся типам соединения проводников (потребителей тока) относятся их последовательные и параллельные соединения. Рассмотрим каждое из этих соединений.

1. Последовательное соединение. Так называют соединение проводников, которые включены в цепь поочередно друг за другом без разветвлений (рис. 135). При последовательном соединении выполняются следующие три закона:

а) сила тока на всех участках цепи одинакова, т. е.

$$I_0 = I_1 = I_2 = I_3; \qquad (76.4)$$

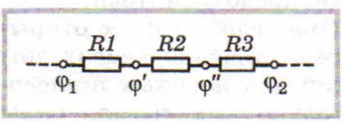


Рис. 135

б) общее напряжение в цепи равно сумме напряжений на отдельных ее участках:

$$U_0 = U_1 + U_2 + U_3; \qquad (76.5)$$

в) общее сопротивление цепи равно сумме сопротивлений отдельных проводников:

$$R_0 = R_1 + R_2 + R_3. \qquad (76.6)$$

В частности, если сопротивления всех проводников одинаковы и равны R, то их общее сопротивление

$$R_0 = nR,$$

где n — число последовательно соединенных проводников.

Первый из этих законов следует из того, что электрический заряд проходит через проводники, нигде не накапливаясь (через любое сечение последовательно соединенных проводников за одно и то же время проходит один и тот же заряд[1]):

$$\Delta q_1 = \Delta q_2 = \Delta q_3 \Rightarrow \frac{\Delta q_1}{\Delta t} = \frac{\Delta q_2}{\Delta t} = \frac{\Delta q_3}{\Delta t} \Rightarrow I_1 = I_2 = I_3.$$

Второй закон последовательного соединения вытекает из следующей системы уравнений:

$$U_1 = \varphi_1 - \varphi', \; U_2 = \varphi' - \varphi'', \; U_3 = \varphi'' - \varphi_2, \; U_0 = \varphi_1 - \varphi_2.$$

Складывая первые три из них и сравнивая результат с четвертым, мы приходим к закону (76.5).

[1] Это одно из экспериментальных доказательств закона сохранения электрического заряда.

Третий закон последовательного соединения получается после деления обеих частей равенства (76.5) на общую силу тока (76.4).

2. **Параллельное соединение.** Так называют соединение, при котором все проводники подключают к одной и той же паре точек (рис. 136). При параллельном соединении выполняются следующие три закона:

а) общая сила тока в цепи равна сумме сил токов в отдельных проводниках, т. е.

$$I_0 = I_1 + I_2 + I_3; \qquad (76.7)$$

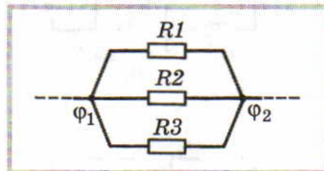


Рис. 136

б) напряжение на всех параллельно соединенных участках цепи одно и то же:

$$U_0 = U_1 = U_2 = U_3; \qquad (76.8)$$

в) величина, обратная общему сопротивлению цепи, равна сумме величин, обратных сопротивлению каждого из проводников в отдельности:

$$\frac{1}{R_0} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}. \qquad (76.9)$$

В частности, если сопротивления всех проводников одинаковы и равны R, то их общее сопротивление

$$R_0 = \frac{R}{n}, \qquad (76.10)$$

где n — число параллельно соединенных проводников.

Общее сопротивление цепи, состоящей из *двух* параллельно соединенных проводников, находят по формуле:

$$R_0 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}, \qquad (76.11)$$

которая является следствием более общего закона (76.9).

Первый закон параллельного соединения вытекает из того, что заряд, поступающий за время Δt в точку разветвления проводников, равен сумме зарядов, уходящих из этой точки за то же время:

$$\Delta q = \Delta q_1 + \Delta q_2 + \Delta q_3,$$

$$\frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{\Delta q_1}{\Delta t} + \frac{\Delta q_2}{\Delta t} + \frac{\Delta q_3}{\Delta t}, \quad I_0 = I_1 + I_2 + I_3.$$

Второй закон параллельного соединения обусловлен тем, что все проводники при таком соединении оказываются подключенными к одной и той же паре точек.

Третий закон параллельного соединения получается путем деления обеих частей равенства (76.7) на общее напряжение (76.8).

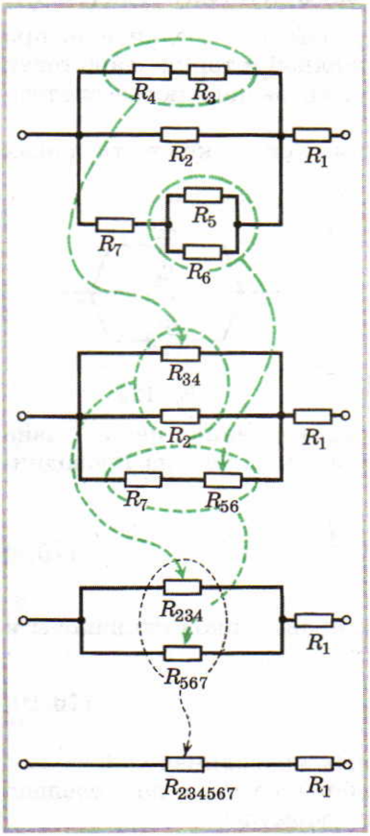


Рис. 137

При расчете общего сопротивления сложной цепи, содержащей смешанное соединение резисторов (например, как на рис. 137), обычно поступают следующим образом. Сначала отыскивают в сложной цепи те резисторы, которые соединены друг с другом либо параллельно, либо последовательно. Заменяя их эквивалентным резистором, получают более простую схему. Затем в полученной схеме снова находят такие резисторы, которые можно объединить, заменив эквивалентным, и еще раз упрощают схему. Так делают до тех пор, пока в схеме останется лишь один тип соединения — параллельное или последовательное. После этого находят каждое из эквивалентных сопротивлений, включая общее сопротивление R_0 всей цепи:

$$R_{34} = R_3 + R_4, \ R_{56} = \frac{R_5 R_6}{R_5 + R_6},$$

$$R_{234} = \frac{R_2 R_{34}}{R_2 + R_{34}}, \ R_{567} = R_{56} + R_7,$$

$$R_{234567} = \frac{R_{234} R_{567}}{R_{234} + R_{567}},$$

$$R_0 = R_1 + R_{234567}.$$

? **1.** По какому закону находится общая сила тока в замкнутой цепи? **2.** Сформулируйте и докажите законы последовательного соединения проводников. **3.** Сформулируйте и докажите законы параллельного соединения проводников. **4.** Выведите формулы (76.10) и (76.11).

§ 77. МОЩНОСТЬ ПОСТОЯННОГО ТОКА

Мощность тока равна отношению работы тока ко времени, за которое эта работа была совершена:

$$P = \frac{A}{t}. \qquad (77.1)$$

Подставляя в эту формулу выражение для работы (74.6), мы получим, что **полная мощность тока** в замкнутой цепи

$$P_0 = I\mathscr{E}. \qquad (77.2)$$

Эта мощность частично выделяется на внешней цепи (иногда ее называют полезной мощностью), частично — на внутреннем сопротивлении (потери мощности):

$$P_0 = P + \Delta P. \qquad (77.3)$$

Полезная мощность (P) выделяется на внешнем сопротивлении, где действует стационарное электрическое поле. Работа этого поля находится по формуле (59.7): $A = qU$, или, так как $q = It$, $A = IUt$. Подставив это выражение в (77.1), получим:

$$P = IU. \qquad (77.4)$$

Заменив здесь напряжение на $U = IR$ или силу тока на $I = U/R$, можно получить еще две формулы:

$$P = I^2 R = \frac{U^2}{R}. \qquad (77.5)$$

Потери мощности (ΔP), вызванные нагреванием источника тока, находят по формуле:

$$\Delta P = I^2 r. \qquad (77.6)$$

Складывая полезную мощность $P = I^2R$ с потерями $\Delta P = I^2r$, получаем полную мощность в виде:

$$P_0 = I^2 (R + r). \qquad (77.7)$$

Отношение полезной мощности к полной определяет **коэффициент полезного действия** (КПД) источника тока:

$$\eta = \frac{P}{P_0} = \frac{I^2 R}{I^2 (R+r)} = \frac{R}{R+r}. \qquad (77.8)$$

Выясним теперь, при какой нагрузке (т. е. при каком внешнем сопротивлении R) выделяется наибольшая полезная мощность. Для этого представим эту мощность в виде разности между полной мощностью и ее потерями внутри источника:

$$P = I\mathscr{E} - I^2 r. \qquad (77.9)$$

Графиком квадратичной функции $P(I) = -I^2r + I\mathscr{E}$ является «перевернутая» парабола (рис. 138). Приравнивая $P(I)$ нулю, мы находим точки пересечения этой параболы с горизонтальной осью:

$$-I^2r + I\mathscr{E} = 0 \Rightarrow I_1 = 0,\ I_2 = \frac{\mathscr{E}}{r}.$$

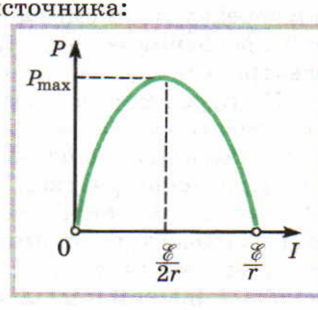


Рис. 138

Вследствие симметрии параболы ее вершина приходится на значение силы тока, лежащее посередине между I_1 и I_2: $I_0 = \frac{\mathscr{E}}{2r} = \frac{\mathscr{E}}{r+r}$. Сравнивая это значение с выражением силы тока из закона Ома для замкнутой цепи: $I_0 = \frac{\mathscr{E}}{R+r}$, легко заметить, что в данном случае

$$R = r.$$

Это означает, что *полезная мощность максимальна в том случае, когда сопротивление нагрузки равно внутреннему сопротивлению источника тока.* В этом состоит так называемое **условие согласования нагрузки и источника.**

? **1.** Чему равна полная мощность тока в замкнутой цепи? **2.** Как находится полезная мощность? **3.** По какой формуле можно определить потери мощности в источнике? **4.** Чему равен КПД источника тока? **5.** При каком сопротивлении нагрузки полезная мощность максимальна? Чему при этом равен КПД источника?

Глава 14. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК В ПОЛУПРОВОДНИКАХ, ВАКУУМЕ, ГАЗАХ И ЭЛЕКТРОЛИТАХ

Вы знаете, что вещество может находиться в различных агрегатных состояниях: твердом, жидком и газообразном. Для электрических явлений важной является классификация веществ не по агрегатному состоянию, а по возможности существования электрического тока в веществе.

Есть вещества, которые называют *проводниками.* К хорошим проводникам электрического тока относятся металлы как в твердом, так и в жидком состоянии. Часто слова «металл» и «проводник» используют как синонимы. Металлические проводники находят широкое применение и в технике, и в повседневной жизни и в определенном смысле являются самой распространенной группой проводников тока. Именно поэтому мы рассмотрели законы электрического тока в первую очередь для металлов.

Из курса химии вы знаете, что электрический ток может существовать в растворах и расплавах кислот, солей и щелочей — *электролитов.* Вы наверняка слышали, что существуют *электрические разряды* в газах (например, искра, молния), что широкое применение находят *полупроводники,* обладающие интересными электрическими свойствами. В то же время есть твердые тела, жидкости и газы, которые электрического тока не проводят — являются *изоляторами.* Они состоят из веществ с очень большим значением удельного сопротивления $\rho > 10^8$ Ом · м. Такие вещества называются *диэлектриками*. Так, например, для фарфора $\rho > 10^{13}$ Ом · м, для слюды ρ может быть от 10^{11} до 10^{13} Ом · м.

Если удельное сопротивление вещества мало $\rho < 10^{-6}$ Ом · м, то такое вещество является проводником. Так, медь имеет удельное сопротивление $\rho = 1{,}8 \cdot 10^{-8}$ Ом · м, а алюминий — $\rho = 2{,}7 \cdot 10^{-8}$ Ом · м.

Вещества с удельным сопротивлением, принимающим промежуточные значения между огромными для диэлектриков и очень малыми для хороших проводников, получили название полупроводников (ρ ~ от 10^{-7}—10^{-8} Ом · м). Однако решение вопроса о том, является ли данное вещество полупроводником или нет, зависит не только от значения удельного сопротивления, но и от типа химической связи частиц в теле и, как следствие, от природы носителей тока и «механизма» электрического тока. Полупроводники отличаются существенной зависимостью удельного сопротивления от внешних условий (температуры окружающей среды, освещенности), а также от наличия примесей.

Зависимость удельного сопротивления от различных факторов характерна и для газов: их электрические свойства могут меняться от свойств хорошего изолятора до свойств отличного проводника.

Итак, рассмотрим особенности электрического тока в неметаллических средах, а также устройство и применение приборов, в которых они используются.

§ 78. ПОЛУПРОВОДНИКИ

Полупроводниками называют вещества, электрическая проводимость которых занимает промежуточное место между проводимостью металлов и диэлектриков. К полупроводникам относятся кремний, германий, селен, теллур, а также соединения (GaAs, CdS, PbS и др.), удельное сопротивление которых убывает с ростом температуры, изменяясь в пределах от 10^8 до 10^{-7} Ом · м.

Чтобы понять механизм электропроводности полупроводников, рассмотрим строение двух наиболее часто используемых полупроводниковых материалов — германия (Ge) и кремния (Si). Это элементы IV группы Периодической системы. Их атомы, обладая четырьмя валентными электронами, образуют кристаллическую решетку типа алмаза с ковалентной (парноэлектронной) связью. Число ближайших соседей у каждого из этих атомов равно четырем. На рисунке 139 изображена условная плоская схема структуры связей в кристалле крем-

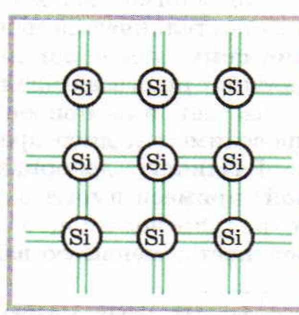


Рис. 139

ния. Из-за перекрывания электронных оболочек соседних атомов между каждой парой таких атомов возникает связь, в которой участвуют два электрона (по одному от каждого атома), изображенные на схеме в виде линий, соединяющих атомы. При низких температурах все валентные электроны атомов заняты в этих связях и потому свободными не являются. Из-за отсутствия свободных электронов полупроводники при низких температурах ведут себя как диэлектрики.

Для того чтобы полупроводник стал проводить ток, нужно разорвать эти связи. Сделать это можно либо за счет нагревания полупроводника, либо за счет его освещения. И в том и в другом случае валентные электроны атомов могут получить энергию, достаточную для того, чтобы стать свободными.

После разрыва ковалентных связей в полупроводнике образуются носители тока двух типов: *свободные электроны* и *дырки*.

Дыркой называют вакантное (т. е. не занятое электроном) состояние в связях между атомами полупроводника, характеризующееся избыточным положительным зарядом.

Если в каком-либо месте возникла дырка, то через некоторое время она может быть занята каким-нибудь электроном соседнего атома. Тогда дырка появится в новом месте — том, откуда ушел этот электрон. Результатом непрерывных повторений подобного процесса является беспорядочное блуждание дырки по всему кристаллу. Так как в месте ее появления возникает нескомпенсированный положительный заряд, то ее перемещение становится эквивалентным движению свободной положительно заряженной частицы. На самом деле движутся электроны по каналам связи.

При наличии электрического поля в полупроводнике возникает дрейф свободных электронов в одну сторону, а дырок — в другую. В результате увеличения температуры полупроводника или воздействия на него светом число носителей тока в нем увеличивается и проводимость полупроводника возрастает.

Проводимость полупроводников, не содержащих примесей, называется **собственной**. Собственная проводимость полупроводников обычно невелика.

Проводимость полупроводников, обусловленная внесением в их кристаллические решетки примесей (атомов посторонних химических элементов), называется **примесной** проводимостью. При наличии примесей число носителей тока в полупроводнике резко возрастает, и он приобретает либо преимущественно электронную проводимость, либо преимущественно дырочную проводимость.

Различают донорные и акцепторные примеси. Атомы **донорной**[1] примеси имеют валентность, большую валентности основного полупроводника, а атомы **акцепторной**[2] примеси имеют валентность, меньшую валентности основного полупроводника.

---

[1] От лат. dono — дарю.
[2] От лат. acceptor — принимающий.

Типичный пример донорной примеси в германии или кремнии — атомы элементов V группы (P, As, Sb). Из пяти валентных электронов у атомов донорной примеси четыре участвуют в создании ковалентной связи с соседними атомами основного полупроводника, а пятый, будучи слабо связанным с атомом примеси, легко его покидает и становится свободным. Из-за этого число свободных электронов в полупроводнике возрастает, и он приобретает преимущественно электронную проводимость. Полупроводник с донорной примесью называют **полупроводником *n*-типа** (от лат. negativus — отрицательный).

Типичный пример акцепторной примеси в германии или кремнии — атомы элементов III группы (B, Al, Ga, In). Обладая меньшей валентностью, атомы акцепторной примеси не могут заполнить своими тремя электронами все связи с окружающими атомами полупроводника; одна связь остается свободной. Заимствуя для заполнения этой связи какой-нибудь электрон у одного из ближайших атомов полупроводника, атом примеси приводит к возникновению в том месте, откуда ушел электрон, дырки. Из-за этого число дырок в полупроводнике возрастает, и он приобретает преимущественно дырочную проводимость. Полупроводник с акцепторной примесью называют **полупроводником *p*-типа** (от лат. positivus — положительный).

Образование полупроводников с примесной проводимостью иллюстрирует схема, изображенная на рисунке 140.

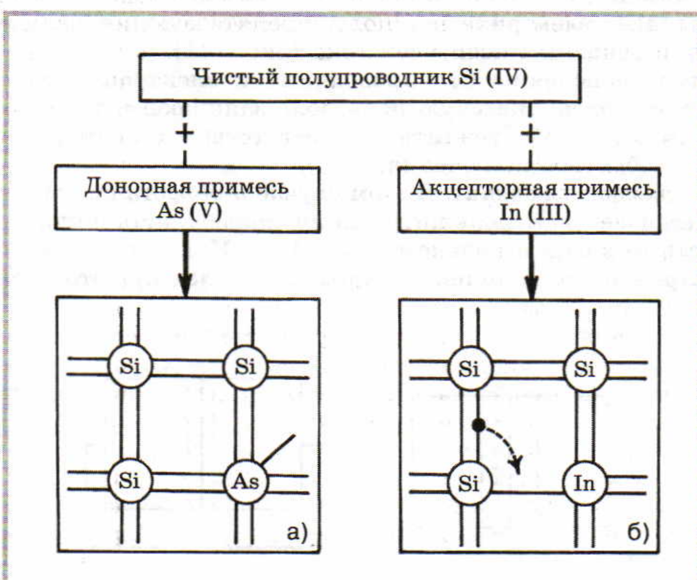


Рис. 140

? **1.** Какие вещества называют полупроводниками? **2.** Почему при низких температурах полупроводники ведут себя как диэлектрики? **3.** Почему у металлов сопротивление с ростом температуры увеличивается, а у полупроводников уменьшается? **4.** Что такое дырка? **5.** Какие носители тока обеспечивают собственную проводимость полупроводников? **6.** Какую примесь называют донорной? **7.** Какую примесь называют акцепторной? **8.** Какой проводимостью обладает полупроводник n-типа? **9.** Какой проводимостью обладает полупроводник p-типа?

§ 79. ЭЛЕКТРОННО-ДЫРОЧНЫЙ ПЕРЕХОД

В большинстве полупроводниковых приборов используется контакт полупроводников с разными типами примесной проводимости. Если одна область полупроводникового кристалла имеет электронную проводимость, а другая — дырочную, то на границе между ними возникает слой, называемый **электронно-дырочным переходом.** Поскольку такой слой образуется в месте контакта p- и n-областей полупроводника, то иначе его называют **p — n-переходом.**

При образовании такого контакта хаотически движущиеся электроны из n-области (где их много) начинают диффундировать в p-область (где их мало), а дырки, наоборот, из p-области — в n-область. В результате этого n-область в электронно-дырочном переходе приобретает положительный заряд (образованный оставшимися там нескомпенсированными положительными ионами донора), а p-область — отрицательный (создаваемый там оставшимися нескомпенсированными отрицательными ионами акцептора). Двойной слой этих зарядов (так называемый *запирающий слой)* создает электрическое поле, препятствующее дальнейшей диффузии основных носителей тока (рис. 141).

Путем включения полупроводника с электронно-дырочным переходом в электрическую цепь поле запирающего слоя можно либо ослабить, либо усилить. В соответствии с этим различают прямое и обратное включения.

1. *Прямое включение.* В этом случае p-область полупроводника подключается к положительному полюсу источника тока, а n-область — к отрицательному (рис. 142). Под действием внешнего электрического поля поле запирающего слоя при этом ослабля-

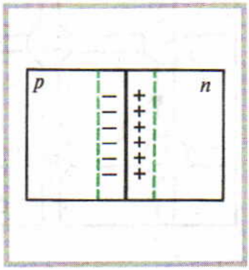


Рис. 141

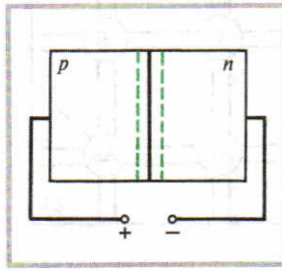


Рис. 142

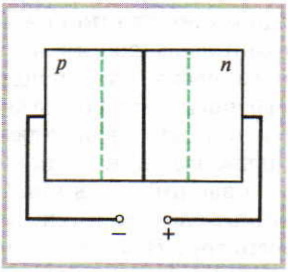


Рис. 143

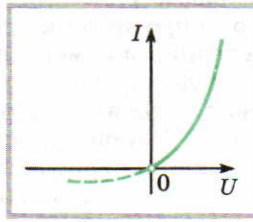


Рис. 144

ется, и через электронно-дырочный переход начинают двигаться основные носители тока: из *n*- в *p*-область — электроны, а *p*- в *n*-область — дырки. Поскольку основных носителей в полупроводнике много, через *p* — *n*-переход может идти значительный ток. Сопротивление перехода при прямом включении невелико.

2. *Обратное включение.* В этом случае *p*-область полупроводника подключается к отрицательному полюсу источника, а *n*-область — к положительному (рис. 143). Под действием внешнего электрического поля поле запирающего слоя при этом усиливается, и через электронно-дырочный переход смогут теперь идти лишь неосновные носители тока: из *n*- в *p*-область — дырки, а из *p*- в *n*-область — электроны. Но в *p*-области мало свободных электронов, а в *n*-области мало дырок. Поэтому ток через *p* — *n*-переход при обратном включении оказывается пренебрежимо малым.

Итак, *электронно-дырочный переход обладает односторонней проводимостью:* он пропускает ток в одном направлении и не пропускает его в другом (рис. 144). Это свойство используется в выпрямителях переменного тока.

? **1.** Что такое электронно-дырочный переход? **2.** Как он называется иначе? **3.** Опишите процесс образования запирающего слоя. **4.** Почему электронно-дырочный переход обладает односторонней проводимостью?

§ 80. ПОЛУПРОВОДНИКОВЫЕ ПРИБОРЫ

1. **Терморезисторы.** Так называют полупроводниковые приборы, действие которых основано на явлении зависимости их электрического сопротивления от температуры. Сопротивление терморезисторов при нагревании от −50 до +100 °C изменяется на несколько порядков. Это позволяет использовать их для дистанционного измерения температуры, в устройствах противопожарной сигнализации и т. п.

Терморезисторы выпускаются в виде стержней, трубок, дисков, шайб и бусинок. Схематическое обозначение терморезисторов показано на рисунке 145.

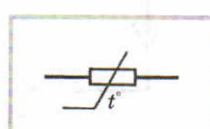


Рис. 145

2. **Фоторезисторы.** Так называют полупроводниковые приборы, действие которых основано на явлении изменения их электрического сопротивления под действием света. Их используют для регистрации и измерения слабых световых потоков, для обнаружения инфракрасных лучей, в различных автоматических устройствах, служащих для подсчета изделий, контроля их размеров и т. п. Например, при подсчете изделий движущиеся на конвейере детали периодически пересекают световой луч, направленный на фоторезистор. Возникающие при этом периодические изменения силы тока в цепи с фоторезистором управляют работой специального механизма, который и производит подсчет деталей.

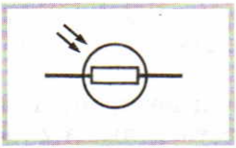


Рис. 146

Схематическое обозначение фоторезисторов показано на рисунке 146.

3. **Полупроводниковый диод.** Так называют полупроводниковый прибор с одним p — n-переходом и двумя выводами для включения в электрическую цепь. Основным рабочим элементом диода является кристалл германия (или кремния), обладающий проводимостью n-типа за счет небольшой добавки донорной примеси. Для создания в нем p — n-перехода в одну из его поверхностей вплавляют индий. Вследствие диффузии атомов индия в глубь монокристалла германия в нем образуется область p-типа. Остальная часть германия, в которую атомы индия не проникли, по-прежнему имеет проводимость n-типа. Между этими двумя областями и возникает p — n-переход. Для предотвращения вредных воздействий воздуха и света кристалл германия помещают в герметический корпус. Схематическое обозначение диода показано на рисунке 147.

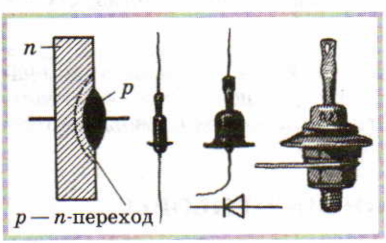


Рис. 147

Достоинствами полупроводниковых диодов являются малые размеры и масса, длительный срок службы, высокая механическая прочность; недостатком — зависимость их параметров от температуры.

Рассмотрим использование полупроводниковых диодов для выпрямления переменного тока. Переменный ток идет то в одну, то в другую сторону. Для того чтобы в нагрузке существовал ток одного направления, используют специальные *выпрямители*.

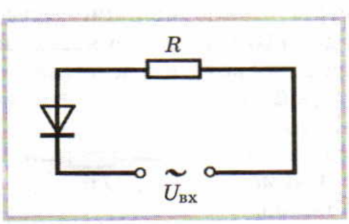


Рис. 148

Схема простейшего выпрямителя на одном диоде приведена на рисунке 148. Так как p — n-пере-

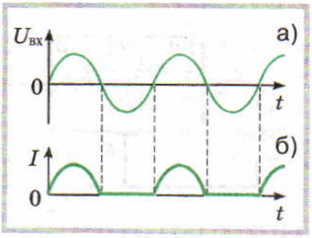


Рис. 149

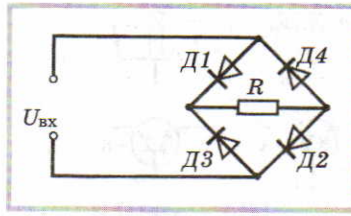


Рис. 150

ход обладает односторонней проводимостью, то ток через диод проходит только в течение той части периода, когда полярность входного напряжения соответствует пропускному направлению. Соответствующие этому графики показаны на рисунке 149 (*а* — график напряжения на входе выпрямителя; *б* — график силы тока в нагрузке). В данной схеме через нагрузку R будет идти пульсирующий ток, состоящий из разделенных паузами отдельных импульсов тока. Поскольку при этом используется лишь одна половина от каждого периода входного переменного напряжения, то соответствующий выпрямитель называют *однополупериодным.*

Прохождение тока через нагрузку на протяжении всего периода входного напряжения (*двухполупериодное* выпрямление) обеспечивает мостиковая схема, приведенная на рисунке 150. В течение одной половины периода ток в этой схеме протекает через диод *Д1*, резистор R и диод *Д2*; в течение второй половины периода — через диод *Д3*, снова резистор R (причем в ту же сторону) и диод *Д4*. Соответствующие этому графики приведены на рисунке 151.

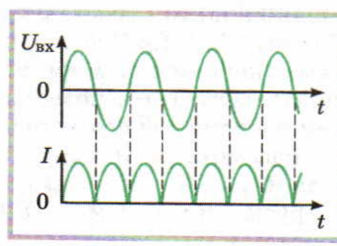


Рис. 151

4. **Полупроводниковый триод (транзистор).** Так называют полупроводниковый прибор с двумя p — n-переходами и тремя выводами для включения в электрическую цепь. Существуют два основных класса транзисторов — униполярные и биполярные транзисторы.

В униполярных транзисторах ток обусловлен носителями заряда одного знака (только электронами или только дырками). Иначе такие транзисторы называют полевыми.

В биполярных транзисторах (или просто транзисторах) ток обусловлен движением носителей заряда обоих знаков. Такие транзисторы в зависимости от порядка чередования областей разных типов проводимости делят на транзисторы p — n — p-типа и n — p — n-типа. При этом среднюю область (ее обычно делают очень тонкой) называют *базой*, а две другие — *эмиттером* и *кол-*

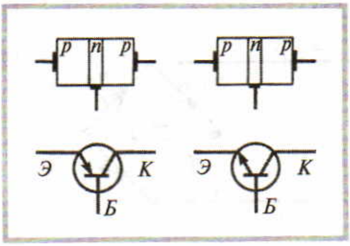


Рис. 152

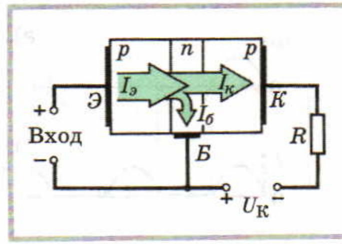


Рис. 153

лектором. Схематические обозначения транзисторов этого типа показаны на рисунке 152.

Полупроводниковые триоды (транзисторы) применяют для генерирования и преобразования электрических колебаний; они находят широкое применение в различных усилителях, радиопередающих устройствах, электронно-вычислительных машинах и т. п.

Рассмотрим принцип действия простейшего *усилителя* (рис. 153). В этой схеме на эмиттерный $p - n$-переход подается небольшое прямое напряжение $U_Э$, а на коллекторный $p - n$-переход — обратное напряжение $U_К$, в 10—20 раз большее. К выходу усилителя подключают нагрузку R.

Внутри транзистора ток эмиттера разветвляется на две части: ток коллектора и ток базы ($I_Э = I_К + I_Б$). Так как толщина базы очень мала, то $I_Б$ составляет всего лишь 0,001—0,1 тока эмиттера. Поэтому $I_Э \approx I_К$. Это означает, что коллекторный ток определяется в основном током эмиттера и от сопротивления нагрузки почти не зависит. Это и позволяет использовать транзистор для усиления электрического напряжения.

Рассмотрим простой числовой пример. Пусть на входе усилителя $U_Э = 1$ В, ток эмиттера $I_Э = 10$ мА $= 10^{-2}$ А, сопротивление нагрузки $R = 1$ кОм $= 10^3$ Ом. В этом случае напряжение на нагрузке

$$U = I_К R \approx I_Э R = 10^{-2} \cdot 10^3 \text{ В} = 10 \text{ В}.$$

Таким образом, напряжение на выходе усилителя оказывается в 10 раз больше, чем напряжение на его входе.

Транзистор был изобретен в 1948 г. За это изобретение американские ученые Дж. Бардин и У. Браттейн, а также У. Шокли (под руководством которого они работали) получили Нобелевскую премию.

Широкое применение находят **интегральные схемы** — единые полупроводниковые функциональные устройства. Например, мультиметр — электронный универсальный комбинированный прибор, выполненный на основе интегральных микросхем, который выдает значение измеряемой физической величины в цифрах. При плавном выборе физической величины показания прибора изменяются скачком, однако измерения получаются более точными по сравнению с аналоговым прибором (с точностью до 6 значащих цифр после запятой). С развитием технологий изготовления интегральных микросхем габариты и масса мультиметров уменьшаются. Мультиметр обеспечивает измерение силы тока, напряжения и сопротивления, а также электрической емкости конденсатора; может тестировать исправность полупроводниковых диодов и транзисторов и выполнять еще ряд дополнительных функций. Мультиметр, сопряженный с датчиками-преобразователями физических величин, может измерять температуру, освещенность, уровень звука, ядерное излучение и пр. Мультиметр легко подключается к ЭВМ.

? **1.** Расскажите о термо- и фоторезисторах. **2.** Что такое полупроводниковый диод? **3.** Как работают простейшие выпрямители переменного тока? **4.** Что такое транзистор? **5.** Опишите устройство и принцип работы простейшего усилителя.

§ 81. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК В ВАКУУМЕ

Если заряженная частица, например электрон, находится далеко от других частиц вещества и вне электромагнитного поля, то она движется по инерции в инерциальной системе отсчета. Если частица окажется в электрическом или магнитном поле, то ее движение станет ускоренным. Рассмотрим равномерное и ускоренное движения электронов в вакууме — процесс электрического тока в вакууме. Само название «электрический ток в вакууме» условно: электроны и электромагнитное поле — материальные объекты, а не «пустое» пространство. Строго говоря, невозможно полностью удалить из какого-либо сосуда все частицы вещества. Можно лишь создать определенную степень разрежения. О состоянии вакуума говорят тогда, когда частицы, пролетев от одной стенки сосуда до другой, не испытали ни одного соударения. Современными методами удается создать такой «вакуум», при котором в 1 $см^3$ насчитывается всего несколько десятков молекул (для сравнения: при нормальных условиях в 1 $см^3$ воздуха содержится $2,7 \cdot 10^{19}$ молекул). Как же ввести электроны в вакуум?

Термоэлектронной эмиссией *называют вылет электронов из нагретого тела.* Впервые это явление было обнаружено в 1883 г. знаменитым американским изобретателем Томасом Эдисоном. В то время электроны еще не были открыты, и явление получило название «эффект Эдисона».

Исследуя изобретенную им же осветительную лампу, Эдисон ввел в ее баллон металлический электрод. Соединив его с положительным полюсом источника, а раскаленную нить лампы с отрицательным полюсом, Эдисон вдруг заметил, что стрелка гальванометра, включенного в ту же цепь, отклонилась от нуля. Это означало, что через лампу шел ток. И это несмотря на то, что нить накала и металлический электрод в ней не были соединены друг с другом (даже воздух из лампы был откачан)!

Эдисон сообщил о новом явлении и получил патент на его открытие. Однако причины открытого им явления еще долгое время оставались неизвестными.

После открытия электрона эффект Эдисона получил простое объяснение и стал называться термоэлектронной эмиссией. Стало ясно, что ток через вакуум в лампе Эдисона был обусловлен тем, что из раскаленной нити вылетали электроны, которые, достигая металлического электрода, замыкали цепь.

Термоэлектронную эмиссию можно рассматривать как испарение электронов с поверхности металла. Чтобы вылететь из тела, электроны должны преодолеть силы притяжения, действующие на них со стороны положительно заряженных ионов тела. При комнатной температуре число электронов с достаточной для этого кинетической энергией ничтожно мало, но с ростом температуры их становится все больше и больше. Заметная термоэлектронная эмиссия происходит у металлов, нагретых до температуры 1500—2000 °С.

Вылет электронов из тела происходит тогда, когда энергия, сообщенная им при нагревании тела, оказывается равной или превышающей так называемую работу выхода:

$$E \geqslant A_{\text{вых}}.$$

Работой выхода *называют работу, которую необходимо совершить для удаления электрона из вещества в вакуум* (в состояние с нулевой кинетической энергией). Работа выхода электрона из вещества определяется родом этого вещества и состоянием его поверхности. Для чистых металлов она не превышает нескольких электронвольт.

Явление термоэлектронной эмиссии широко используют в технике, в частности для создания электрического тока через вакуум в различных электровакуумных приборах. Рассмотрим некоторые из них.

1. **Вакуумный диод.** Так называют двухэлектродную электронную лампу, из которой откачан воздух. Вакуумный диод состоит из стеклянного или металлического баллона и находящихся внутри его двух металлических электродов — накаливаемого катода и холодного анода. Катод бывает двух типов — прямого накала и косвенного накала. В первом случае катод представляет собой нить, по которой проходит накаливающий ее ток, а во втором случае — покрытый слоем металла с малой работой выхода цилиндр, внутри которого находится нить накала (рис. 154). Действие катода как источника электронов основано на явлении термоэлектронной эмиссии.

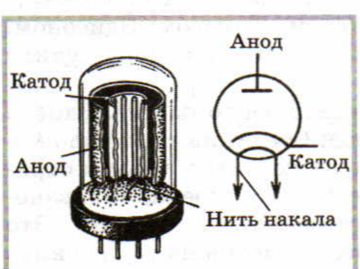


Рис. 154

Вылетающие из нагретого катода электроны будут достигать анода (имеющего форму цилиндра, охватывающего катод) только в том случае, когда потенциал анода выше, чем катода (в противном случае электрическое поле между катодом и анодом будет отталкивать электроны назад, к катоду). Это означает, что *вакуумный диод, подобно полупроводниковому, обладает односторонней проводимостью.* Односторонняя проводимость вакуумного диода позволяет использовать его для выпрямления переменного тока.

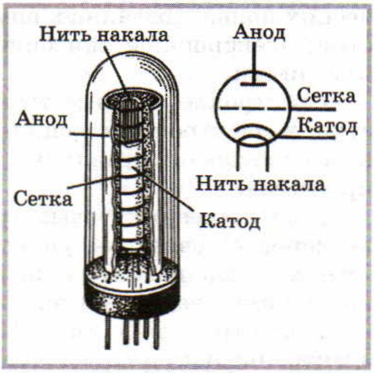


Рис. 155

2. **Вакуумный триод.** Так называют электронную лампу с тремя электродами — катодом, анодом и сеткой (рис. 155).

3. **Электронно-лучевая трубка. Электронные пучки.** Так называют электровакуумный прибор, предназначенный для преобразования электрических сигналов в видимое изображение. Электронно-лучевая трубка представляет собой стеклянный вакуумный баллон, передняя стенка которого (экран) покрыта люминофором (веществом, светящимся под действием ударов электронов). В узком конце трубки находится электронная пушка, состоящая из катода косвенного накала, управляющего электрода и одного или нескольких анодов. Устройство электронной пушки показано на рисунке 156, *а*. Устройство электронно-лучевой трубки показано на рисунке 156, *б*.

В результате термоэлектронной эмиссии из катода вылетают электроны. Электронная пушка формирует из этих электронов узкий электронный луч. Для управления перемещением электронного луча по экрану используют вертикально и горизонтально отклоняющие пластины. Под действием изменяющихся электри-

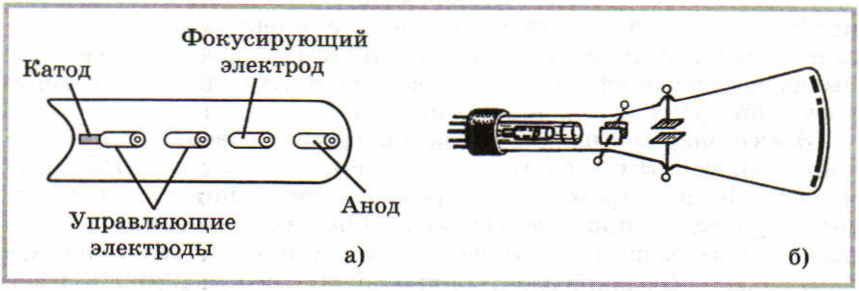


Рис. 156

ческих полей, созданных внутри каждой пары отклоняющих пластин, электронный луч описывает на экране различные фигуры или линии.

Электронно-лучевые трубки описанного типа обычно используют в электронных осциллографах — приборах, предназначенных для изучения различных быстропротекающих электрических процессов.

В электронно-лучевых трубках, применяемых в качестве кинескопов телевизоров, управление электронным лучом осуществляется с помощью магнитных полей, создаваемых специальными катушками, надетыми на горловину трубки.

В электронной лампе и в электронной пушке от катода к аноду электроны движутся ускоренно под действием электрического поля. Значение скорости, которую «набирают» электроны, приближаясь к аноду, зависит от напряжения на аноде. Рассмотрим два примера: электронную лампу с напряжением между анодом и катодом $U_1 = 100$ В и электронную пушку в осциллографе, где это напряжение $U_2 = 5$ кВ. Электрическое поле между анодом и катодом совершает работу над электронами: $A = eU$. При этом энергия электрона изменяется $\Delta E_k = \frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2}$, где v_0 — начальная скорость электрона вблизи катода. Если считать, что $v_0 = 0$, то можно записать: $\frac{mv^2}{2} = eU, v = \sqrt{\frac{2eU}{m}}$. Подставив в выражение для v значения U_1 и U_2, e, m, получим, что у анода электронной лампы электрон имеет скорость $v \approx 6 \cdot 10^6$ м/с = 6000 км/с. При вылете из анода электронной пушки электрон разгоняется до скорости $v \approx 4{,}2 \cdot 10^7$ м/с = 42 000 км/с.

Важно отметить, что при движении микрочастиц — электронов в макроскопической области пространства — в электронной лампе или электронно-лучевой трубке к движению микрочастицы применимы законы классической механики (законы Ньютона и уравнения кинематики). Правомерность применения этих законов доказывается совпадением получаемых результатов с практически наблюдаемыми явлениями с электронными пучками.

Свойство электронных пучков взаимодействовать с веществом используется в электронном микроскопе. Электронная пушка создает пучок электронов, магнитные «линзы» направляют электроны на исследуемый объект — формируют изображение, которое позволяет судить о строении вещества.

Электроны обладают свойством нагревать поверхность, на которую падают. Это свойство используется и для того, чтобы расплавить металл, провести электронную сварку деталей в электрометаллургии и при электронной обработке материалов. При резком торможении электронов может возникать рентгеновское излучение — создание электронных пучков необходимо для работы рентгеновских установок.

? **1.** Что такое термоэлектронная эмиссия? **2.** При каком условии происходит вылет электрона из вещества? **3.** Что такое работа выхода? **4.** Как устроен вакуумный диод? **5.** Почему вакуумный диод обладает односторонней проводимостью? Нарисуйте схему простейшего однополупериодного выпрямителя на вакуумном диоде. **6.** Как устроена и где применяется электронно-лучевая трубка?

§ 82. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК В ГАЗАХ. ПЛАЗМА

Газ состоит из нейтральных молекул (или атомов). Поэтому при обычных условиях он является диэлектриком. Изоляционные свойства газов проявляются в том, что заряженные тела в воздухе длительное время сохраняют свой заряд. Для того чтобы газ стал проводить ток, нужно ионизовать его молекулы. Ионизатором могут служить космические лучи, радиоактивное и ультрафиолетовое излучения, пучок быстрых электронов и т. п. Под действием этих ионизаторов молекулы газа распадаются на электроны и положительные ионы. В результате присоединения электронов к нейтральным молекулам могут образоваться отрицательно заряженные ионы.

Ионизация газа происходит и при его нагревании. При достаточно высокой температуре молекулы газа начинают так быстро двигаться, что часть из них при столкновениях распадается, превращаясь в ионы.

Если в сосуд, заполненный исследуемым газом, ввести два электрода, то при наличии между ними электрического поля через ионизованный газ пойдет ток: электроны и отрицательные ионы начнут двигаться к положительно заряженному электроду, а положительные ионы — к отрицательно заряженному электроду (рис. 157). Этот ток может сопровождаться различными тепловыми и оптическими явлениями (свечением).

Прохождение электрического тока через газ называют **газовым разрядом.**

Если разряд в газе происходит только при вызывающем и поддерживающем ионизацию внешнем воздействии, его называют *несамостоятельным разрядом*. После прекращения действия внешнего ионизатора оставшиеся электроны и положительные ионы при столкновении снова объединяются в нейтральные молекулы (этот процесс называется *рекомбинацией*), и несамостоятельный разряд прекращается.

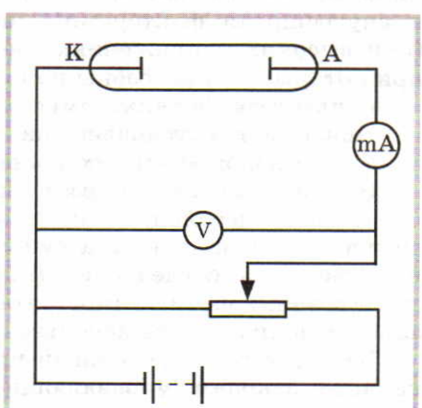


Рис. 157

Благодаря процессам ионизации и рекомбинации при неизменных свойствах ионизатора и внешних условиях в сосуде можно обеспечить в среднем постоянную концентрацию трех видов носителей тока: положительных и отрицательных ионов и электронов (концентрация отрицательных ионов обычно невелика, меньше концентраций положительных ионов и электронов).

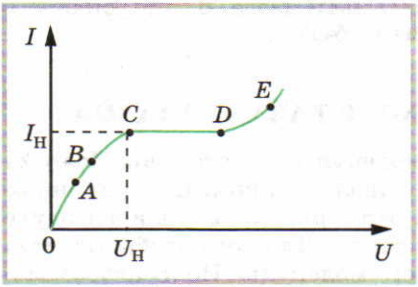


Рис. 158

При увеличении напряжения между анодом и катодом сила тока возрастает (рис. 158, участок AB) — все большее число носителей тока принимает участие в упорядоченном движении в электрическом поле. Начиная с некоторого значения напряжения $U_н$ рост силы тока прекратится (точка C), сила тока станет равной $I_н$ — силе тока насыщения. Достигнутое насыщение означает, что все заряженные частицы, появляющиеся в сосуде в единицу времени (за счет действия ионизатора и рекомбинации), вовлечены в процесс газового разряда и дальнейший рост силы тока невозможен (участок CD).

При некотором значении напряжения сила тока резко возрастает. Если теперь убрать ионизатор, то газовый разряд не прекратится.

Газовый разряд, продолжающийся и после прекращения действия внешнего ионизатора, называется *самостоятельным разрядом*. Переход несамостоятельного разряда в самостоятельный характеризуется резким возрастанием силы тока и носит название электрического пробоя газа. Увеличение числа носителей тока (электронов и ионов) при этом обусловлено уже не внешними, а внутренними факторами — ионизацией электронным ударом (при высоких напряжениях электроны разгоняются до энергий, при которых они способны ионизировать сталкивающиеся с ними молекулы газа), а также эмиссией электронов из катода. Последнее может быть обусловлено как нагреванием катода, так и ударами о него положительных ионов.

В самом начале процесса газового разряда необходимо наличие хотя бы небольшого числа заряженных частиц, которые при обычных условиях всегда существуют в газе. Тогда увеличение напряжения в сосуде с газом (газоразрядной трубке) может привести к возникновению самостоятельного разряда, даже если специальный ионизатор не использовался.

Разряд в газе — сложный процесс и по составу носителей тока, и по законам, управляющим этим процессом. Как видно из рисунка 158, газовый разряд подчиняется закону Ома лишь при небольших значениях напряжения и силы тока.

В зависимости от условий протекания тока через газ, а также состояния газа могут наблюдаться различные виды самостоятельного разряда. Наиболее важными из них являются тлеющий разряд, дуговой, коронный и искровой.

Тлеющий разряд происходит при низкой температуре катода и пониженном (по сравнению с атмосферным) давлении газа. Этот разряд используется в светящихся трубках рекламы, в лампах дневного света и т. п.

На основе тлеющего разряда устроены следующие типы ламп: а) сигнальные лампы, используемые в качестве индикаторов тока и напряжения, и лампы для сигнализации в железнодорожной и противопожарной технике, в технике связи; б) лампы для иллюминационного и рекламного освещения; в) лампы для специальных целей (для телевидения, фотозаписи и т. п.). В газовом лазере тоже применяется тлеющий разряд.

Дуговой разряд отличается от тлеющего разряда тем, что может происходить при атмосферном давлении, характеризуется (в большинстве случаев) высокой температурой электродов, хорошей электрической проводимостью газа, большими значениями силы тока.

В простейшем случае дуговой разряд происходит между угольными электродами, подключенными к источнику тока, приведенными в соприкосновение, а потом разведенными на некоторое расстояние. Дуговой разряд выглядит как яркий светящийся шнур или жгут (дуга), сопровождается ультрафиолетовым излучением.

Электрическая дуга как физическое явление была открыта русским физиком профессором В. В. Петровым в 1802 г. и применена для освещения русским инженером П. Н. Яблочковым в 1876 г. Дуговой разряд используется при электросварке металлов (как сварочная дуга), а также в прожекторах и проекционной аппаратуре как мощный источник света.

В режиме «холодного» дугового разряда в парах ртути работают и лампы дневного света (люминесцентные лампы). Ультрафиолетовое излучение, возникающее при разряде, преобразуется в видимый свет с помощью люминофора, нанесенного на внутреннюю поверхность баллона лампы.

Искровой и коронный разряды возникают в сильно неоднородных электрических полях. Искровой разряд возникает при атмосферном давлении, высоких напряжениях и имеет вид ярких зигзагов, возникающих и исчезающих. Примером мощного искрового разряда является молния. Более скромный искровой разряд стал «рабочим инструментом» при электроискровой обработке металлов.

Коронный разряд возникает при высоком напряжении в резко неоднородном электрическом поле вблизи электродов с большой кривизной поверхности (острия, провода). Этот разряд имеет вид светящегося ореола — короны, отсюда и его название.

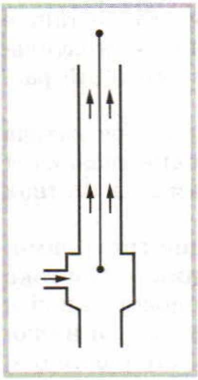


Рис. 159

Примером коронного разряда являются так называемые «огни святого Эльма», возникающие во время или при приближении грозы (когда напряженность электрического поля в атмосфере особенно велика) на острых концах мачт, одиноких деревьев, башен, а иногда даже на голове или высоко поднятой руке человека. Свое название эти огни получили в Средние века по имени церкви Святого Эльма, на острых выступах башен которой они часто наблюдались.

Коронный разряд применяется в электрофильтрах. Ионизованный газ (рис. 159) движется по трубе фильтра. Ионы оседают на частицах дыма, и те, двигаясь в электрическом поле разряда к внешнему цилиндру, оседают на нем. Существуют высокоэффективные фильтры, обеспечивающие очистку дымовых газов на 99%.

В случаях, когда важны диэлектрические свойства воздуха, приходится бороться с возможным возникновением газового разряда. Например, коронный разряд вблизи линии электропередачи (ЛЭП) приводит к потерям электрической энергии. При высоком напряжении разряд может перейти в искровой. Для предупреждения возникновения разряда в ЛЭП и в других случаях увеличивают расстояния между проводами, закругляют острые кромки, закрывают электроды металлическими колпаками большого диаметра и т. п.

Особенно большой вред может нанести гигантский искровой атмосферный разряд — молния. Для защиты от него применяют молниеотводы.

При размыкании сильноточных цепей с воздушными переключателями может возникнуть искровой и даже дуговой разряд. Поэтому применяют масляные переключатели.

Вещество в области газового разряда находится в состоянии плазмы.

Плазмой называют частично или полностью ионизованный газ, в котором плотности положительных и отрицательных зарядов практически одинаковы. Носителями заряда в плазме являются электроны и ионы, образовавшиеся в результате ионизации газа.

В состоянии плазмы находится большая часть вещества Вселенной. Плазму с температурой $t \leqslant 10^5$ °C называют *низкотемпературной* (плазма газовых разрядов, пламя, верхние слои атмосферы Земли — ионосфера, звездные атмосферы, межзвездная среда и галактические туманности). Существуют специальные устройства, с помощью которых создают струи плотной низкотемпературной плазмы, — *плазмотроны.* С их помощью режут и сваривают металлы, наносят различные покрытия, получают заряженные частицы для ускорителей и т. п.

Плазму с температурой $t \geqslant 10^6$ °С называют *горячей* или *высокотемпературной*. Такая плазма существует в недрах Солнца и других звезд. В лабораторных условиях высокотемпературная плазма используется в исследованиях по управляемому термоядерному синтезу.

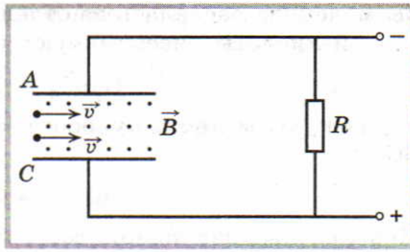


Рис. 160

Магнитогидродинамические генераторы (МГД-генераторы) являются важной и перспективной областью применения плазмы. В МГД-генераторе струя плазмы (рис. 160) проходит между двумя электродами (A и C) со скоростью, перпендикулярной линиям индукции магнитного поля. Под действием силы Лоренца разноименные частицы смещаются к разным электродам. Между электродами возникает разность потенциалов, а при замыкании цепи возникает электрический ток. Достоинства МГД-генератора — отсутствие потерь энергии на трение, прямое превращение внутренней энергии плазмы в электрическую и, следовательно, высокий КПД.

? **1.** Какие частицы являются носителями тока в газах? С помощью чего их получают? **2.** Чем отличается самостоятельный разряд от несамостоятельного? **3.** За счет каких факторов поддерживается самостоятельный разряд? **4.** Какие виды самостоятельного разряда вы знаете? **5.** Что такое плазма? Приведите примеры вещества, находящегося в состоянии плазмы.

§ 83. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК В ЭЛЕКТРОЛИТАХ. ЗАКОН ЭЛЕКТРОЛИЗА

Электролитами *называют вещества, обладающие только ионной проводимостью.* Электролиты могут быть как жидкими, так и твердыми. В узком смысле электролитами называют вещества, распадающиеся в растворах на ионы. Растворы электролитов часто также называют электролитами. К ним относятся растворы кислот, солей и щелочей.

Ионная проводимость растворов электролитов объясняется явлением электролитической диссоциации. *Электролитическая диссоциация* — это распад молекул растворенного вещества на отдельные ионы (из-за теплового движения при ослаблении связей в молекуле-диполе) под действием полярных молекул растворителя. В качестве растворителя чаще всего выступает вода. Молекулярные диполи воды своими электрическими полями ослабляют связь между составными частями молекулы растворенного вещества, и энергии теплового движения оказывается достаточно, чтобы молекула распалась на отдельные ионы. Например, молекулы серной кислоты диссоциируют в воде на ионы H^+ и SO_4^{2-}:

$$H_2SO_4 \rightarrow 2H^+ + SO_4^{2-},$$

а молекулы медного купороса (сульфата меди) — на ионы Cu^{2+}и SO_4^{2-}:

$$CuSO_4 \rightarrow Cu^{2+} + SO_4^{2-}.$$

Ионы разных знаков при встрече могут снова объединиться в нейтральные молекулы — *рекомбинировать*. В отсутствие электрического поля и при неизменных внешних условиях процессы диссоциации и рекомбинации как бы уравновешивают друг друга.

При создании в электролите внешнего электрического поля (путем опускания в раствор двух электродов — положительно заряженного анода и отрицательно заряженного катода) положительные ионы начинают двигаться к катоду, а отрицательные — к аноду. Возникает электрический ток.

Прохождение тока через электролит сопровождается явлением **электролиза**, т. е. *выделением на электродах веществ, входящих в состав электролита*. Например, при пропускании тока через раствор серной кислоты на опущенных в этот раствор платиновых электродах можно заметить появление газовых пузырьков: на катоде при этом будет выделяться водород (образующийся там по схеме: $H^+ + e^- \rightarrow H$, $H + H \rightarrow H_2$), а на аноде — кислород ($SO_4^{2-} - 2e^- \rightarrow SO_4$, $2SO_4 + 2H_2O \rightarrow 2H_2SO_4 + O_2$).

Если же электрический ток пропускать через раствор медного купороса, опустив в него угольный катод и медный анод, то ионы SO_4^{2-} после нейтрализации на аноде и образования новых молекул медного купороса ($SO_4^{2-} - 2e^- \rightarrow SO_4$, $SO_4 + Cu \rightarrow CuSO_4$) будут уходить в раствор, а ионы Cu^{2+}, образовавшиеся в результате диссоциации молекул $CuSO_4$, будут нейтрализоваться на катоде, выделяясь в виде чистой меди ($Cu^{2+} + 2e^- \rightarrow Cu$). Именно так в промышленности производят *очистку (рафинирование)* металлургической меди от примесей (изготовленный из такой меди анод постепенно теряет атомы Cu, которые переносятся на катод, а посторонние примеси остаются в растворе или выпадают в виде осадка).

К другим применениям электролиза относятся гальваностéгия и гальванопластика. *Гальваностегия* — это покрытие металлических изделий тонким слоем какого-либо другого металла. Делается это либо для предотвращения коррозии (никелирование, хромирование), либо в декоративно-эстетических целях (например, позолочение). *Гальванопластикой* называют получение электролитическим методом легко отделяющихся металлических копий с различных рельефных моделей (матриц). Именно таким способом, например, были изготовлены полые фигуры для Исаакиевского собора в Петербурге.

Само явление электролиза было открыто в 1800 г. английскими учеными У. Никольсоном и А. Карлейлем. Законы же электролиза были установлены в 1833—1834 гг. Майклом Фарадеем. Им же были введены термины «катод», «анод», «электроды», «электролиз» и «электролиты».

Основной закон, открытый Фарадеем **(закон Фарадея для электролиза)**, гласит:

> Масса вещества, выделившегося на электроде за время Δt при прохождении через электролит тока I, пропорциональна силе тока и времени, т. е.
> $$m = kI\Delta t.$$

Коэффициент пропорциональности k в этом законе называется **электрохимическим эквивалентом вещества.**

Если учесть, что произведение силы тока на время равно электрическому заряду ($I\Delta t = \Delta q$), то закон электролиза можно сформулировать несколько иначе: масса вещества, выделившегося за некоторое время на электроде, пропорциональна заряду, прошедшему за это время через электролит, т. е.

$$m = k\Delta q. \tag{83.1}$$

Отсюда видно, что *электрохимический эквивалент вещества численно равен массе вещества, выделившегося на электроде при прохождении через электролит заряда в 1 Кл.*

Знание электрохимического эквивалента вещества позволяет определить **элементарный заряд.** В самом деле, если число ионов, перенесших заряд Δq, равно N, то

$$\Delta q = Nq_i, \ m = Nm_i, \tag{83.2}$$

где m_i и q_i — масса и заряд одного иона. Подставляя выражения (83.2) в (83.1) и учитывая, что заряд любого иона кратен элементарному ($q_i = ne$, где n — валентность вещества), получаем:

$$Nm_i = kNne,$$

откуда

$$e = \frac{m_i}{kn}. \tag{83.3}$$

Входящую в эту формулу массу иона можно рассчитать методами молекулярной физики. Например, масса иона меди (Cu^{2+}) оказывается равной $m_i = 1{,}06 \cdot 10^{-25}$ кг. Валентность меди $n = 2$. Поэтому для определения элементарного заряда по формуле (83.3) остается лишь опытным путем найти k. Для этого следует пропустить ток через раствор медного купороса и воспользоваться законом Фарадея для электролиза.

? **1.** Какие вещества называют электролитами? **2.** Какие частицы являются носителями тока в электролитах? **3.** Что такое электролитическая диссоциация? Приведите примеры. **4.** Что такое электролиз? **5.** Опишите процесс рафинирования металлургической меди. **6.** Что такое гальваностегия и гальванопластика? **7.** В чем заключается закон Фарадея для электролиза?

ИТОГИ И ОБОБЩЕНИЯ

Общим условием существования электрического тока в различных проводящих средах является наличие свободных носителей заряда (носителей тока) и электрического поля. Правда, в вакууме возможно движение заряженных частиц по инерции и в отсутствие поля. Есть и специфические для отдельных сред условия, например диапазоны давлений газа и виды электрических полей, в которых существуют различные газовые разряды.

Макроскопические процессы электрического тока в средах обнаруживаются по различным действиям электрического тока и явлениям, сопровождающим ток (магнитным, механическим, тепловым, световым, химическим и даже звуковым явлениям — некоторые виды газовых разрядов сопровождаются звуковыми волнами).

Микромеханизм процессов электрического тока в средах — это сложные процессы с частицами вещества — ионами, электронами, протонами (в космической плазме). Процессы на микроуровне подчиняются квантовым законам. Знания о движении и взаимодействии невидимых частиц вещества получены из эксперимента и проверены в ходе широкого практического применения электрического тока в различных средах.

Электрический ток в различных средах показывает неразрывную связь видов материи — вещества и поля. Заряженные частицы неотделимы от своих электрического и магнитного полей. Это единство ярко отражено в понятии «плазма».

В процессах, рассмотренных в данной главе, обнаруживаются важные закономерности. Во-первых, имеют место противоположные тенденции, процессы: испарение электронов из катода при термоэлектронной эмиссии и их возврат в металл, ускоряющее действие электрического поля на электроны в металлическом проводнике и тормозящее действие со стороны ионов кристаллической решетки, ионизация и рекомбинация и т. п. Во-вторых, в явлениях наблюдаются периоды плавные и скачкообразные, когда появляется новое состояние объекта или явления или даже новые объект или явление. Например, с понижением температуры металл переходит в сверхпроводящее состояние, при повышении напряжения на электродах газоразрядной трубки разряд в плазме становится самостоятельным, при повышении температуры терморезистора связанный электрон становится свободным и появляется вакантное место — дырка и т. п.

Общими выводами после изучения электрического тока в металлах, полупроводниках, вакууме, газах и электролитах могут быть выводы об объективности существования непосредственно не воспринимаемых человеком частиц и полей, о взаимосвязи и взаимообусловленности электрических явлений, о возможности познавать и применять эти явления на практике.

Глава 15. МАГНИТНЫЕ СВОЙСТВА ВЕЩЕСТВА

Слово «магнит» происходит от названия «магнетит», что значит «камень из Магнезии». Именно вблизи этого древнего греческого города впервые были обнаружены природные магниты. В настоящее время мы знаем, что магнетит (или магнитный железняк) представляет собой минерал, состоящий из FeO (31%) и Fe_2O_3 (69%).

Только ли железо может служить основой для магнитов? Обладают ли магнитными свойствами другие вещества? Какова природа этих свойств? Как изменяется магнитное поле в веществе? Об этом пойдет речь в данной главе.

В физических взаимодействиях участвуют, как правило, и вещественные объекты, и поля. При этом обнаруживаются различные свойства обоих видов материи. Так, при помещении тел в магнитное поле обнаруживаются магнитные свойства вещества. Изучение этих свойств имеет большое значение в практическом отношении.

Для развития электротехники, радиотехники, электроники (включая электронно-вычислительную технику) необходимы различные магнитные материалы — вещества, обладающие разными магнитными свойствами. В научных исследованиях в области физики твердого тела, в ядерной физике, химии, биологии, медицине и геологии применяются методы, основанные на магнитных свойствах веществ, в том числе существуют и магнитные методы контроля.

Рассмотрим, как ведут себя различные вещества в магнитном поле, как влияет появление вещественного объекта на магнитное поле, и объясним магнитные свойства веществ на основе знаний об их строении.

§ 84. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ В ВЕЩЕСТВЕ

В веществе магнитное поле создается не только теми токами, которые текут по проводам, но и теми движениями электронов, которые происходят внутри атомов и молекул самого вещества. Эти движения эквивалентны некоторым микроскопическим токам, которые принято называть **молекулярными токами.** Представление о молекулярных токах было введено А. М. Ампером, впервые высказавшим гипотезу о том, что магнитные свойства любого намагниченного тела обусловлены множеством элементарных круговых токов, циркулирующих внутри тела.

Поскольку в состав всех тел входят элементарные частицы, имеющие электрический заряд (электроны и протоны) и находящиеся в непрерывном движении, все вещества обнаруживают наличие магнитных свойств. Наблюдения и эксперимент показывают, что у большинства веществ эти свойства выражены слабо — большинство веществ являются **слабомагнитными.** Исключение составляют

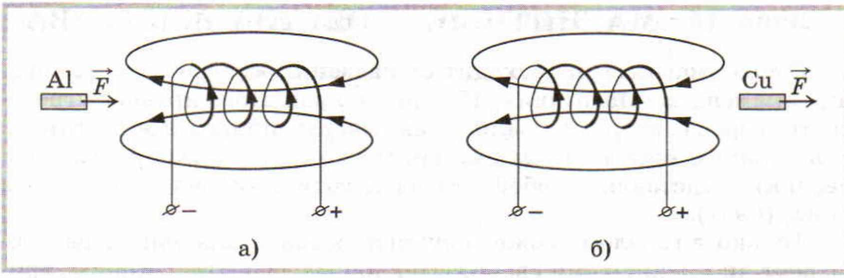


Рис. 161

только **ферромагнетики (сильномагнитные** вещества, лат. ferrum — железо), из которых состоят постоянные магниты.

Если помещать в магнитное поле образцы из слабомагнитных веществ, то по их поведению обнаруживаются два типа образцов с противоположными свойствами. Образцы из лития, натрия, алюминия, эбонита и др. при помещении их во внешнее магнитное поле втягиваются в область более сильного поля, в то время как другие, например из висмута, сурьмы, меди, — выталкиваются из области сильного поля. На рисунке 161 показано направление сил, действующих на стержни из алюминия и меди вблизи торца соленоида, окруженного неоднородным магнитным полем. Притяжение и отталкивание образцов и электромагнита можно объяснить существованием собственного магнитного поля вокруг изучаемых образцов. Причем линии магнитной индукции поля слабомагнитных материалов, помещенных во внешнее магнитное поле, либо совпадают по направлению с линиями магнитной индукции внешнего поля, либо противоположны им. Образец соответственно либо притягивается к электромагниту (рис. 161, *а*), либо отталкивается от него (рис. 161, *б*).

Для количественной характеристики влияния магнитного поля на образец из данного вещества вводится физическая величина μ — **магнитная проницаемость вещества.**

Определение. Физическая величина, характеризующая магнитные свойства вещества и показывающая, во сколько раз индукция магнитного поля в веществе B отличается от индукции магнитного поля в отсутствие вещества (в вакууме) B_0, называется **магнитной проницаемостью вещества**, т. е.

$$\mu = \frac{B}{B_0}.$$

Если образец из некоторого вещества втягивается в область сильного магнитного поля, т. е. магнитная индукция его поля совпадает по направлению с магнитной индукцией внешнего поля, то это означает, что образец усиливает поле и магнитная проницаемость данного вещества $\mu > 1$, так как $B > B_0$. Вещества с $\mu > 1$ называются **парамагнетиками.**

Если образец из вещества выталкивается из области сильного магнитного поля и, следовательно, ослабляет внешнее магнитное поле, то магнитная проницаемость такого вещества $\mu < 1$, так как $B < B_0$. Вещества с $\mu < 1$ называются **диамагнетиками.**

Впервые названия двум группам слабомагнитных веществ дал Фарадей. До Фарадея магнитные свойства этих веществ (из-за их слабости) практически не были известны.

Так, магнитная проницаемость алюминия $\mu = 1{,}000023$, меди $\mu = 0{,}999997$, платины $\mu = 1{,}00025$, золота $\mu = 0{,}999961$. Воздух, например, парамагнетик ($\mu = 1{,}00000038$), вода — диамагнетик ($\mu = 0{,}999991$).

Магнитная проницаемость диа- и парамагнетиков мало отличается от 1. Поэтому они являются **слабомагнитными** веществами.

Для объяснения ослабления магнитного поля в веществе — диамагнитного эффекта и усиления магнитного поля в веществе — парамагнитного эффекта полезно провести аналогию между электрическими и магнитными свойствами вещества и вспомнить о двух классах веществ, отличающихся друга от друга своим поведением в электрическом поле — о полярных и неполярных диэлектриках. Молекулы неполярных диэлектриков устроены так, что центры суммарного положительного и отрицательного зарядов, входящих в состав молекулы, совпадают, и такая молекула не имеет собственного электрического поля. Молекулы полярного диэлектрика могут быть представлены в виде диполя — системы равных по модулю и противоположных по знаку зарядов, расположенных на некотором расстоянии друг от друга. Вокруг молекулы-диполя, несмотря на ее электрическую нейтральность, существует электрическое поле. Молекулы полярных диэлектриков ориентированы внешним электрическим полем и ослабляют поле. Молекулы неполярных диэлектриков сначала полем «растягиваются», превращаясь в диполи, а затем ориентированные внешним электрическим полем также ослабляют поле.

Возникает вопрос: стоит ли говорить об аналогии между электрическими и магнитными свойствами, если магнитное поле веществом может и усиливаться, и ослабляться, а электрическое — только ослабляться?

Электрические и магнитные свойства вещества взаимосвязаны, но все же представляют собой разные группы свойств. Аналогично в данном случае лишь существование двух групп молекул, окруженных собственным полем (электрическим или магнитным) и не имеющих собственного поля (электрического или магнитного).

Для объяснения существования или отсутствия магнитных полей частиц вещества представим себе простейшую модель частицы парамагнетика — модель кругового тока. Частицу вещества можно уподобить крошечному круговому току, поскольку в составе этой частицы есть движущиеся электроны. Такая частица

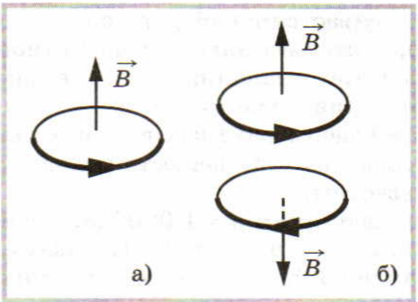


Рис. 162

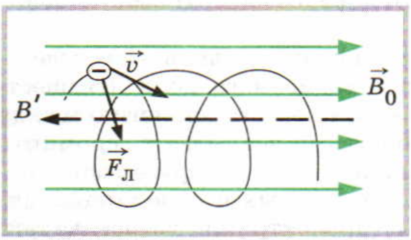


Рис. 163

окружена магнитным микрополем (рис. 162, *а*). Частицу диамагнетика можно смоделировать в виде двух круговых токов, имеющих противоположные направления. Магнитные поля таких круговых токов взаимно компенсируют друг друга, и такая частица не имеет собственного магнитного поля (рис. 162, *б*).

Прежде чем объяснить диамагнетизм отдельного атома (или иона, или молекулы, т. е. системы, в которую входят электроны, взаимодействующие с ядром), вспомним, что свободный электрон в магнитном поле под действием силы Лоренца движется по спирали (рис. 163). Магнитное поле такого «электронного тока» ослабляет внешнее магнитное поле. В металле электроны являются свободными, и если поместить металл в магнитное поле, то траектории электронов изменятся и примут вид спиральных линий. Следовательно, электронный газ в металле обладает диамагнитными свойствами, и объясняется это действием силы Лоренца на каждый электрон.

Движение электронов в атомах диамагнетика можно считать беспорядочным. Поэтому такой атом нельзя моделировать одним круговым током. К беспорядочному движению электрона в атоме диамагнетика можно применить вывод, полученный для свободного электрона.

Поскольку в любом веществе есть движущиеся электроны и на них в магнитном поле действует сила Лоренца, диамагнитный эффект универсален — проявляется для всех веществ.

Если частица парамагнетика, имеющая собственное магнитное поле, подобно крошечному магнитику, ориентирована внешним магнитным полем, то индукции магнитных полей (внешнего и самой частицы) складываются и поле частицы усиливает внешнее поле (рис. 164).

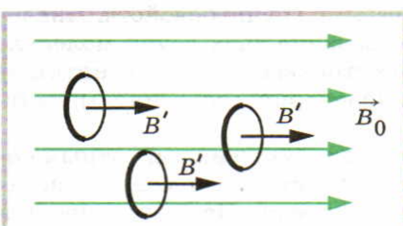


Рис. 164

При внесении образца из парамагнетика во внешнее магнитное поле не все «микромагниты» выстраиваются по полю. Этому мешает тепловое движение частиц. При высоких температурах парамагнитный эффект уменьшается. Рост числа частиц, ориентированных полем при данной температуре, происходит, если растет индукция внешнего магнитного поля. В парамагнетике существуют в единстве упорядочивающее воздействие внешнего поля и «разбрасывающий» эффект теплового движения, устанавливается динамическое равновесие с определенной долей частиц, ориентированных по полю.

Для парамагнетика очень слабый диамагнитный эффект оказывается побежденным более сильным парамагнитным эффектом. Важно знать, что существование собственного магнитного поля частицы вещества связано с существованием магнитного поля электрона. Но в мире элементарных частиц представления физики макромира оказываются неприменимыми. Электрон нельзя представить себе как вращающийся шарик или круговой ток. Иначе это приведет к резким противоречиям с современной физикой. Строгое объяснение парамагнетизма и диамагнетизма доступно лишь квантовой физике. Однако введенные нами модели для объяснения свойств слабомагнитных веществ правомерны, ибо позволяют объяснить наблюдаемые на опыте явления.

? **1.** Каково происхождение названия «магнит»? **2.** В чем заключается гипотеза Ампера? **3.** Что такое магнитная проницаемость? **4.** Какие вещества называют пара- и диамагнетиками? Приведите примеры. **5.** Как ведут себя в магнитном поле образцы из диамагнетиков и парамагнетиков? **6.** Какой эффект — диамагнитный или парамагнитный — является универсальным и почему? **7.** Как можно объяснить усиление внешнего магнитного поля парамагнетиком?

§ 85. ФЕРРОМАГНЕТИКИ И ИХ СВОЙСТВА

Поведение ферромагнетиков в магнитном поле схоже с поведением парамагнетиков: образец из ферромагнетика втягивается в область сильного магнитного поля. Это свидетельствует о том, что индукция магнитного поля в ферромагнетике, если он помещен в магнитное поле, совпадает по направлению с индукцией внешнего магнитного поля. Ферромагнетик усиливает магнитное поле $B > B_0$ (рис. 165). Но, в отличие от парамагнетика, для ферромаг-

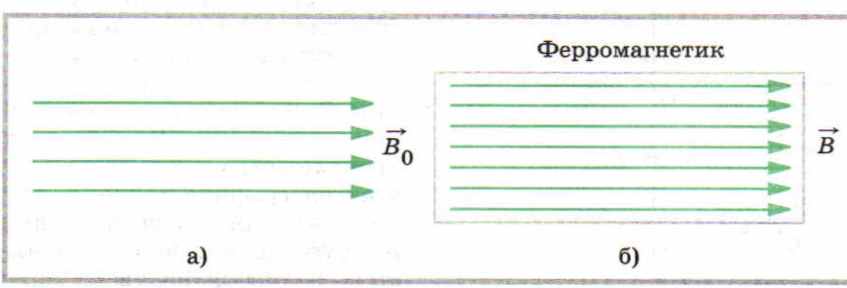


Рис. 165

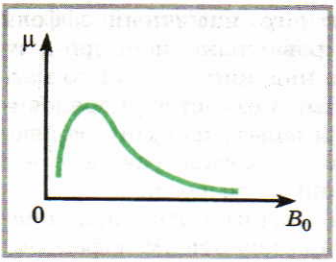


Рис. 166

нетика магнитная проницаемость не просто больше единицы, а составляет сотни, тысячи и сотни тысяч!

Ферромагнитными свойствами обладают различные сплавы, например сталь — сплав железа с углеродом, вольфрамом, кремнием и другими добавками. В зависимости от химического состава сплава меняется значение магнитной проницаемости.

Отличительной особенностью ферромагнетиков является зависимость магнитной проницаемости от индукции внешнего (намагничивающего) поля (рис. 166). Приводимые табличные значения μ для них обычно соответствуют наибольшим значениям этой величины. Например, у кобальта $\mu = 175$, у никеля $\mu = 1120$, у трансформаторной стали $\mu = 8000$, у пермаллоя-68 (особого железоникелевого сплава) $\mu = 250\,000$, а у супермаллоя магнитная проницаемость достигает 10^6.

Индукция магнитного поля в ферромагнетике сложным образом зависит от индукции внешнего магнитного поля. Эту зависимость получают экспериментально, помещая образец из ферромагнетика в магнитное поле и изменяя индукцию магнитного поля по модулю и направлению.

На опыте обнаруживается важная особенность ферромагнетиков: процессы в них зависят от предыстории образца, т. е. тело из одного и того же ферромагнитного материала в магнитном поле ведет себя по-разному в зависимости от прежнего состояния намагничивания. Изменения индукции магнитного поля в ферромагнетике отстают от изменений индукции внешнего магнитного поля. Кривая намагничивания (рис. 167) похожа на петлю сложной формы. Явление «запаздывания» называют **гистерезисом**, а кривую, изображенную на рисунке 167, **петлей гистерезиса**.

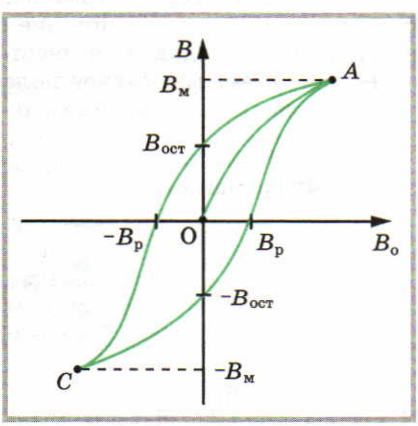


Рис. 167

Если первоначально образец из ферромагнетика не был намагничен, то его состояние характеризовалось точкой 0 на графике. С ростом индукции магнитного поля B_0 увеличивается и магнитная индукция B, но начиная с некоторого значения $B_м$ ее рост прекращается. Это соответствует на графике точке A. Состояние ферромагнетика, при котором поле в нем не меняется, несмотря на увеличение индукции внешнего магнитного поля, называют **состоянием магнитного насыщения**. Если уменьшать индукцию внешнего поля и довести ее вновь до 0, то ферромагнетик сохранит «некоторую намагниченность»: вокруг ферромагнитного образца будет магнитное поле индукцией $B = B_{ост}$. Эта остаточная намагниченность и определяет существование постоянных магнитов.

Для того чтобы размагнитить ферромагнитный образец, необходимо поместить его в магнитное поле с индукцией магнитного поля, противоположно направленной и возрастающей по модулю. На графике (см. рис. 167) это соответствует отрицательным значениям B_0. При некотором значении $B_0 = -B_р$ образец полностью размагнитится. Значение индукции внешнего магнитного поля, при котором достигается полное размагничивание образца, называется **коэрцитивной силой**. Если и дальше уменьшать индукцию внешнего магнитного поля, то ферромагнетик намагнитится до насыщения. Направление индукции магнитного поля в ферромагнетике изменится на противоположное, что на графике соответствует точке C. Если теперь «двигаться» по оси аргументов слева направо, то при $B_0 = 0$ $B = -B_{ост}$ (образец обладает остаточной намагниченностью, но полюса такого магнита поменялись местами по сравнению с предыдущим состоянием остаточной намагниченности), далее при $B_0 = B_р$ ферромагнетик размагничивается и с последующим ростом вновь идет намагничивание до насыщения, но уже по другой кривой (от точки $B_р$ до A).

Значение коэрцитивной силы определяется шириной петли гистерезиса: если значение велико (петля широкая), то образец размагнитить трудно, если петля узкая, то образец размагнитить легко.

Ферромагнетики, у которых остаточная намагниченность велика, называют *жесткими* (или *магнитно-жесткими*). Именно их используют для изготовления *постоянных магнитов*. К жестким ферромагнетикам относятся углеродистая сталь и некоторые специальные сплавы.

Ферромагнетики, у которых после выключения внешнего магнитного поля остается небольшая намагниченность, называют *мягкими* (или *магнитно-мягкими*). К ним относятся чистое железо, электротехническая сталь, пермаллой. Мягкие ферромагнетики применяют там, где происходит их частое перемагничивание (трансформаторы, электродвигатели и т. п.).

Для каждого ферромагнетика существует определенная температура, выше которой его ферромагнитные свойства исчезают и вещество становится парамагнетиком. Эту температуру называют **температурой** (или **точкой**) **Кюри** (t_c) по имени открывшего это явление французского ученого Пьера Кюри. Например, у железа $t_c = 768$ °C.

Первые исследования свойств ферромагнетиков были выполнены русским физиком А. Г. Столетовым в 1871—1872 гг. В настоящее время современная техника уже немыслима без применения ферромагнитных материалов. Ферромагнетики используются в качестве постоянных магнитов в электроизмерительных приборах, громкоговорителях, магнитных компасах, в качестве сердечников, применяемых в электромагнитах, трансформаторах и электродвигателях. Ферромагнитные материалы используются в магнитофонах, видеомагнитофонах и ЭВМ. Большое применение получили *ферриты* — материалы, представляющие собой химические соединения оксида железа Fe_2O_3 с оксидами некоторых других металлов. Ферриты сочетают в себе ферромагнитные свойства со свойствами полупроводников или диэлектриков, что позволяет применять их в радиотехнике, электронике и вычислительной технике (ферритовые антенны, ферритовые сердечники, элементы оперативной памяти в вычислительной технике, небольшие постоянные магниты и т. п.). К ферритам относится и магнетит.

Свойства ферромагнетиков объясняются существованием в них областей спонтанной (самопроизвольной) намагниченности — **доменов**. Внешнее магнитное поле ориентирует домены, а тепловое движение препятствует выстраиванию доменов по полю. Чем выше температура, тем большая доля доменов ориентирована. С ростом индукции магнитного поля в определенный момент наступает насыщение — число доменов, ориентированных по полю, перестает расти.

Наличие доменов обнаружено экспериментально. Доменная структура ферромагнетика объясняется только в квантовой физике.

? **1.** Что такое ферромагнетики? Приведите примеры. **2.** Перечислите основные свойства ферромагнетиков. **3.** Будет ли железная деталь, нагретая до температуры 800 °С, притягиваться к магниту? **4.** Что такое ферриты? Где они применяются? **5.** Расскажите по графику (см. рис. 167) о процессах, происходящих с ферромагнитным образцом. **6.** Укажите сходство и различия ферромагнетиков и парамагнетиков, диамагнетиков и парамагнетиков. **7.** Предложите вариант эксперимента по обнаружению точки Кюри, который можно было бы провести в школьных условиях. **8.** Сравните явления поляризации неполярных диэлектриков и намагничивания диамагнетиков, поляризации полярных диэлектриков и намагничивания парамагнетиков. Результаты оформите в виде таблицы.

§ 86. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ ЗЕМЛИ

С древнейших времен известно, что магнитная стрелка компаса всегда устанавливается в данном месте Земли в определенном направлении. Этот факт означает, что вокруг Земли существует магнитное поле. Своим северным концом магнитная стрелка указывает направление на Южный магнитный полюс Земли, который находится в северном полушарии. Северный магнитный полюс находится в южном полушарии. В целом картина силовых линий магнитного поля Земли представлена на рисунке 168. Из-за того что магнитная ось наклонена к оси вращения Земли на 11,5°, геомагнитные полюсы Земли не совпадают с ее географическими полюсами.

Средняя магнитная индукция вблизи земной поверхности составляет $5 \cdot 10^{-5}$ Тл. На магнитных полюсах она больше, а на экваторе меньше.

Магнитное поле Земли не остается постоянным, оно испытывает медленные изменения во времени (так называемые *вековые вариации*). Кроме того, через достаточно большие интервалы времени могут происходить изменения расположения магнитных полюсов на противоположные *(инверсии)*. За последние 30 млн лет среднее время между инверсиями составляло около 150 000 лет.

Рис. 168. Магнитное поле Земли напоминает магнитное поле полосового магнита, южный полюс которого находится вблизи Северного географического полюса

Область околоземного пространства, в которой сосредоточено магнитное поле Земли, называется *магнитосферой* Земли. В магнитосферу Земли вторгается множество заряженных частиц, входящих в состав *солнечного ветра* (потока плазмы солнечного происхождения). Частицы солнечного ветра, главным образом протоны и электроны, захватываются магнитным полем Земли и увлекаются по винтовым траекториям вдоль силовых линий.

Во время увеличения солнечной активности интенсивность солнечного ветра возрастает. При этом частицы солнечного ветра ионизуют верхние слои атмосферы в северных широтах (где магнитные силовые линии сгущены) и вызывают там свечения — *полярные сияния*.

Под действием усиленного солнечного ветра возникают значительные изменения магнитного поля Земли — *магнитные бури*. Магнитные бури продолжаются обычно от 6 до 12 часов, а затем характеристики земного поля снова возвращаются к своим нормальным значениям.

Мысль о том, что Земля представляет собой гигантский магнит, впервые была высказана английским ученым У. Гильбертом. В 1600 г. вышла в свет его книга «О магните, магнитных телах и большом магните — Земле». Именно в ней впервые было дано правильное объяснение поведения стрелки компаса и высказано «новое и неслыханное мнение о Земле». До Гильберта высказывалось мнение, что магнитная стрелка притягивается Полярной звездой.

Согласно современным представлениям магнитное поле Земли создается конвективными движениями электропроводящего вещества в ее жидком металлическом ядре.

Магнитные поля существуют и у некоторых других планет. Индукция магнитного поля на поверхности Марса и Меркурия достигает 10^{-7} Тл, на поверхности Юпитера — $1{,}4 \cdot 10^{-3}$ Тл, Сатурна — $2 \cdot 10^{-4}$ Тл. Венера и Луна не обладают своим магнитным полем.

? **1.** Откуда известно, что вокруг Земли существует магнитное поле? **2.** Где находятся Северный и Южный магнитные полюсы Земли? **3.** Что такое инверсии? Как часто они происходят? **4.** Какие процессы происходят в магнитосфере Земли? **5.** Какова причина существования магнитного поля у Земли?

ИТОГИ И ОБОБЩЕНИЯ

По своим электрическим свойствам все вещества можно разделить на три группы: диэлектрики, полупроводники и проводники. В проводниках электростатическое поле существовать не может ($E = 0$), в диэлектриках оно ослабляется в ε раз (ε — диэлектрическая проницаемость среды; $\varepsilon = E_0/E$).

При подключении проводника к источнику стороннего поля возникает электрический ток. Носителями тока в металлах являются свободные электроны, в полупроводниках — электроны и дырки, в газах и плазме — электроны и ионы, в электролитах — ионы.

Электрический ток в проводниках подчиняется законам Ома. При наличии постоянного тока в проводнике существует стационарное электрическое поле.

Протекание тока сопровождается нагреванием проводника (в соответствии с законом Джоуля — Ленца $Q = I^2Rt$). Помимо теплового, в электролитах наблюдается еще и химическое действие тока — явление электролиза (по закону Фарадея $m = kI\Delta t$).

При помещении вещества в магнитное поле индукция последнего изменяется в μ раз (μ — магнитная проницаемость среды; $\mu = B/B_0$). У ферромагнетиков $\mu \gg 1$.

Вокруг Земли, помимо ее гравитационного поля, существуют также электрическое и магнитное поля. Вблизи поверхности Земли $E = 130$ В/м, а $B = 5 \cdot 10^{-5}$ Тл.

ПЕРЕМЕННОЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ ПОЛЕ

Глава 16. ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ИНДУКЦИЯ

В 1820 г., когда Эрстед, а затем Ампер показали, что магнетизм может быть получен с помощью электрического тока, Майклу Фарадею исполнилось 29 лет. В то время как опыты Ампера легко воспроизводились в различных лабораториях мира, никому и нигде при этом не удавалось наблюдать обратного эффекта — получения электрического тока с помощью магнетизма. Отсутствие симметрии между этими двумя явлениями показалось Фарадею «весьма необычайным», и он в своем дневнике ставит перед собой задачу: «превратить магнетизм в электричество». В 1831 г. эта задача была им решена.

§ 87. ИНДУКЦИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ТОКА

М. Фарадей родился в бедной семье. Отец его был кузнецом, мать — горничной. Средств хватило лишь на то, чтобы Майкл получил «начальные навыки чтения, письма и арифметики». С двенадцати лет он начинает работать — сначала разносчиком газет, а затем подмастерьем в переплетной мастерской при книжной лавке. У юного Фарадея появляется возможность компенсировать недостатки в своих знаниях путем самообразования. Он начинает жадно читать. Особый интерес у него вызывают книги по физике и химии.

Через два года Фарадею посчастливилось посетить лекции известного в то время ученого Г. Дэви, которые сыграли важную роль в судьбе Майкла. Решив посвятить себя науке, он каллиграфически переписывает лекции Дэви и, снабдив их собственными рисунками, тщательно переплетает. Сопроводив лекции письмом, Фарадей посылает их ученому, надеясь получить место в его лаборатории. Дэви откликнулся на письмо Фарадея и в 1813 г. пригласил его на должность ассистента.

Не обладая достаточными математическими знаниями, Фарадей был вынужден объяснять свои мысли с помощью рисунков и образных представлений, которые часто раздражали его ученых современников. Но постепенно, признался Фарадей, он, «к своему спокойствию, обнаружил, что эксперимент может не бояться математики, а успешно с ней соперничать в процессе открытия».

Майкл Фарадей

В то время, когда Фарадей пытался «превратить магнетизм в электричество», за океаном точно над такой же проблемой бился другой ученый — американец Джозеф Генри, который был моложе Майкла на 6 лет. Как и Фарадей, Генри родился в бедной семье и вынужден был заниматься самообразованием.

Генри на год опередил Фарадея, но своих результатов не опубликовал.

29 августа 1831 г., ничего не зная об открытии Генри, Фарадей ставит опыт с двумя обмотками. Вот как он сам описал его в своих «Экспериментальных исследованиях по электричеству»:

«На широкую деревянную катушку была намотана медная проволока длиной в 203 фута и между витками ее намотана проволока такой же длины, изолированная от первой хлопчатобумажной нитью. Одна из этих спиралей была соединена с гальванометром, а другая — с сильной батареей... При замыкании цепи наблюдалось внезапное, но чрезвычайно слабое действие на гальванометре, и то же самое действие замечалось при прекращении тока. При непрерывном же прохождении тока через одну из спиралей не удавалось обнаружить отклонения гальванометра...»

В этом опыте при пропускании тока от батареи через одну из спиралей последняя становилась электромагнитом. Посредством этого электромагнита Фарадей пытался получить электрический ток в другой спирали. Поначалу Фарадея очень беспокоило то, что появившийся было ток тут же прекращался. Он ведь стремился получить постоянный ток, а стрелка гальванометра лишь дергалась при замыкании цепи с батареей и тут же возвращалась на нуль. Еще более непонятным ему представлялось то, что этот эффект проявлялся и при размыкании цепи.

Повторив в разные дни еще несколько раз свои опыты и так и не получив постоянного тока, разочарованный Фарадей две недели не подходит к своим приборам. Наконец 17 октября он берет соединенную с гальванометром катушку из медной проволоки и вводит в нее обычный магнит. Стрелка гальванометра отклоняется. При выдвигании магнита стрелка снова отклоняется, но в противоположную сторону. Причина появления тока, понял Фарадей, кроется в движении магнита, т. е. не в самом магнитном действии, а в изменении этого действия!

Так «магнетизм был превращен в электричество». Появление электрического тока при этом было названо Фарадеем **индукцией тока**, а сам ток — **индукционным**.

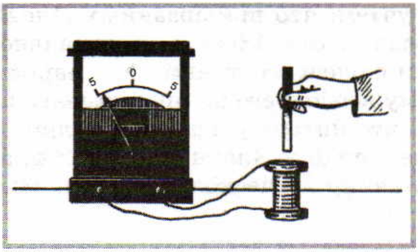


Рис. 169

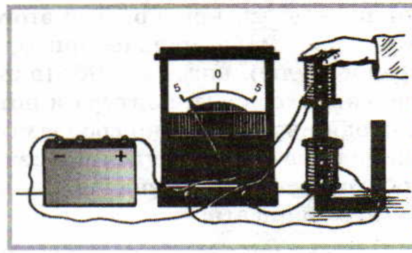


Рис. 170

Индукцию тока можно наблюдать как при движении магнита (рис. 169), так и в том случае, если вместо магнита использовать катушку с током (рис. 170). Можно, наконец, взять две неподвижные катушки и одну из них поместить внутри другой. Пропуская переменный ток через одну катушку, можно получить индукционный ток в другой катушке. Нетрудно понять то общее, что объединяет все эти случаи: индукционный ток в проводнике возникает тогда, когда проводник оказывается в области действия *переменного магнитного поля.*

? **1.** В каком году родился Фарадей? **2.** В каком опыте Фарадею впервые удалось «превратить магнетизм в электричество»? **3.** Опишите опыты, в которых можно наблюдать индукцию тока. **4.** Каким должно быть магнитное поле, чтобы в неподвижном проводнике появился индукционный ток?

§ 88. ПРАВИЛО ЛЕНЦА

Переменное магнитное поле Фарадей представлял как изменение числа силовых линий, пронизывающих поверхность, ограниченную данным контуром (рис. 171). Это число, как легко заметить, зависит от индукции B магнитного поля (там, где B больше, силовые линии проводятся гуще), а также от площади контура S и его ориентации в данном поле. Ориентацию контура в магнитном поле определяют углом φ между нормалью $\vec{n}$ к контуру[1] и вектором магнитной индукции $\vec{B}$.

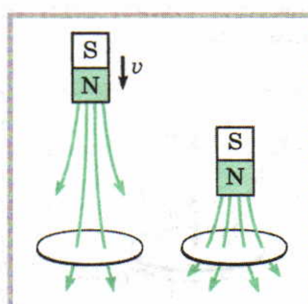


Рис. 171

Введем величину, пропорциональную числу силовых линий, пронизыва-

[1] Для определения направления вектора сначала договариваются о выборе направления о б х о д а контура. Если это направление выбрано, то путем вращения по нему рукоятки буравчика определяют направление его перемещения, которое и указывает направление вектора $\vec{n}$.

ющих данный контур. Для этого учтем, что при заданных B и S это число максимально при φ, равном 0 и 180°, и минимально (равно нулю), когда $\varphi = 90°$ (в этом случае все линии поля параллельны плоскости контура и потому вообще его не пронизывают). Исходя из этого легко сообразить, что интересующая нас величина должна определяться произведением B и S не на сам угол φ, а на его косинус. Обозначая эту величину греческой буквой Ф, мы можем записать:

$$\Phi = BS\cos\varphi. \qquad (88.1)$$

Введенную таким образом величину принято называть **магнитным потоком** или **потоком индукции магнитного поля** через данную поверхность.

Единицей магнитного потока в СИ является *вебер*[1] (1 Вб). 1 Вб равен потоку, создаваемому однородным магнитным полем с индукцией 1 Тл через нормальную к вектору индукции поверхность площадью 1 м^2.

Для того чтобы магнитный поток Ф был положительным, направление обхода контура мы всегда будем выбирать таким образом, чтобы вектор нормали $\vec{n}$ оказывался сонаправленным с вектором внешнего магнитного поля $\vec{B}$ (рис. 172). Сделать это очень просто, так как направление обхода контура при этом всегда будет совпадать с направлением вращения рукоятки буравчика при его ввинчивании в сторону индукции магнитного поля.

Из опытов Фарадея следует, что при всяком изменении магнитного потока в замкнутом проводнике (проводящем контуре) возникает индукционный ток. Можно ли заранее предсказать, в какую сторону пойдет этот ток? Оказывается, это сделать можно, если только подметить одну любопытную закономерность.

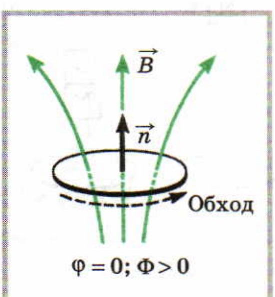


Рис. 172

С этой целью рассмотрим два простейших индукционных опыта. Пусть в первом из них магнитный поток, пронизывающий данный контур, возрастает ($\Delta\Phi > 0$), а во втором убывает ($\Delta\Phi < 0$). Определив с помощью *закона сохранения энергии* направление индукционного тока в каждом из этих случаев, попытаемся затем найти то общее, что их объединяет.

1. *Магнит приближается к проводящему кольцу* ($\Delta\Phi > 0$). Пусть это происходит во время свободного падения магнита

[1] Название дано в честь немецкого физика В. Э. Вебера (1804—1891).

(рис. 173). Если бы кольца не было, то потенциальная энергия магнита (mgh) на нулевом уровне ($h = 0$) полностью перешла бы в кинетическую энергию движения $\left(\frac{mv^2}{2}\right)$: $\frac{mv^2}{2} = mgh$. В присутствии же кольца часть начальной энергии магнита тратится еще и на создание индукционного тока в нем. Обозначив энергию этого тока через W, мы можем записать: $\frac{mv'^2}{2} = mgh - W$. Мы видим, что кинетическая энергия магнита, а вместе с ней и его скорость в момент прохождения через кольцо стали меньше: $\frac{mv'^2}{2} < \frac{mv^2}{2}$ и $v' < v$. Это означает, что в процессе приближения магнита к кольцу на него со стороны этого кольца действовала какая-то сила отталкивания, которая и затормозила его падение. Что это за сила?

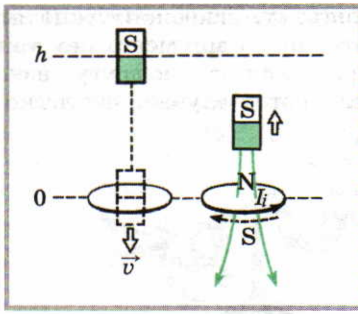


Рис. 173

Когда в проводящем кольце появляется индукционный ток, то вместе с ним возникает и его собственное магнитное поле B_i. Это поле и отталкивает приближающийся магнит. Поскольку такое отталкивание возможно лишь в том случае, когда магнит и кольцо с током обращены друг к другу одноименными полюсами, то сверху у кольца в рассматриваемом случае (см. рис. 171) должен быть северный магнитный полюс (N). Зная это, мы с помощью правила обхвата правой рукой (см. § 62) можем сразу определить и направление индукционного тока в кольце. Оно оказывается противонаправленным направлению обхода. То, что индукционный ток противоположен направлению обхода, означает, что сила тока отрицательна $I_i < 0$.

2. *Магнит удаляется от проводящего кольца* ($\Delta\Phi < 0$). Пусть это будет происходить за счет сообщения магниту на нулевом уровне некоторой, направленной вертикально вверх скорости (рис. 174). Рассуждая аналогично предыдущему, можно прийти к выводу, что при наличии кольца магнит поднимется на меньшую высоту h, чем в его отсутствие, так как часть энергии магнита будет затрачена на создание индукционного тока в кольце. Отсюда можно заключить, что при удалении магнита от кольца на него начинает действовать сила притяжения, препятствующая его

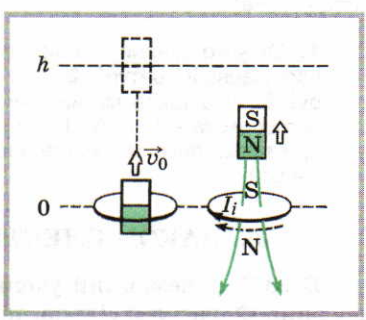


Рис. 174

подъему. Такое возможно лишь в том случае, когда магнит и кольцо с появившимся в нем индукционным током оказываются обращенными друг к другу разноименными полюсами. Индукционный ток в этом случае, как легко установить, совпадает с направлением обхода и сила тока $I_i > 0$.

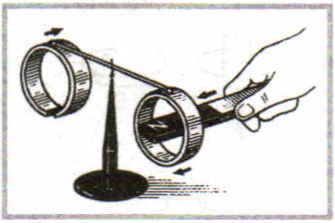


Рис. 175

Итак, закон сохранения энергии приводит нас к следующему выводу:

$$\begin{aligned} &\textit{если } \Delta\Phi > 0, \textit{ то } I_i < 0; \\ &\textit{если } \Delta\Phi < 0, \textit{ то } I_i > 0. \end{aligned} \qquad (88.2)$$

Это означает, что, когда магнит приближается к кольцу, оно от него отталкивается; когда же магнит удаляется от него, кольцо, наоборот, притягивается к нему. И то и другое можно обнаружить с помощью прибора, изображенного на рисунке 175. Что же общего между этими двумя случаями? Подумав немного, можно заметить, что в каждом из них обнаруживается определенное противодействие попыткам изменить расстояние между кольцом и магнитом. В других индукционных опытах это противодействие может проявляться иначе, но в той или иной форме оно присутствует в них всегда. Поэтому для определения направления индукционного тока можно сформулировать следующее общее правило:

Индукционный ток всегда имеет такое направление, при котором возникает противодействие причинам, его породившим.

Впервые это правило было сформулировано в 1833 г. российским физиком Э. Х. Ленцем и потому носит его имя. Математическим выражением **правила Ленца** являются соотношения (88.2).

С идеей противодействия мы встречаемся не впервые. Вспомним, например, третий закон Ньютона. Интересно, что ту же идею французскому ученому Ле Шателье и немецкому физику Брауну удалось перенести и в теорию тепловых процессов (термодинамику). Оказалось, что самые разные системы «не любят», когда пытаются изменить их состояние, и всячески этому противодействуют.

? **1.** От чего зависит число силовых линий магнитного поля, пронизывающих данный контур? **2.** Как определяют направление нормали к контуру? **3.** Что такое магнитный поток? **4.** Как называется единица магнитного потока в СИ? **5.** В чем заключается правило Ленца? **6.** Приведите примеры, показывающие связь правила Ленца с законом сохранения энергии.

§ 89. ЗАКОН ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ИНДУКЦИИ

В 1845 г. немецкий ученый Франц Нейман, опираясь на исследования Фарадея и Ленца, пришел к выводу о том, что при возникновении индукционного тока в замкнутом проводнике через любое его сечение проходит заряд Δq, который прямо пропорционален изменению числа магнитных силовых линий, пронизывающих контур, и обратно пропорционален электрическому сопротивлению проводника. В современных обозначениях этот закон выглядит так:

$$\Delta q = -\frac{\Delta\Phi}{R}, \qquad (89.1)$$

где $\Delta\Phi = \Phi_2 - \Phi_1$ — изменение магнитного потока, пронизывающего проводящий контур с сопротивлением R, а знак «минус» в правой части соответствует правилу Ленца.

Эмилий Христианович Ленц

Через два года, используя закон сохранения энергии, к тем же результатам, что и Нейман, пришел Герман Гельмгольц. Однако ни тот, ни другой ученый так и не смогли объяснить самих причин появления индукционного тока в контуре. Сделать это удалось лишь на основе теории электромагнитного поля, разработанной Джеймсом Максвеллом.

Согласно Максвеллу, поле покоящегося магнита является чисто магнитным: $\vec{B} \neq 0$, $\vec{E} = 0$. Поле движущегося магнита (или переменного тока) уже перестает быть таковым: у него и $\vec{B} \neq 0$ и $\vec{E} \neq 0$. Это означает, что, как только магнитное поле $\vec{B}$ начинает изменяться (в результате движения магнита или изменения силы тока в цепи), сразу же возникает и электрическое поле $\vec{E}$. Это поле в отличие от электростатического не связано непосредственно с электрическими зарядами, и потому его силовые линии не могут на них ни начинаться, ни кончаться; они представляют собой замкнутые кривые, охватывающие линии магнитного поля (рис. 176). Поля с замкнутыми силовыми линиями, как мы знаем, называются *вихревыми*. Таким образом, электрическое поле, порождаемое переменным магнитным полем, является вихревым.

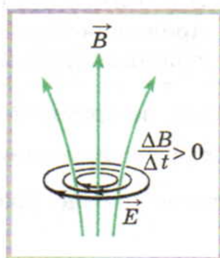


Рис. 176

Определение. Явление порождения вихревого электрического поля переменным магнитным полем называется **электромагнитной индукцией.**

Теперь легко понять, почему в опытах Фарадея появлялся индукционный ток. Например, когда к катушке подносили магнит, создаваемое им магнитное поле в месте расположения катушки возрастало. Изменяющееся магнитное поле порождало вихревое электрическое. Это электрическое поле действовало на свободные электроны в проводнике, и по катушке начинал идти индукционный ток, который и регистрировался гальванометром.

Для поддержания электрического тока в цепи, как мы знаем, необходимо стороннее поле. В рассматриваемом случае таким полем как раз и является вихревое электрическое. Это поле непотенциально и потому характеризуется электродвижущей силой, которую в данном случае называют **ЭДС индукции:**

$$\mathscr{E}_i = \frac{A_0^{\text{в.эл}}}{q},$$

где $A_0^{\text{в.эл}}$ — работа вихревого электрического поля по замкнутой траектории. В том, что эта работа отлична от нуля, можно убедиться, рассмотрев работу вихревого электрического поля вдоль какой-нибудь его силовой линии.

Зная ЭДС индукции, а также сопротивление замкнутого проводника, можно по закону Ома определить и силу индукционного тока в этом проводнике:

$$I_i = \frac{\mathscr{E}_i}{R}. \tag{89.2}$$

Опуская магнит в катушку с разной скоростью, можно заметить, что сила возникающего в ней индукционного тока, а следовательно, и ЭДС индукции оказываются тем больше, чем быстрее мы изменяем пронизывающий катушку магнитный поток. Этот экспериментальный факт нашел отражение в **законе электромагнитной индукции**, который был сформулирован Максвеллом в 1855 г.

> ЭДС индукции в замкнутом контуре равна скорости изменения пронизывающего его магнитного потока, взятой с противоположным знаком.

Если за время Δt магнитный поток изменился на $\Delta\Phi$, то под скоростью его изменения понимают отношение $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$. Поэтому математически закон электромагнитной индукции может быть записан в виде:

$$\mathscr{E}_i = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}. \tag{89.3}$$

В таком виде этим законом можно пользоваться тогда, когда магнитный поток изменяется равномерно. В общем же случае эта формула дает лишь *среднее* значение ЭДС. *Мгновенная ЭДС индукции* равна пределу, к которому стремится отношение $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$, когда промежуток времени $\Delta t \to 0$. Такой предел, как известно из математики, называется производной. Поэтому точная формула закона электромагнитной индукции имеет вид:

$$\mathscr{E}_i = -\Phi', \tag{89.4}$$

где через Φ′ обозначена производная магнитного потока по времени.

Знак «минус» в законе электромагнитной индукции соответствует правилу Ленца. Если бы этого знака не было, то этот закон противоречил бы соотношениям (88.2), а следовательно, и закону сохранения энергии.

На практике, как правило, индукцию тока наблюдают не в одном замкнутом контуре, а в обмотке (или катушке), состоящей из множества витков провода. В этом случае ЭДС индукции увеличивается в N раз (N — число витков в катушке), и закон электромагнитной индукции принимает вид:

$$\mathscr{E}_i = -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}. \tag{89.5}$$

Сравнивая закон электромагнитной индукции в формулировке Максвелла с законом индукции Неймана, можно заметить, что, хотя второй из них может быть получен из первого, между ними есть и принципиальное отличие, связанное с пониманием сущности описываемого ими явления. В законе Неймана фигурирует сопротивление R — конкретная характеристика проводника, к возникновению индукционного тока в котором и сводится, согласно Нейману (а также и самому Фарадею), явление электромагнитной индукции. Согласно же более общей формулировке Максвелла, электромагнитная индукция есть порождение вихревого электрического поля переменным магнитным полем и потому может происходить и тогда, когда в пространстве вообще нет никаких проводников. Замкнутый проводник в индукционных опытах играет роль всего лишь индикатора, позволяющего обнаружить (по появлению тока) возникшее электрическое поле.

? **1.** Какое явление называют электромагнитной индукцией? **2.** Чем отличается электрическое поле, порождаемое переменным магнитным полем, от поля электростатического? **3.** Почему в неподвижном проводящем контуре, находящемся в переменном магнитном поле, появляется индукционный ток? **4.** Может ли вызвать ток в неподвижной катушке магнитная сила Лоренца, действующая на свободные электроны в ней со стороны магнитного поля магнита? **5.** С помощью какого закона можно найти силу индукционного тока? **6.** Сформулируйте закон электромагнитной индукции. Чему равна ЭДС индукции в катушке из N витков?

§ 90. ГЕНЕРАТОРЫ ТОКА

В июле 1832 г. Фарадей получил анонимное письмо, автор которого описывал устройство сконструированной и изготовленной им первой модели **генератора**[1] **постоянного тока** — машины, преобразующей механическую энергию вращения в электрическую

[1] Латинское слово generator означает «производитель».

энергию постоянного тока. Письмо было подписано латинскими инициалами Р. М. Ознакомившись с его содержанием, Фарадей тут же отправил письмо в редакцию одного из научных журналов.

Через год Фарадей получил от таинственного Р. М. еще одно письмо, в котором сообщались дополнительные сведения о конструкции генератора. Это письмо оказалось последним. Автор изобретения не пожелал открыть своего инкогнито, и его фамилия так и осталась неизвестной.

Впоследствии генераторы постоянного тока непрерывно совершенствовались. Однако к концу XIX в., когда начал использоваться переменный ток, они уступили место генераторам переменного тока.

В **генераторе переменного тока** механическая энергия вращения преобразуется в электрическую энергию переменного тока. Состоит такой генератор из *индуктора*, т. е. электромагнита или магнита, создающего магнитное поле, и *якоря* — обмотки, в которой возникает переменная ЭДС.

Действие генератора переменного тока основано на явлении электромагнитной индукции. Чтобы понять, как он работает, рассмотрим простейшую модель генератора, в которой индуктором является постоянный магнит, а якорем — проволочная рамка (рис. 177).

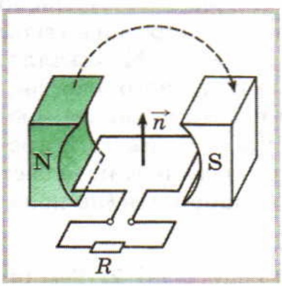


Рис. 177

Пусть магнит вращается вокруг рамки с постоянной частотой ν. Тогда за время t он совершит $N = \nu t$ оборотов. Поскольку каждому обороту соответствует поворот на 360° или 2π радиан, то за все время движения магнит повернется на угол

$$\Delta\varphi = 2\pi N = 2\pi\nu t = \omega t,$$

где $\omega = 2\pi\nu$ — циклическая частота (или угловая скорость) вращения.

Находящаяся между полюсами магнита рамка в каждый момент времени будет пронизываться магнитным потоком, определяемым выражением (88.1):

$$\Phi = BS\cos\varphi = BS\cos(\varphi_0 + \Delta\varphi) = BS\cos(\omega t + \varphi_0),$$

где $\varphi = \varphi_0 + \Delta\varphi$ — угол, под которым в произвольный момент времени будет располагаться нормаль к рамке по отношению к силовым линиям магнитного поля (φ_0 — значение этого угла в начальный момент времени $t = 0$). Из-за непрерывного изменения угла φ пронизывающий рамку магнитный поток также будет меняться. Но при изменении магнитного потока возникает ЭДС индукции. Эту ЭДС можно найти с помощью закона электромагнитной индукции в форме (89.4):

$$e_i = -\Phi' = -(BS\cos\varphi)' = BS\sin\varphi \cdot \varphi',$$

где φ' — производная угла φ по времени t. Учитывая, что $\varphi = \omega t + \varphi_0$, получаем:

$$\varphi' = (\omega t + \varphi_0)' = \omega.$$

Таким образом, ЭДС индукции в рамке оказывается равной:

$$e_i = BS\omega \sin(\omega t + \varphi_0). \qquad (90.1)$$

Если теперь подключить к выводам рамки нагрузку (устройство, потребляющее электроэнергию), то через нее пойдет переменный ток. Силу тока можно найти по закону Ома (89.2):

$$i_i = \frac{e_i}{R} = \frac{BSw}{R}\sin(\omega t + \varphi_0). \qquad (90.2)$$

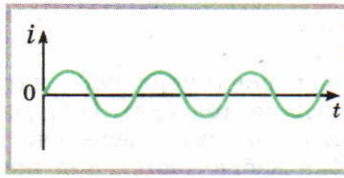


Рис. 178

Соответствующий график представлен на рисунке 178.

Причиной появления тока в данном случае является действие на свободные электроны в проводнике вихревого электрического поля, порождаемого изменяющимся магнитным полем вращающегося магнита.

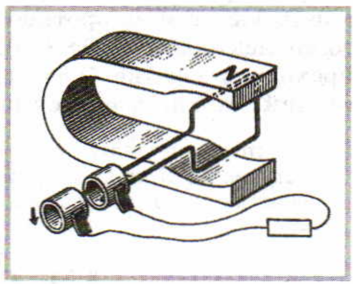


Рис. 179

В рассмотренной модели генератора вращающейся частью *(ротором)* был магнит, а неподвижной частью *(статором)* служила рамка. Но переменный ток можно получить и при другой конструкции генератора, когда ротором является рамка (якорь генератора), а статором — магнит. Причиной появления тока в этом случае будет уже не электромагнитная индукция, а действие на электроны, движущиеся вместе с рамкой, магнитной силы Лоренца. Особенностью такой конструкции генератора является наличие *коллектора* в виде скользящих контактов — колец и щеток, позволяющих избежать закручивания проводов, соединяющих вращающуюся рамку с нагрузкой (рис. 179).

Аналогичным образом устроен и **генератор постоянного тока**. Только вместо сплошных колец в нем используются полукольца (рис. 180, *а*). Благодаря такому «переключателю» контактов

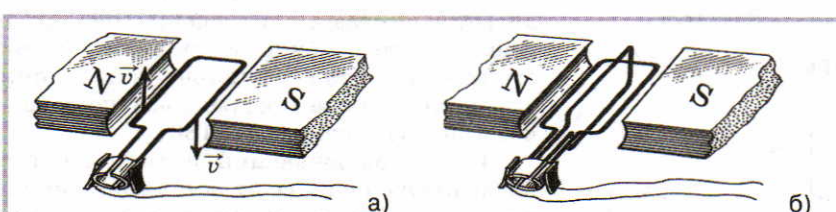


Рис. 180

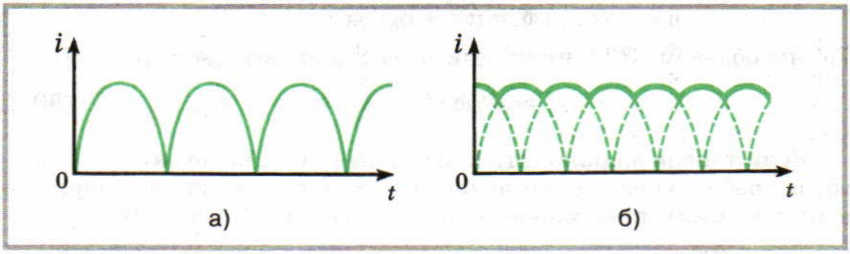


Рис. 181

во внешней цепи будет идти постоянный по направлению пульсирующий ток (рис. 181, *а*). Пульсации этого тока можно уменьшить. В самом деле, учитывая, что наибольшие значения силы тока наблюдаются при прохождении рамкой положения, параллельного магнитным силовым линиям, вместо одной можно сделать две рамки во взаимно перпендикулярных плоскостях, а их концы вывести на противоположные пластины четвертькольцевого коллектора (рис. 180, *б*). Через нуль тогда значения силы тока проходить уже не будут (рис. 181, *б*). Увеличивая число таких секций, можно добиться почти неизменного тока.

? **1.** Что представляет собой генератор переменного тока? Опишите его устройство и принцип действия. **2.** Чем отличается генератор постоянного тока от генератора переменного тока?

§ 91. САМОИНДУКЦИЯ

После того как удалось «превратить магнетизм в электричество», Фарадей утратил интерес к индукционным опытам и обратился к изучению электрохимических явлений. В 1833 г. он открывает законы электролиза. Однако уже в 1834 г. его внимание вновь обращается к электромагнетизму.

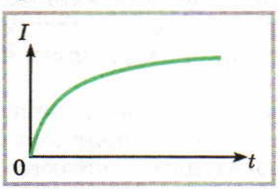


Рис. 182

Проделав ряд опытов, Фарадей обнаружил, что при подключении цепи, содержащей катушку с сердечником, к источнику постоянного напряжения сила тока (определяемая законом Ома $I = \dfrac{\mathscr{E}}{R + r}$) устанавливается не сразу, а постепенно (рис. 182). Аналогичное явление наблюдалось и при отключении цепи от источника. В этом случае ток также прекращался постепенно, а не мгновенно (рис. 183).

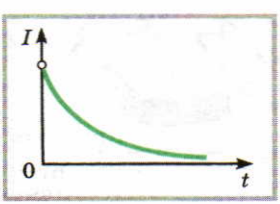


Рис. 183

Ток, продолжающий идти в цепи и после отключения ее от источника напряжения, получил название *экстратока размыкания.*

Впервые экстратоки были открыты в 1832 г. заокеанским коллегой Фарадея Джозефом Генри. Генри и тут обогнал Фарадея, однако, как и раньше, полученные им результаты не были вовремя опубликованы.

Джозеф Генри

В результате проведенных исследований Фарадей понял, что наблюдаемый эффект является частным случаем электромагнитной индукции и представляет собой «индуктивное влияние электрического тока на самого себя».

Современная теория описанных явлений сводится к следующему. Когда электрический ток в цепи изменяется (например, увеличивается при замыкании цепи или уменьшается при ее размыкании), то изменяется и создаваемое этим током магнитное поле. Изменяясь, это поле порождает вихревое электрическое поле, которое и влияет на силу тока в данной цепи. В этом и заключается «действие электрического тока самого на себя».

Определение. Возникновение вихревого электрического поля в проводящем контуре при изменении силы тока в нем же самом называется **самоиндукцией**.

В соответствии с *правилом Ленца* возникающее при самоиндукции вихревое электрическое поле имеет такое направление, при котором возникает противодействие тому изменению силы тока в цепи, которое его вызвало. Это означает, что при увеличении силы тока ($\Delta I > 0$) напряженность появившегося вихревого электрического поля будет направлена противоположно току (мешая ему нарастать), а при уменьшении силы тока ($\Delta I < 0$) она будет направлена в ту же сторону, что и ток (препятствуя его убыванию).

Так как магнитный поток Φ, пронизывающий контур цепи, пропорционален индукции магнитного поля B, а эта индукция, в свою очередь, пропорциональна силе тока в цепи I, то мы можем записать:

$$\Phi \sim I,$$

или

$$\Phi = LI, \qquad (91.1)$$

где L — коэффициент пропорциональности, зависящий лишь от формы и размеров проводящего контура, а также магнитной проницаемости среды, в которой он находится.

Определение. Коэффициент пропорциональности между силой тока в проводящем контуре и созданным им магнитным потоком, пронизывающим этот контур, называется **индуктивностью** или **коэффициентом самоиндукции.**

Единицей индуктивности в СИ является 1 Гн *(генри)*. 1 Гн — это индуктивность такого проводящего контура, в котором магнитный поток в 1 Вб создается силой тока 1 А.

Индуктивность прямого провода очень мала. Индуктивность того же провода в форме витка существенно больше. Еще больше она становится при наличии стального сердечника. Индуктивность достаточно длинного соленоида определяется выражением:

$$L = \mu\mu_0 N^2 \frac{S}{l} = \mu\mu_0 n^2 Sl,$$

где l — длина соленоида, S — площадь его сечения (т. е. площадь его витка), N — число витков в нем, $n = \frac{N}{l}$ — число витков, приходящееся на единицу длины соленоида, μ — магнитная проницаемость сердечника, а

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\ \text{Гн/м} = 1{,}26 \cdot 10^{-6}\ \text{Гн/м} \text{ —}$$

магнитная постоянная.

Возникающее при самоиндукции вихревое электрическое поле характеризуется электродвижущей силой, которую в данном случае называют **ЭДС самоиндукции** ($\mathscr{E}_S$). Поскольку самоиндукция является частным случаем электромагнитной индукции, то эту ЭДС можно найти по закону (89.3):

$$\mathscr{E}_S = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}.$$

Подставляя сюда выражение (91.1) и считая индуктивность L величиной постоянной, мы можем записать:

$$\mathscr{E}_S = -\frac{\Delta(LI)}{\Delta t} = -L\frac{\Delta I}{\Delta t}, \qquad (90.2)$$

или, более строго,

$$\mathscr{E}_S = -LI', \qquad (90.3)$$

где $\frac{\Delta I}{\Delta t}$ (или I') — скорость изменения силы тока в цепи.

Таким образом, *чем больше индуктивность цепи и чем быстрее изменяется в ней сила тока, тем большая ЭДС самоиндукции и, следовательно, напряженность вихревого электрического поля в ней возникают.*

Особенно быстро изменяется сила тока при размыкании цепи. При значительной индуктивности это может привести к тому, что в цепи возникнет ЭДС самоиндукции, значительно превышающая ЭДС источника тока. При этом на концах разомкнутой цепи появится настолько большая разность потенциалов, что наступит электрический пробой воздуха и в месте размыкания цепи проскочит искра.

Учитывая правило Ленца, можно заметить, что явление самоиндукции аналогично проявлению инертности тел в механике. Так, вследствие инертности тело не мгновенно приобретает определенную скорость, а постепенно. Так же постепенно происходит его торможение. То же самое, как мы видели, происходит и с силой тока при самоиндукции. Интересно, что эту аналогию можно провести еще дальше. Сравним уравнение, описывающее увеличение скорости тела под действием силы, с одной стороны, с уравнением для ЭДС самоиндукции, возникающей при увеличении силы тока в цепи, с другой стороны:

$$F = m\frac{\Delta v}{\Delta t} \quad \text{и} \quad |\mathscr{E}_s| = L\frac{\Delta I}{\Delta t}.$$

Мы видим, что с математической точки зрения эти уравнения совершенно эквивалентны, отличаются они лишь обозначениями (при самоиндукции роль скорости играет сила тока в цепи, а роль характеристики инертности, т. е. массы, — индуктивность):

$$v \leftrightarrow I, \ m \leftrightarrow L.$$

Но одинаковые уравнения должны приводить и к одинаковым следствиям. Воспользуемся этим фактом для определения энергии $W_м$, приобретаемой проводником при создании в нем тока I. Эта энергия подобна энергии E_k, приобретаемой телом, которому сообщена некоторая скорость v. Известно, что $E_k = \frac{mv^2}{2}$.
Такую же структуру, следовательно, должна иметь и формула для энергии тока. Заменяя в последней формуле v на I, а m на L, получаем:

$$W_м = \frac{LI^2}{2}. \tag{91.4}$$

В таком виде эту энергию можно рассматривать как **магнитную энергию проводника с током.** Однако путем надлежащих преобразований выражение (91.4) можно привести к такому виду, которому будет соответствовать представление о распределении магнитной энергии по всему пространству, где имеется магнитное поле. Так как $B \sim I$, то эта энергия, очевидно, должна быть пропорциональной квадрату магнитной индукции B. Точная формула для энергии, заключенной в единице объема магнитного поля (т. е. **объемной плотности энергии поля**), имеет вид:

$$w_м = \frac{B^2}{2\mu\mu_0}. \tag{91.5}$$

Это выражение справедливо для любого, в том числе и переменного во времени, магнитного поля.

? **1.** Что такое самоиндукция? **2.** Как проявляется при самоиндукции правило Ленца? **3.** Что такое индуктивность? **4.** Как называется единица индуктивности в СИ? Почему ее так назвали? **5.** От чего зависит индуктивность? **6.** Какими способами можно увеличить индуктивность катушки? **7.** Чему равна ЭДС самоиндукции? **8.** Какому механическому явлению аналогично явление самоиндукции? **9.** По какой формуле можно найти магнитную энергию тока? **10.** На рисунке 184 изображена схема параллельного включения двух одинаковых ламп. Одна из них соединена с резистором *R*, а другая — с катушкой с железным сердечником (дросселем). Сопротивления обеих ветвей одинаковы. Как вы думаете, какая из этих ламп и почему загорится полным накалом быстрее, если замкнуть ключ?

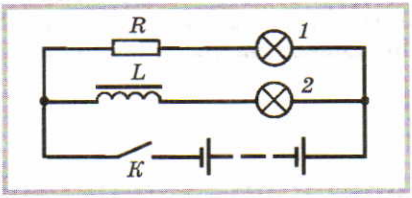


Рис. 184

ИТОГИ И ОБОБЩЕНИЯ

Открытие электромагнитной индукции привело к бурному развитию электротехники. Рассмотрим лишь некоторые из практических применений этого замечательного явления.

1. **Индукционные генераторы электрического тока.** Именно эти генераторы, будучи установленными на тепловых и гидроэлектрических станциях, вырабатывают ту электроэнергию, без которой уже немыслима наша жизнь.

2. **Трансформаторы.** Так называют аппараты, предназначенные для повышения и понижения переменного напряжения при неизменной частоте тока. Принцип их действия, о котором мы еще будем говорить в следующей главе, также основан на явлении электромагнитной индукции.

3. **Бетатрон** — это индукционный циклический ускоритель электронов, в котором энергия частиц увеличивается за счет действия вихревого электрического поля, создаваемого изменяющимся магнитным полем электромагнита. Такие ускорители позволяют разгонять электроны до энергий 100—300 МэВ.

4. **Воспроизведение магнитной записи.** И здесь — в магнитофоне — также «работает» электромагнитная индукция. Когда намагниченная с помощью записывающей головки магнитная лента проходит мимо специального электромагнита (головки воспроизведения), в нем возникает индукционный ток, характер колебаний которого соответствует записанному звуку. После усиления этот ток подается на громкоговоритель, и мы слышим запись.

Электромагнитная индукция лежит в основе радиосвязи, принципа действия индукционных плавильных печей, электродинамических микрофонов, индукционных спидометров, счетчиков электроэнергии и множества других изобретений.

Открытие закона электромагнитной индукции и его полевая трактовка явились первым шагом на пути к созданию единой теории электромагнитного поля.

«Фарадей, — писал Максвелл, — является и навсегда останется творцом того общего учения об электромагнетизме, которое рассматривает с единой точки зрения все явления, изучавшиеся прежде в отдельности, не говоря уже о тех явлениях, которые открыл сам Фарадей, следуя своему убеждению о единстве всей науки».

Глава 17. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ КОЛЕБАНИЯ

Колебаниями называют процессы, обладающие той или иной степенью повторяемости во времени. Среди всевозможных колебательных процессов наиболее простыми являются **гармонические колебания**. Напомним, что *это такие колебания, при которых соответствующая им физическая величина изменяется во времени по закону синуса или косинуса.* В случае *механических колебаний* такой величиной была координата колеблющегося тела. В случае *электромагнитных колебаний* такими величинами могут быть напряженность электрического поля, магнитная индукция, заряд на конденсаторе, напряжение, сила тока в цепи и т. п.

Основными характеристиками гармонических колебаний являются амплитуда, период T (время одного колебания), частота $\nu = \frac{1}{T}$ (показывающая число колебаний за 1 с) и циклическая частота колебаний $\omega = 2\pi\nu$ (показывающая число колебаний за 2π с).

§ 92. ПЕРЕМЕННЫЙ ТОК

Переменным называют любой электрический ток, который с течением времени изменяется. Если при этом каждое значение силы тока повторяется через равные промежутки времени T, то такой ток называют **периодическим** (рис. 185).

Наибольшее распространение в промышленности получил **гармонический** переменный ток (рис. 185, *в*). Этот ток получают с помощью установленных на электростанциях генераторов переменного тока. В нашей стране стандартная техническая частота вырабатываемого ими тока составляет 50 Гц.

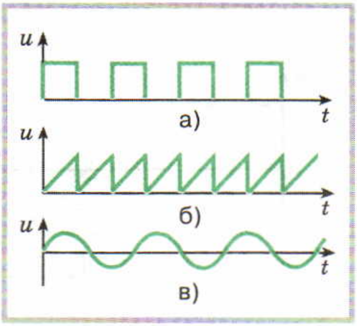


Рис. 185

Гармонический характер промышленного переменного тока обусловлен синусоидальностью ЭДС, возникающей в генераторе переменного тока. Согласно (90.1) $e = BS\omega \sin(\omega t + \varphi_0)$. Величину e в этом выражении называют *мгно-*

венным значением ЭДС, а ее максимальное значение (равное $BS\omega$) — *амплитудой* ЭДС. Обозначая амплитуду ЭДС через $\mathcal{E}_m$ (где индекс m является первой буквой латинского слова maximum), мы можем записать:

$$e = \mathcal{E}_m \sin(\omega t + \varphi_0). \qquad (92.1)$$

Определение. Аргумент функции, описывающей гармонические колебания, называется **фазой** колебаний.

Из (92.1) видно, что фаза колебаний в общем случае определяется выражением

$$\varphi = \omega t + \varphi_0, \qquad (92.2)$$

где ω — циклическая частота колебаний, а φ_0 — начальная фаза, т. е. значение фазы колебаний в момент времени $t = 0$.

При изучении одного какого-либо колебательного процесса начальная фаза не имеет особого значения, так как всегда можно выбрать начало отсчета времени t так, что при этом будет $\varphi_0 = 0$. Если же рассматриваются одновременно два (или более) колебательных процесса, то при нулевой начальной фазе одного из них начальная фаза другого может иметь отличное от нуля значение. При одинаковой частоте колебаний это значение будет равно *разности фаз* рассматриваемых колебаний:

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = (\omega t + \varphi_0) - \omega t = \varphi_0.$$

При этом подразумевается, что и те и другие колебания описываются одной и той же тригонометрической функцией (например, синусом).

Чтобы увидеть разность фаз двух колебаний, нужно изобразить графики этих колебаний в одной системе координат, по оси абсцисс в которой следует отложить значения произведения ωt (рис. 186), а по оси ординат какую-либо характеристику колебательного процесса (например, силу тока i или напряжение u).

Если $\Delta\varphi = \pi$, 3π, 5π и т. д., то принято говорить, что соответствующие колебания происходят в *противофазе*; в этом случае мак-

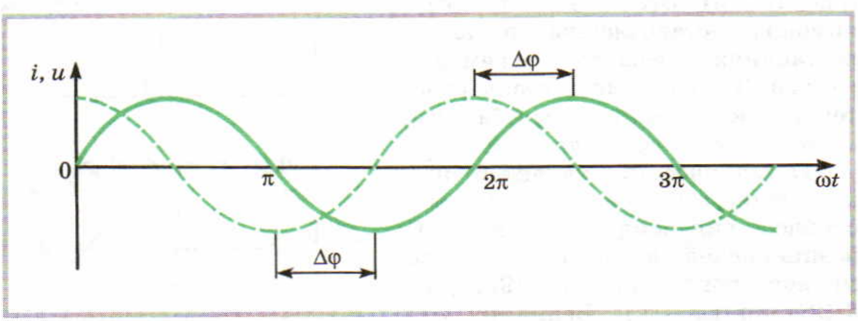


Рис. 186

симум одних колебаний (гребень синусоиды) будет приходиться на минимум (впадину синусоиды) других колебаний.

Если $\Delta\varphi = 0,\ 2\pi,\ 4\pi$ и т. д., то принято говорить, что рассматриваемые колебания происходят в *одной фазе*: они одновременно будут достигать максимума и одновременно будут проходить через нуль.

Колебания силы тока и напряжения в цепи с переменным током в общем случае не совпадают по фазе: они в разные моменты времени достигают своих наибольших значений и в разные моменты времени обращаются в нуль. Поэтому, используя, например, для мгновенного значения силы тока выражение

$$i = I_m \sin \omega t, \qquad (92.3)$$

где I_m — амплитуда силы тока, а начальная фаза считается равной нулю, мы для мгновенного значения напряжения должны написать:

$$u = U_m \sin (\omega t + \Delta\varphi), \qquad (92.4)$$

где $\Delta\varphi$ — разность фаз колебаний напряжения и силы тока, U_m — амплитуда напряжения.

Из-за того что сила тока и напряжение в цепи с переменным током непрерывно меняются, мощность этого тока также оказывается величиной переменной. Мгновенная мощность переменного тока находится по формуле (77.4):

$$p = iu = I_m U_m \sin \omega t \cdot \sin (\omega t + \Delta\varphi). \qquad (92.5)$$

Эта мощность в некоторые моменты времени оказывается положительной, а в некоторые моменты — отрицательной. В последнем случае электрическая цепь не потребляет энергии, а, наоборот, отдает запасенную перед этим энергию обратно генератору.

Для оценки полезной работы, совершаемой переменным током, удобнее рассматривать не мгновенную, а среднюю за период мощность $\overline{P}$. Чтобы получить выражение для средней мощности, преобразуем произведение синусов в (92.5) по формуле:

$$\sin \alpha \cdot \sin \beta = \frac{1}{2} \cos (\alpha - \beta) - \frac{1}{2} \cos (\alpha + \beta)$$

и определим среднее значение полученного выражения. Имеем:

$$\sin (\omega t - \Delta\varphi) \cdot \sin \omega t = \frac{1}{2} \cos \Delta\varphi - \frac{1}{2} \cos (2\omega t + \Delta\varphi).$$

Первое слагаемое в этом выражении $\left(\frac{1}{2} \cos \Delta\varphi\right)$ есть величина постоянная. Среднее же значение второго слагаемого за период равно нулю. Поэтому для средней мощности переменного тока получаем:

$$\overline{P} = \frac{I_m U_m}{2} \cos \Delta\varphi.$$

Учитывая, что $2 = \sqrt{2} \cdot \sqrt{2}$, перепишем полученное выражение в виде

$$\overline{P} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \cdot \frac{U_m}{\sqrt{2}} \cos \Delta\varphi,$$

или

$$\overline{P} = I_д U_д \cos \Delta\varphi,$$

где

$$I_д = \frac{I_m}{\sqrt{2}}, \quad U_д = \frac{U_m}{\sqrt{2}}. \qquad (92.6)$$

Определение. Величины $I_д$ и $U_д$, определяемые соотношениями (92.6), называются **действующими** или **эффективными** значениями силы тока и напряжения.

Большинство электроизмерительных приборов переменного тока градуируется именно в действующих значениях. Действующими значениями являются и широко используемые в осветительных сетях переменного тока напряжения 220 и 127 В.

При заданном $\cos \Delta\varphi$ действующие значения силы тока и напряжения определяют мощность, расходуемую на выделение некоторого количества теплоты или совершение механической работы. Если $\cos \Delta\varphi = 1$, то $P = I_д U_д$, что совпадает с формулой мощности постоянного тока. Поэтому физический смысл величин $I_д$ и $U_д$ заключается в том, что они равны значениям I и U такого постоянного тока, который в данной цепи создал бы тепловой эффект, равный эффекту, создаваемому имеющимся переменным током.

? **1.** Какие колебания называют гармоническими? **2.** Что такое электромагнитные колебания? **3.** Перечислите основные характеристики гармонических колебаний. **4.** Какой ток называют переменным? **5.** Какой переменный ток называют гармоническим? **6.** Что такое фаза колебаний? **7.** Как находится средняя мощность переменного тока? **8.** Какие величины называют действующими (или эффективными) значениями силы тока и напряжения? Чем объясняется такое их название? **9.** Чему равна амплитуда напряжения в осветительной сети с напряжением 220 В? С какой частотой меняется переменное напряжение в этой сети?

§ 93. СОПРОТИВЛЕНИЯ В ЦЕПИ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

Сопротивление, которое оказывает электрическая цепь переменному току, отличается от того, которое имеет место при наличии постоянного тока. В цепи с переменным током принято различать **активное** R и **реактивное** X сопротивления. Первым из них обладают те элементы цепи, в которых электрическая энергия необратимо преобразуется во внутреннюю, а вторым — те элементы, в которых подобного преобразования не происходит.

В элементах с реактивным сопротивлением средняя мощность переменного тока

$$\overline{P} = I_д U_д \cos \Delta\varphi$$

равна нулю. Поскольку такое возможно, лишь когда $\cos \Delta\varphi = 0$, то, следовательно, реактивным сопротивлением обладают те элементы электрической цепи, на которых разность фаз колебаний силы тока и напряжения составляет $\pi/2$. Такими элементами, как мы увидим ниже, являются конденсаторы и катушки индуктивности. Их реактивные сопротивления называют соответственно **емкостным** X_C и **индуктивным** X_L.

В элементах с чисто активным сопротивлением колебания силы тока и напряжения совпадают по фазе. В этом случае $\Delta\varphi = 0$, $\cos \Delta\varphi = 1$ и

$$\overline{P} = I_д U_д.$$

Среднюю мощность переменного тока при этом называют **активной** мощностью.

Строго говоря, в электрических цепях не существует таких элементов, сопротивление которых являлось бы только активным, только емкостным или только индуктивным. Например, катушка индуктивности (соленоид) обладает одновременно и индуктивным, и активным сопротивлением, так как ее обмотка выполнена из провода, нагревающегося при прохождении через него тока. Нагревание диэлектрика в конденсаторе также говорит о том, что и его сопротивление не является чисто реактивным. Кроме того, любой проводник всегда обладает какой-то емкостью и индуктивностью.

Однако на практике часто используются такие элементы, в которых сопротивление одного из перечисленных видов имеет преобладающее значение, а двумя другими видами сопротивлений по сравнению с ним можно пренебречь. Тогда соответствующий элемент цепи можно рассматривать идеализированно, считая, что он обладает либо только активным (резистор), либо только емкостным (конденсатор), либо только индуктивным (катушка) сопротивлением. Именно это и будет подразумеваться ниже.

1. Резистор в цепи переменного тока

Пусть на концах резистора (рис. 187) с помощью генератора переменного тока создается переменное напряжение:

$$U = U_m \sin \omega t. \qquad (93.1)$$

Тогда в соответствии с законом Ома через этот резистор будет идти ток:

$$I = \frac{U}{R} = \frac{U_m}{R} \sin \omega t = I_m \sin \omega t, \qquad (93.2)$$

где

$$I_m = \frac{U_m}{R} \text{ —} \qquad (93.3)$$

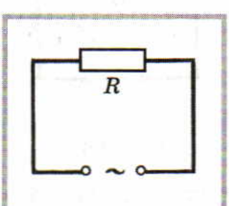


Рис. 187

амплитуда силы тока в резисторе. Из выражений (93.1) и (93.2) видно, что *колебания силы тока и напряжения на резисторе происходят в одной фазе.*

Если разделить обе части равенства (93.3) на $\sqrt{2}$ то можно получить:

$$I_д = \frac{U_д}{R}. \quad (93.4)$$

Это соотношение позволяет переписать выражение для средней мощности переменного тока (активной мощности) в виде

$$\overline{P} = I_д^2 R.$$

Полученное выражение используют для определения *активного сопротивления:*

$$R = \frac{\overline{P}}{I_д^2}. \quad (93.5)$$

Это сопротивление несколько больше того, которое оказал бы тот же резистор постоянному току: $R > R_0$, где R_0 — так называемое «омическое» сопротивление (сопротивление постоянному току), рассчитываемое по формуле $R_0 = \rho\frac{l}{S}$. Увеличение активного сопротивления обусловлено тем, что эффективная площадь сечения проводника, по которому идет переменный ток, меньше, чем это имеет место при постоянном токе. Постоянный ток имеет одинаковую плотность по всему сечению проводника. Переменный же ток имеет бóльшую плотность в поверхностном слое и при достаточно большой частоте по центральной части провода может вообще не идти[1]. Расчеты показывают, что при частоте 10^6 Гц активное сопротивление медного провода диаметром 2 мм увеличивается по сравнению с R_0 в 7 раз. Однако при стандартной частоте промышленного тока 50 Гц увеличение сопротивления составляет всего лишь 0,0003%. Поэтому при $\nu = 50$ Гц активное сопротивление тонких прямолинейных проводов можно считать приблизительно равным их «омическому» сопротивлению.

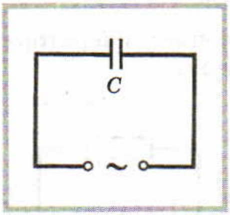


Рис. 188

2. Конденсатор в цепи переменного тока

При включении конденсатора в цепь переменного тока (рис. 188) на его обкладках возникает переменное напряжение:

$$U = U_m \sin \omega t. \quad (93.6)$$

Через диэлектрик, разделяющий обкладки конденсатора, электрические заряды проходить не могут. Но в результате периодически повторяющихся процессов зарядки и разрядки конденсатора в подведенных к нему проводах появляется переменный ток. Чтобы

[1] Описанное явление называется **скин-эффектом** (от англ. skin — кожа). Не останавливаясь на его объяснении, укажем лишь, что в его основе лежит явление самоиндукции.

найти силу тока, следует перейти от приближенного определения силы тока к точному:

$$I = q',$$

где q' — производная заряда по времени. Применяя формулу (67.2), получаем:

$$I = q' = (CU)' = CU'.$$

Появившуюся здесь производную напряжения можно найти следующим образом:

$$U' = (U_m \sin \omega t)' = U_m \omega \cos \omega t = U_m \omega \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right).$$

Поэтому сила тока

$$I = U_m \omega C \sin\left(\omega + \frac{\pi}{2}\right) = I_m \sin\left(\omega + \frac{\pi}{2}\right), \qquad (93.7)$$

где

$$I_m = U_m \omega C. \qquad (93.8)$$

Из выражений (93.6) и (93.7) видно, что фаза напряжения $\varphi_U = \omega t$, а фаза силы тока $\varphi_I = \omega t + \frac{\pi}{2}$. Поэтому разность фаз колебаний напряжения и силы тока равна

$$\Delta\varphi = \varphi_U - \varphi_I = -\frac{\pi}{2}.$$

Это означает, что *колебания напряжения на конденсаторе отстают по фазе от колебаний силы тока на* $\pi/2$. В этом случае, как мы знаем, сопротивление цепи переменному току является реактивным.

Чтобы найти сопротивление конденсатора переменному току, сопоставим выражение (93.8) с формулой сопротивления, получаемой на основе закона Ома $\left(R = \frac{U}{I}\right)$. Мы видим, что

$$\frac{U_m}{I_m} = \frac{1}{\omega C}.$$

Определение. Физическая величина, обратная произведению циклической частоты тока на электроемкость конденсатора, называется **емкостным сопротивлением:**

$$X_C = \frac{1}{\omega C}.$$

С учетом этого определения соотношение (93.8) можно переписать в виде:

$$I_m = \frac{U_m}{X_C} \quad \text{или} \quad I_д = \frac{U_д}{X_C}.$$

Из определения емкостного сопротивления видно, что конденсатор оказывает значительное сопротивление току небольшой частоты и малое сопротивление току высокой частоты. Постоянный ток можно рассматривать как предельный случай переменного тока, у которого частота $\omega \to 0$; в этом случае $X_C \to \infty$ и ток через конденсатор не идет.

Емкостное сопротивление убывает с увеличением емкости конденсатора. Так как $X_C \to 0$ при $C \to \infty$, то конденсатор бесконечно большой емкости вообще не оказывал бы никакого сопротивления переменному току. При $C = \infty$ наличие заряда на обкладках конденсатора не приводит к возникновению напряжения между ними (в этом случае $U = q/C = 0$). Поэтому конденсатор с бесконечно большой емкостью вел бы себя в цепи переменного тока так же, как кусок проволоки с нулевым «омическим» сопротивлением в цепи постоянного тока.

3. Катушка индуктивности в цепи переменного тока

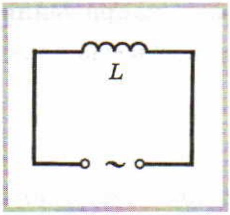


Рис. 189

Пусть в цепь переменного тока с

$$I = I_m \cos \omega t \qquad (93.9)$$

включена катушка индуктивности, т. е. катушка со значительной индуктивностью L и пренебрежимо малым активным сопротивлением R (рис. 189). Так как мы считаем, что $R = 0$, то согласно (75.2):

$$U + \mathscr{E} = 0.$$

Под ЭДС здесь следует понимать ЭДС самоиндукции. Используя последнее равенство, а также формулу (91.3), найдем напряжение на катушке:

$$U = -\mathscr{E}_S = LI',$$

где I' — производная силы тока по времени. Эту производную можно найти следующим образом:

$$I' = (I_m \sin \omega t)' = I_m \omega \cos \omega t = I_m \omega \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right).$$

Поэтому напряжение:

$$U = I_m \omega L \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = U_m \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right), \qquad (93.10)$$

где:

$$U_m = I_m \omega L. \qquad (93.11)$$

Из выражений (93.10) и (93.9) видно, что фаза напряжения $\varphi_U = \omega t + \frac{\pi}{2}$, а фаза силы тока $\varphi_I = \omega t$. Поэтому разность фаз колебаний напряжения и силы тока равна:

$$\Delta\varphi = \varphi_U - \varphi_I = \frac{\pi}{2}.$$

Это означает, что *колебания напряжения на катушке опережают по фазе колебания силы тока в ней на* $\pi/2$. В этом случае, как известно, сопротивление цепи переменному току является реактивным.

Определение. Физическая величина, равная произведению циклической частоты тока на индуктивность катушки, называется **индуктивным сопротивлением:**

$$X_L = \omega L.$$

С учетом этого определения соотношение (93.11) можно переписать в виде:

$$I_m = \frac{U_m}{X_L} \quad \text{и} \quad I_д = \frac{U_д}{X_L}.$$

Возникновение индуктивного сопротивления обусловлено явлением самоиндукции: появляющееся при колебаниях силы тока в катушке вихревое электрическое поле препятствует тем изменениям тока, которые его вызвали.

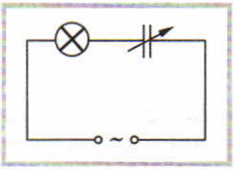


Рис. 190

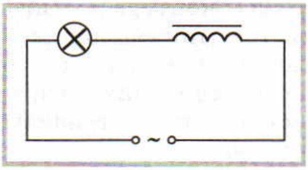


Рис. 191

? **1.** В каком случае элементы электрической цепи обладают активным сопротивлением и в каком — реактивным? **2.** Как связаны сила тока и напряжение в цепи с резистором? **3.** Чему равна разность фаз колебаний силы тока и напряжения в цепи с активным сопротивлением? **4.** Чему равно емкостное сопротивление? **5.** Как связаны сила тока и напряжение в цепи с конденсатором? **6.** Чему равна сила тока в цепи с конденсатором, когда напряжение на нем равно нулю? **7.** На рисунке 190 изображена схема цепи, содержащей лампу и конденсатор переменной емкости. Как изменится накал лампы, если емкость конденсатора увеличить? **8.** Что такое индуктивное сопротивление? **9.** Чему равно индуктивное сопротивление катушки постоянному току? **10.** Как связаны сила тока и напряжение в цепи с катушкой индуктивности? **11.** Чему равно напряжение на катушке, когда сила тока в ней равна нулю? **12.** На рисунке 191 изображена схема цепи, содержащей катушку с сердечником и лампу. Как изменится накал лампы, если сердечник из катушки вынуть? **13.** Какова причина появления индуктивного сопротивления?

§ 94. КОЛЕБАТЕЛЬНЫЙ КОНТУР

Электрическая цепь, состоящая из катушки и конденсатора, называется **колебательным контуром.** При наличии в этой цепи генератора (источника переменной ЭДС) существующие в контуре электромагнитные колебания будут **вынужденными**, так как бу-

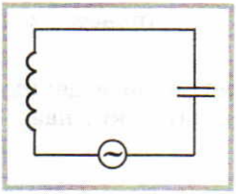


Рис. 192

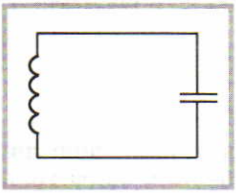


Рис. 193

дут происходить под действием внешнего периодически изменяющегося поля генератора (рис. 192).

Что будет, если генератор из контура удалить? После соединения заряженного конденсатора с катушкой (рис. 193) под действием электрического поля, создаваемого зарядами на конденсаторе, свободные электроны в контуре начнут перемещаться от отрицательно заряженной обкладки конденсатора к положительно заряженной. Конденсатор начнет разряжаться, и в контуре появится нарастающий ток. Переменное магнитное поле этого тока породит вихревое электрическое. Это электрическое поле будет направлено противоположно току и потому не даст ему сразу достигнуть максимального значения. Сила тока будет увеличиваться постепенно.

Из закона сохранения энергии

$$\frac{q^2}{2C} + \frac{Li^2}{2} = \frac{q_m^2}{2C} \tag{94.1}$$

(где $Li^2/2$ — энергия магнитного поля катушки с током, $q^2/2C$ — энергия электрического поля конденсатора, а $q_m^2/2C$ — начальная энергия контура, соответствующая максимальному заряду q_m на конденсаторе и отсутствию тока в цепи) следует, что, когда сила тока в контуре достигнет максимума, заряд на конденсаторе окажется минимальным, т. е. равным нулю. В этот момент на положительно заряженной обкладке конденсатора окажется столько перешедших на нее электронов, что их отрицательный заряд полностью нейтрализует имевшийся там положительный заряд ионов.

Когда конденсатор разрядится, его электрическое поле исчезнет. Из-за этого, казалось бы, ток в контуре должен сразу прекратиться. Однако, как только он начнет уменьшаться, станет уменьшаться и индукция создаваемого им магнитного поля. Изменяющееся магнитное поле снова породит вихревое электрическое, которое на этот раз будет направлено в ту же сторону, что и ток. Поддерживаемый этим полем ток будет идти в прежнем направлении и постепенно перезаряжать конденсатор. Однако по мере накопления заряда на конденсаторе его собственное электрическое поле будет все сильнее тормозить движение электронов, и сила тока в контуре будет становиться все меньше и меньше. Когда сила тока уменьшится до нуля, конденсатор окажется полностью перезаряженным.

После этого конденсатор снова начнет разряжаться, и в контуре опять появится ток, только теперь уже идущий в обратном направлении. Сначала он будет нарастать, потом убывать, и через некоторое время конденсатор снова окажется перезаряженным, а колебательный контур — в своем первоначальном состоянии. После этого все начнет повторяться заново.

Таким образом, после соединения заряженного конденсатора с катушкой в колебательном контуре возникают **свободные электромагнитные колебания**, *т. е. происходящие под действием внутренних сил периодические изменения заряда на конденсаторе, силы тока в катушке, а также электрических и магнитных полей в контуре.*

Причиной свободных электромагнитных колебаний в контуре является действие на свободные электроны в нем переменного электрического поля, создаваемого зарядами на конденсаторе, и переменного вихревого электрического поля, порождаемого изменяющимся магнитным полем при самоиндукции.

Реальный колебательный контур, помимо индуктивного и емкостного сопротивлений, всегда имеет и некоторое активное сопротивление R. Из-за выделения на этом сопротивлении джоулева тепла (а также излучения электромагнитных волн) свободные электромагнитные колебания в контуре имеют *затухающий* характер (рис. 194). Если, однако, сопротивление R контура мало и им можно пренебречь, то на протяжении небольших интервалов времени колебания в контуре можно считать незатухающими и происходящими по *гармоническому* закону:

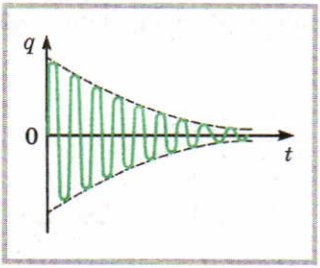


Рис. 194

$$q = q_m \cos \omega_0 t \qquad (94.2)$$

с *собственной* (циклической) частотой

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}. \qquad (94.3)$$

Чтобы убедиться в этом, подставим выражение (94.2) в уравнение (94.1), которое предварительно перепишем в более простом виде:

$$q^2 + LCi^2 = q_m^2.$$

Учитывая, что

$$i = q' = (q_m \cos \omega_0 t)' = -q_m \omega_0 \sin \omega_0 t,$$

получаем:

$$q_m^2 \cos^2 \omega_0 t + LC\,\omega_0^2\, q_m^2 \sin^2 \omega_0 t = q_m^2,$$

откуда

$$LC\omega_0^2 = 1.$$

При подстановке сюда значения (94.3) мы получаем тождество, что и требовалось доказать.

Используя формулу $T = 2\pi/\omega$, можно найти *период* свободных электромагнитных колебаний в контуре:

$$T = 2\pi\sqrt{LC}. \qquad (94.4)$$

Эту формулу называют **формулой Томсона** по имени английского ученого Уильяма Томсона, исследовавшего в 1853 г. колебательный характер разряда конденсатора.

Если в колебательный контур вновь включить генератор, то при совпадении частоты колебаний ЭДС в нем с собственной частотой контура:

$$\omega = \omega_0 \tag{94.5}$$

в цепи возникнет **резонанс** — *резкое увеличение амплитуды вынужденных колебаний в контуре*.

При выполнении условия (93.5) емкостное и индуктивное сопротивления контура становятся одинаковыми:

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \sqrt{\frac{L}{C}}, \quad X_L = \omega L = \sqrt{\frac{L}{C}},$$

что делает одинаковыми и амплитуды напряжения на катушке и конденсаторе:

$$U_{m,\,C} = I_m X_C = U_{m,\,L}.$$

Но колебания напряжения на катушке и конденсаторе противоположны по фазе, поэтому сумма напряжений на них U_{LC} в любой момент времени становится равной нулю. В результате этого полное реактивное сопротивление контура:

$$X = \frac{U_{m,\,LC}}{I_m}$$

также оказывается равным нулю, и амплитуда силы тока в контуре, а вместе с ней и амплитуды напряжения на конденсаторе и катушке становятся максимальными (рис. 195).

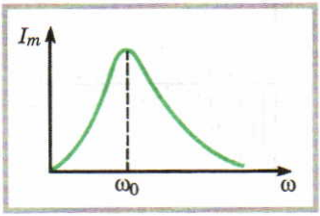


Рис. 195

1. Что такое колебательный контур? **2.** Чему равна полная энергия колебательного контура? **3.** Опишите процессы, происходящие в контуре при свободных электромагнитных колебаниях в нем. **4.** Каковы причины свободных электромагнитных колебаний в контуре? **5.** Чему равны собственная частота и период свободных колебаний в контуре? **6.** При каком условии и почему в контуре может возникнуть резонанс? **7.** На рисунке 195 амплитуда вынужденных колебаний тока $I_m \to 0$ при $\omega \to 0$ и $\omega \to \infty$. Почему?

§ 95. АВТОКОЛЕБАНИЯ

Помимо рассмотренных нами свободных и вынужденных колебаний, существуют еще **автоколебания** — *незатухающие колебания, поддерживаемые за счет энергии источника постоянной силы, автоматически включаемого и выключаемого самой колебательной системой.*

Электромеханическим примером автоколебательной системы является система, изображенная на рисунке 196. В этой системе прикрепленный к пружине *П* легкий груз *Г* касается налитой в сосуд ртути (или раствора какого-либо электролита). При замыкании ключом *К* электрической цепи по пружине начинает идти ток. Витки пружины, обтекаемые током одного направления, притягиваются друг к другу, и пружина сжимается. При этом груз поднимается из ртути и цепь размыкается. После размыкания цепи упругие силы возвращают пружине первоначальную длину, груз опускается, замыкая цепь, и все повторяется снова.

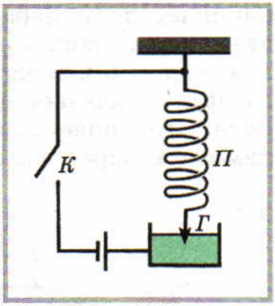


Рис. 196

Как известно, свободные колебания груза на пружине являются затухающими. Здесь же колебания могут продолжаться сколь угодно долго (пока не израсходуется энергия источника постоянного напряжения, поддерживающего эти колебания).

Автоколебания происходят в маятниковых часах, свистке, органных трубах и смычковых музыкальных инструментах. Автоколебаниями вызваны гудение телеграфных проводов под действием ветра и звучание нашего голоса. И даже наши сердце и легкие также можно рассматривать как автоколебательные системы.

Примером электромагнитной автоколебательной системы является **ламповый генератор незатухающих колебаний**, изобретенный в 1913 г. немецким ученым А. Мейснером. Так как аналитическую теорию этого генератора разработал голландский ученый Б. Ван дер Поль, то ламповый генератор иначе называют **генератором Ван дер Поля**. Схема этого генератора (на триоде) изображена на рисунке 197.

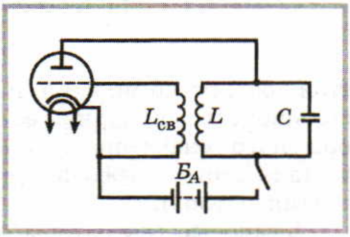


Рис. 197

Рассмотрим принцип работы этого генератора. Когда с помощью ключа замыкают цепь генератора, в нем появляется импульс тока, который заряжает конденсатор колебательного контура. В контуре возникают электромагнитные колебания. Для того чтобы эти колебания не затухали и энергия контура $q_m^2/2C$ не убывала, конденсатор нужно периодически подзаряжать. Делается это следующим образом.

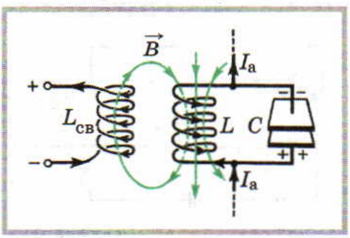


Рис. 198

Когда конденсатор, на нижней обкладке которого находится положительный заряд, начинает разряжаться (рис. 198), через катушку *L* начинает идти нарастающий ток. Переменное магнитное поле этого тока, пронизывая не только катушку L, но и расположенную рядом с ней катушку $L_{св}$ (ее называют катушкой обратной связи), порождает в каждой из них вихревое электрическое поле. Это поле создает положительный потенциал на сетке лампы, и через лампу начинает идти анодный ток $I_а$. Этот ток подзаряжает конденсатор в контуре, и потери энергии компенсируются.

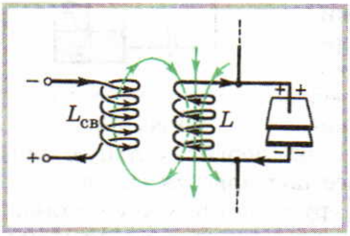


Рис. 199

Когда нижняя пластина конденсатора оказывается отрицательно заряженной, конденсатор должен отключаться от источника постоянного напряжения. В генераторе это происходит автоматически. Переменное магнитное поле убывающего тока в контуре (рис. 199) создает в катушке обратной связи вихревое электрическое поле такого направления, что потенциал на сетке лампы становится отрицательным. Лампа при этом запирается, и анодный ток прекращается.

Таким образом, колебания в контуре сами управляют работой лампы, открывая и запирая ее в нужные моменты. Благодаря этой обратной связи конденсатор периодически подзаряжается и колебания в контуре становятся незатухающими.

Частота электромагнитных колебаний, вырабатываемых ламповым генератором, определяется индуктивностью L катушки и емкостью C конденсатора:

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}.$$

При достаточно малых L и C эту частоту можно сделать настолько большой, что получить ее иным способом (например, с помощью обычного генератора переменного тока) было бы просто невозможно (для этого потребовалась бы чрезмерно большая скорость вращения ротора).

Ламповые генераторы позволяют получать колебания с частотой от десяти до миллиона кГц. Получению более высоких частот препятствуют значительные емкость и индуктивность электродов лампы, а также конечное время пролета электронов внутри вакуумного триода. Если, однако, вакуумный триод в генераторе заменить на полупроводниковый (транзистор), то частоту вырабатываемых колебаний можно увеличить до 10 ГГц. Схема генератора на транзисторе изображена на рисунке 200. Так как принцип

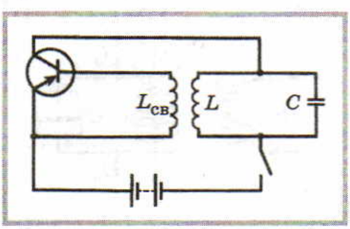


Рис. 200

его действия аналогичен рассмотренному, то мы на нем останавливаться не будем.

Изучение работы лампового генератора и генератора на транзисторе позволяет выделить в них четыре основных элемента, в той или иной форме присущих большинству автоколебательных систем, в том числе маятниковым часам:

1. *Колебательная система*, в которой поддерживаются незатухающие колебания.

2. *Источник энергии*, за счет которого в колебательной системе поддерживаются колебания.

3. *Клапан*, т. е. устройство, регулирующее поступление энергии от источника в колебательную систему.

4. *Обратная связь*, с помощью которой колебательная система управляет работой клапана, периодически открывая и закрывая его.

Все перечисленные элементы отражены на блок-схеме автоколебательной системы, которая изображена на рисунке 201.

Рис. 201

? **1.** Что такое автоколебания? Приведите примеры. **2.** Опишите принцип действия лампового генератора. **3.** Докажите, что ламповый генератор с перевернутой катушкой обратной связи (рис. 202) работать не будет. **4.** Перечислите основные элементы автоколебательной системы. Какие детали лампового генератора им соответствуют? **5.** Какие детали генератора на транзисторе соответствуют элементам автоколебательной системы?

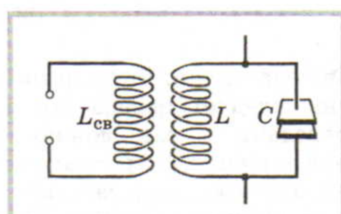


Рис. 202

§ 96. ПЕРЕДАЧА ЭЛЕКТРОЭНЕРГИИ НА РАССТОЯНИЕ. ТРАНСФОРМАТОР

Достоинства переменного тока были оценены не сразу. Внедрение переменного тока в практику началось с работ русского электротехника П. Н. Яблочкова, который в 1876 г. применил его для питания «электрических свечей» — изобретенных им электрических источников света. Переменный ток подходил для этого лучше, чем постоянный, так как мог обеспечить равномерное выгорание обоих угольных электродов этих «свечей». Яблочков также был первым, кто применил в цепи переменного тока конденсатор.

Борьба между сторонниками постоянного и переменного тока продолжалась до 1891 г., когда на Всемирной электротехнической выставке во Франкфурте-на-Майне М. О. Доливо-Добровольский, используя переменный ток, продемонстрировал успешную передачу электроэнергии на расстояние 175 км. Это получило высокую оценку комиссии, возглавляемой Г. Гельмгольцем, и преимущества переменного тока для передачи и распределения электрической энергии стали очевидны.

Однако возникла проблема: при передаче энергии от источника (электростанции) к потребителю (городу, заводу и т. п.) провода линий электропередачи (ЛЭП) нагреваются и часть передаваемой энергии из-за этого теряется. Тепловые потери можно определить по закону Джоуля — Ленца:

$$Q = I_{\text{д}}^2 R t, \tag{96.1}$$

где $I_{\text{д}}$ — действующее значение силы тока в линии, а $R = \rho \dfrac{l}{S}$ — ее сопротивление (l — общая длина проводов, S — площадь их поперечного сечения).

Выразив силу тока через передаваемую мощность:

$$I_{\text{д}} = \frac{\overline{P}}{U_{\text{д}} \cos \Delta\varphi}$$

и подставив полученное значение в (96.1), найдем:

$$Q = \frac{\overline{P}^2}{U_{\text{д}}^2 \cos^2 \Delta\varphi} Rt.$$

Отсюда видно, что для уменьшения тепловых потерь электроэнергию следует передавать при повышенном напряжении в линии передачи и как можно меньшем сопротивлении самой линии. Уменьшение сопротивления, однако, требует увеличения сечения проводов и, следовательно, их утяжеления. Поэтому *наиболее эффективным способом уменьшения потерь является повышение напряжения.* Это, конечно, требует дополнительных затрат на улучшение изоляции, однако связанные с этим затраты существенно меньше тех, к которым может привести утяжеление проводов.

Напряжение в линии электропередачи ограничивается возможностью надежной изоляции и стеканием заряда с проводов в атмосферу (коронным разрядом). Обычно это напряжение составляет сотни киловольт. Так как столь высокие напряжения не могут вырабатываться генераторами тока (у которых оно не превышает 20 кВ) и не могут предлагаться потребителю, то необходимым элементом линии передачи становятся **трансформаторы** — *аппараты, предназначенные для повышения и понижения переменного напряжения при неизменной частоте тока.*

Первые трансформаторы, имевшие вид надетых одна на другую индукционных катушек, были изобретены в 1876 г. П. Н. Яблочковым. Усовершенствованная И. Ф. Усагиным конструкция трансформатора успешно демонстрировалась в 1882 г. на промышленной выставке в Москве. Конструкция трансформатора с замкнутым магнитным сердечником, близкая к современной, была предложена через два года английскими электротехниками Дж. и Э. Гопкинсонами.

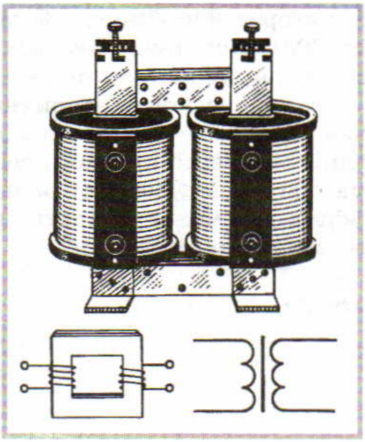


Рис. 203

В простейшем случае трансформатор состоит из замкнутого стального сердечника, на который надеты две катушки с проволочными обмотками. Та из обмоток, которая подключается к источнику переменного напряжения, называется *первичной*, а та, к которой присоединяют нагрузку, называется *вторичной*. Устройство и схематическое обозначение трансформатора показаны на рисунке 203.

Действие трансформатора основано на явлении электромагнитной индукции. При прохождении переменного тока по первичной обмотке в трансформаторе возникает переменное магнитное поле. Пронизывая обе обмотки, это поле приводит к появлению в каждой из них вихревого электрического поля. Действуя на заряженные частицы во вторичной обмотке, вихревое электрическое поле приводит к возникновению на ее концах переменного напряжения. Действующее значение этого напряжения $U_{д2}$ может быть как больше напряжения $U_{д1}$ в первичной обмотке, так и меньше его.

Чтобы выяснить, от чего это зависит, рассмотрим *холостой ход* трансформатора, т. е. такой режим работы, когда вторичная обмотка разомкнута. В этом случае $U_{д2} = \mathscr{E}_{д2}$, где $\mathscr{E}_{д2}$ — действующее значение ЭДС индукции во вторичной обмотке. С другой стороны, вследствие малости активного сопротивления первичной обмотки $U_{д1} \approx \mathscr{E}_{д1}$. Но каждая из ЭДС пропорциональна числу витков в соответствующей обмотке трансформатора (N_2 и N_1). Поэтому $U_{д1} \sim N_1$, $U_{д2} \sim N_2$, и, следовательно,

$$\frac{U_{д1}}{U_{д2}} = \frac{N_1}{N_2}. \qquad (96.2)$$

Величина, равная отношению действующих значений напряжения в обмотках трансформатора, называется **коэффициентом трансформации:**

$$K = \frac{U_{д1}}{U_{д2}}.$$

Этот коэффициент согласно (96.2) определяется отношением числа витков в первичной обмотке трансформатора к числу витков в его вторичной обмотке. Если $N_2 > N_1$, то $U_{д2} > U_{д1}$ и трансформатор является *повышающим*, а если $N_2 < N_1$, то $U_{д2} < U_{д1}$ и трансформатор является *понижающим*.

В случае когда вторичная обмотка замкнута на нагрузку, в ней появляется переменный ток. При нагрузке трансформатора, близкой к номинальной, $\cos \Delta\varphi \approx 1$. Потери энергии в трансформаторе малы. Поэтому мощность тока в первичной цепи трансформатора можно считать приблизительно равной мощности тока во вторичной цепи:

$$I_{д1}U_{д1} \approx I_{д2}U_{д2},$$

откуда

$$\frac{I_{д1}}{I_{д2}} \approx \frac{U_{д2}}{U_{д1}}.$$

Отсюда видно, что, повышая с помощью трансформатора напряжение в несколько раз, мы во столько же раз уменьшаем силу тока, и наоборот.

Существующие в трансформаторе незначительные потери энергии (2—3%) обусловлены перемагничиванием сердечника, небольшим рассеянием магнитного потока, а также нагреванием обмоток и сердечника. Для уменьшения потерь энергии, вызванных индукционными токами в сердечнике (их называют **токами Фуко**), последний делают не сплошным, а состоящим из тонких, изолированных друг от друга пластин. Сердечники трансформаторов малой мощности часто изготавливают из ферритов, которые, как известно, обладают малой проводимостью и в то же время ярко выраженными ферромагнитными свойствами.

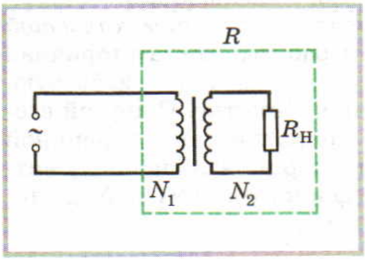


Рис. 204

Схема электрической цепи, в которой трансформатор работает под нагрузкой, изображена на рисунке 204. Расчеты показывают, что активное сопротивление той части этой цепи, которая обведена на рисунке штриховой линией, определяется выражением

$$R \approx K^2 R_н, \qquad (96.3)$$

где $K = N_1/N_2$ — коэффициент трансформации. Другими словами, трансформатор, присоединенный к резистору $R_н$, представляет для источника тока цепь, активное сопротивление R которой определяется формулой (96.3).

Из формулы (96.3) видно, что путем изменения коэффициента трансформации K можно менять сопротивление R трансформаторной цепи (его называют входным сопротивлением трансформатора) при неизменном значении сопротивления нагрузки $R_н$. Важность этого вывода станет ясной, если вспомнить, что условием выделения максимальной мощности в нагрузке является равенство ее сопротивления внутреннему сопротивлению источника. Но во многих случаях внутреннее сопротивление r источника одно, а сопротивление $R_н$ нагрузки другое, и ни одно из них изменить нельзя. Использование трансформатора позволяет достичь равенства $R = r$, сделав коэффициент трансформации равным $K = \sqrt{r/R_н}$. В этом случае действительно

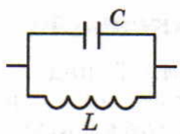
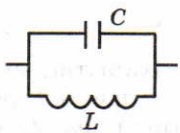
$$R = K^2 R_н = \frac{r}{R_н} R_н = r.$$

Так как сопротивление обмоток трансформатора мало по сравнению с $R_н$ и его КПД близок к 1, то вся поступающая от источника максимальная мощность будет при этом выделяться на резисторе $R_н$. Благодаря этому свойству трансформатор применяется не только при передаче электроэнергии на расстояние или непосредственно для преобразования напряжения, но и для согласования нагрузки и источника в различных электронных схемах.

? **1.** Каким способом можно уменьшить энергетические потери в линии электропередачи? **2.** Что такое трансформатор? **3.** Опишите принцип действия трансформатора. **4.** В каком случае трансформатор повышает напряжение и в каком понижает его? **5.** Каким образом трансформатор позволяет согласовать нагрузку и источник?

ИТОГИ И ОБОБЩЕНИЯ

Сравним различные виды электромагнитных колебаний, которые мы изучили, ответив на следующие вопросы: в каких системах и при каких условиях могут происходить колебания? От чего зависит частота колебаний? Какие превращения происходят при том или ином виде колебаний и каков в связи с этим характер колебаний? Результаты сравнения представим в виде таблицы.

	Электромагнитные колебания		
	свободные	**вынужденные**	**автоколебания**
Где происходят	В колебательном контуре (рис. 205, *а*)  а) Рис. 205, *а*	В резисторе, конденсаторе, в катушке индуктивности и в любых сочетаниях этих элементов	В колебательном контуре (рис. 205, *б*)  б) Рис. 205, *б*

	Электромагнитные колебания		
	свободные	**вынужденные**	**автоколебания**
При каких условиях	При сообщении контуру энергии (например, при зарядке конденсатора)	При наличии внешней периодически изменяющейся ЭДС	При поступлении энергии от источника через «клапан», который открывается и закрывается с помощью устройства обратной связи
От чего зависит частота	От свойств колебательного контура (C, L)	От частоты изменения внешней ЭДС, ω	От свойств колебательного контура (C, L)
Каков характер колебаний	Затухающие колебания	Незатухающие колебания	
Какие превращения энергии происходят	Энергия электрического поля превращается в энергию магнитного поля и обратно		
	Энергия электрического и магнитного полей — во внутреннюю энергию	Энергия источника тока восполняет потери на нагревание (превращается во внутреннюю энергию)	

Глава 18. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ

Когда Фарадей открыл электромагнитную индукцию, он не знал, что в том же, 1831 г. в г. Эдинбурге (в Шотландии) родился человек, которому спустя 24 года будет суждено создать математическую теорию этого явления. Звали этого человека Джеймс Клерк Максвелл. Изучив работы Фарадея и оценив глубину его идей, Максвелл пошел дальше. В 1864 г. он создал теорию электромагнитного поля, опираясь на которую предсказал существование *электромагнитных волн*.

§ 97. ГИПОТЕЗА МАКСВЕЛЛА

Открытие Фарадеем электромагнитной индукции говорит о порождении переменного электрического поля переменным магнитным полем. Когда Максвелл понял, что электрическое поле создается не только электрическими зарядами, но и переменным магнитным полем, он задумался о магнитном поле: создается ли оно только движущимися зарядами, или у него (как и у электрического) есть и другой источник? С особенной остротой этот вопрос встал тогда, когда Максвелл понял, что утверждение «Магнитное поле существует только вокруг движущихся электрических зарядов» приводит к противоречию. Чтобы понять, в чем состоит это противоречие, рассмотрим следующий пример.

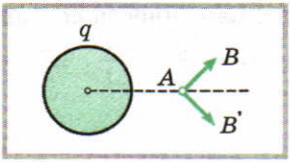


Рис. 206

Поместим в однородную проводящую среду металлический шар, которому сообщен положительный заряд q. Поскольку среда проводящая, то от шара по радиальным направлениям пойдут токи. Эти токи создадут магнитное поле $\vec{B}$. Как оно будет направлено? В силу сферической симметрии системы вектор $\vec{B}$ в каждой точке пространства может иметь лишь радиальное направление (так как все остальные направления, например AB и AB' на рисунке 206, совершенно равноправны). Но если все силовые линии магнитного поля будут выходить из центра шара, то это будет противоречить вихревому характеру рассматриваемого поля. Вихревой характер магнитного поля несовместим с представлением о существовании лишь единственного источника магнитного поля — движущихся зарядов (токов).

Если ни для одной точки поля вокруг заряженного шара в проводящей среде нельзя указать, как направлен в ней вектор $\vec{B}$, то, значит, у этого вектора никакого направления в данном случае нет. Но отсутствием определенного направления характеризуется лишь один вектор — нулевой. Поэтому мы вынуждены признать, что магнитного поля вокруг рассматриваемого шара просто не существует: $\vec{B} = \vec{0}$.

Чтобы разрешить это противоречие «ток есть, а магнитного поля нет», предположим, что источником магнитного поля служат не только обычные токи проводимости, но и так называемые токи смещения, которые были введены Максвеллом и природу которых можно установить следующим образом.

Так как $B = 0$, то этот ток смещения должен быть таким, чтобы в сумме с током проводимости давать нуль. Если I — сила тока проводимости, а $I_{см}$ — сила тока смещения, то

$$I_{см} + I = 0. \quad (97.1)$$

Магнитное поле тока проводимости при этом будет скомпенсировано магнитным полем тока смещения, и индукция результирующего магнитного поля окажется равной нулю.

Из (97.1) следует, что $I_{см} = -I$. Но $I = -\dfrac{\Delta q}{\Delta t}$ (здесь $\Delta q < 0$, так как заряд шара убывает, и, следовательно, $I > 0$, что соответствует выбору положительного направления в сторону от шара). Таким образом, $I_{см} = \dfrac{\Delta q}{\Delta t}$. Но вместе с зарядом шара уменьшается и напряженность создаваемого им электрического поля: $E \sim q$. Поэтому $\frac{\Delta q}{\Delta t} \sim \frac{\Delta E}{\Delta t}$, и, следовательно,

$$I_{\text{см}} \sim \frac{\Delta E}{\Delta t}.$$

Таким образом, сила тока смещения определяется скоростью изменения электрического поля. Если электрическое поле постоянно, то $I_{\text{см}} = 0$. Если же электрическое поле меняется, то ток смещения $I_{\text{см}} \neq 0$ и вокруг него появляется собственное магнитное поле.

Итак, с физической точки зрения под током смещения следует понимать изменяющееся электрическое поле. Максвелл выдвинул гипотезу о порождении переменного магнитного поля переменным электрическим полем. Именно переменное электрическое поле, согласно *гипотезе Максвелла,* является вторым (наряду с движущимися зарядами) источником магнитного поля.

Определение. Явление порождения магнитного поля переменным электрическим полем называется **магнитоэлектрической индукцией.**

Открыв магнитоэлектрическую индукцию, Максвелл сделал последний и решающий шаг на пути к созданию единой теории электрических и магнитных взаимодействий. Между электрическими и магнитными полями обнаружилась замечательная симметрия: переменное магнитное поле порождает электрическое поле, а переменное электрическое поле порождает магнитное. Стало ясно, что эти поля друг без друга существовать не могут и потому образуют единое целое — **электромагнитное поле.**

Гипотеза, сформулированная Максвеллом, позволила записать знаменитые уравнения Максвелла, представляющие собой основные законы классической электродинамики как физической теории. Математическая запись этих уравнений сложна, но все физические идеи, отраженные в них, мы уже знаем.

1. Электрическое поле существует вокруг электрических зарядов.
2. Магнитное поле существует вокруг движущихся электрических зарядов.
3. Переменное магнитное поле порождает переменное электрическое поле.
4. Переменное электрическое поле порождает переменное магнитное поле.
5. Магнитных зарядов нет.

Фарадей открыл электромагнитную индукцию опытным путем. Максвелл открыл магнитоэлектрическую индукцию теоретически. Подтвердить это открытие экспериментально при жизни Максвелла не удалось, так как достижимые в то время переменные электрические поля порождали столь слабые магнитные поля, что они не поддавались регистрации. По этой причине предположение Максвелла о токе смещения более 20 лет считалось всего лишь гипотезой. Фундаментальным законом природы его признали лишь после открытия электромагнитных волн.

? **1.** Опишите пример, из которого следует необходимость введения тока смещения. **2.** В чем состояла гипотеза Максвелла? **3.** Что такое магнитоэлектрическая индукция?

§ 98. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ

Итак, согласно теории Максвелла, переменное магнитное поле порождает вихревое электрическое (рис. 207), а переменное электрическое поле — вихревое магнитное (рис. 208). Заметим, что при возрастании индукции магнитного поля $B \left(\dfrac{\Delta B}{\Delta t} > 0\right)$ линии напряженности вихревого электрического поля (в соответствии с правилом Ленца) образуют левый винт с линиями индукции магнитного поля (рис. 207, *а*), а при убывании $\left(\dfrac{\Delta B}{\Delta t} < 0\right)$ — правый винт (рис. 207, *б*). При возрастании напряженности электрического поля $E \left(\dfrac{\Delta E}{\Delta t} > 0\right)$ линии индукции магнитного поля образуют правый винт с линиями напряженности электрического поля (рис. 208, *а*), а при убывании $\left(\dfrac{\Delta E}{\Delta t} < 0\right)$ — левый винт (рис. 208, *б*). Отсюда

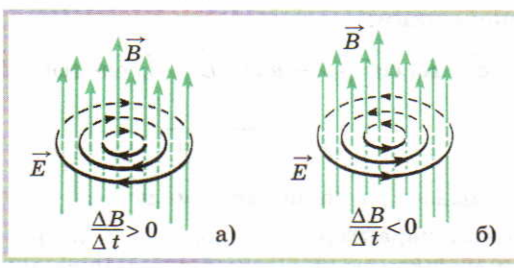


Рис. 207

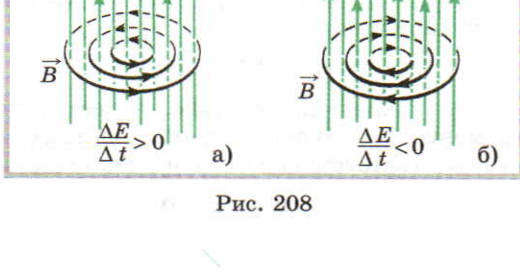


Рис. 208

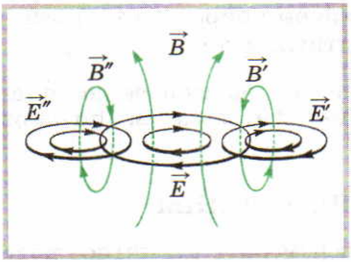


Рис. 209

Максвелл заключил, что в природе могут существовать *электромагнитные волны.*

В самом деле, представим себе проводник, в котором создан электрический ток. Если этот ток постоянен, то вокруг проводника будет существовать постоянное магнитное поле. При изменении силы тока индукция этого поля изменится. Возникнет, как принято говорить, *возмущение* электромагнитного поля. Переменное магнитное поле создаст изменяющееся электрическое. Это электрическое породит переменное магнитное. То, в свою очередь, снова электрическое и т. д. Возникнет система взаимно перпендикулярных изменяющихся электрических и магнитных полей, захватывающих все большие и большие области пространства (рис. 209).

Определение. Распространяющиеся в пространстве возмущения электромагнитного поля называются **электромагнитными волнами.**

К выводу о существовании электромагнитных волн приводят не только изложенные выше качественные рассуждения, но и анализ уравнений электромагнитного поля (уравнений Максвелла). Из этих уравнений следует, что в простейшем случае векторы $\vec{E}$ и $\vec{B}$ переменного электромагнитного поля удовлетворяют следующим соотношениям:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \cos(\omega t - kx), \quad \vec{B} = \vec{B}_0 \cos(\omega t - kx), \tag{98.1}$$

где

$$k = \omega\sqrt{\varepsilon_0\mu_0\varepsilon\mu} \text{ —} \tag{98.2}$$

величина, называемая **волновым числом,** ω — циклическая частота колебаний характеристик поля — $\vec{E}$ и $\vec{B}$, ε и μ — диэлектрическая и магнитная проницаемости однородной и изотропной диэлектрической среды, в которой рассматривается данное электромагнитное поле.

Проанализируем выписанные уравнения. Прежде всего заметим, что согласно этим уравнениям электромагнитное поле будет одинаковым для всех моментов времени t и координат x, удовлетворяющих соотношению

$$\omega t - kx = \text{const}. \tag{98.3}$$

Рассмотрим для определенности поле, существующее в точке $x = 0$ в момент времени $t = 0$. В этом случае константа в (98.3) обращается в нуль и соответствующее соотношение принимает вид:

$$\omega t - kx = 0.$$

Это означает, что те значения характеристик электромагнитного поля ($\vec{E}_0$, $\vec{B}_0$), которые существовали в начальный момент времени $t = 0$ в точке $x = 0$, через время $t > 0$ окажутся на расстоянии

$$x = \frac{\omega}{k}t \qquad (98.4)$$

от начала координат. Другими словами, возникнув в данной точке, возмущение электромагнитного поля тут же начинает распространяться от нее с некоторой скоростью. Но это и есть электромагнитная волна.

Итак, уравнения (98.1) описывают распространяющиеся вдоль положительного направления оси OX электромагнитные волны. Эти волны называют *монохроматическими* (или *синусоидальными*), так как в любой фиксированной точке x им соответствуют гармонические колебания характеристик поля, которые происходят с одной определенной частотой. Кроме того, их называют **плоскими**, так как в любой момент времени поверхности, на которых они характеризуются одинаковыми значениями характеристик поля, представляют собой плоскости, перпендикулярные направлению их распространения.

Распространяясь от источника, электромагнитная волна проникает во все более отдаленные от него области. Поверхность, отделяющую в данный момент времени область пространства, которую волна уже миновала, от остальной части пространства, в которой колебания еще не возникли, называют **волновым фронтом.** Распространение волны можно рассматривать как движение волнового фронта. При этом линию, направленную в сторону распространения волны и перпендикулярную в каждый момент времени волновому фронту, называют **лучом.**

В изотропной среде на расстояниях, существенно превышающих размеры источника волны, волновой фронт имеет вид сферической поверхности с центром в источнике волны. Волну со сферическим фронтом называют **сферической**. Плоской ее условно можно считать в том случае, когда источник находится настолько далеко от места наблюдения, что волновой фронт в этом месте из-за очень большого радиуса кривизны представляется с достаточной точностью частью плоскости.

Скорость, с которой распространяется возмущение электромагнитного поля, называется **скоростью** электромагнитной волны. Эта скорость может быть найдена с помощью соотношения (98.4):

$$v = \frac{x}{t} = \frac{\omega}{k}, \qquad (98.5)$$

или, учитывая формулу (98.2),

$$v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0 \varepsilon\mu}}. \qquad (98.6)$$

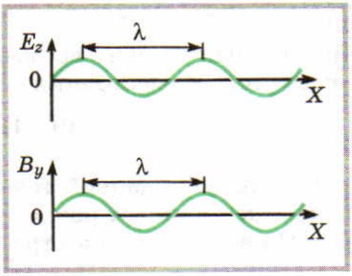


Рис. 210

Расстояние, на которое распространяется электромагнитная волна за время, равное периоду колебания в ней — это **длина волны.** Длина волны λ связана с ее частотой ν и скоростью v общим для всех волн соотношением

$$v = \lambda\nu.$$

На пространственных графиках волны (рис. 210) длина волны соответствует расстоянию между ее соседними гребнями.

Наряду с длиной волны λ синусоидальные волны характеризуют величиной $\vec{k}$, называемой волновым вектором.

Определение. Волновым вектором называется векторная физическая величина, направленная в сторону распространения волны и равная по модулю волновому числу.

Из формулы (98.5) следует, что волновое число

$$k = \frac{\omega}{v},$$

и потому волновой вектор может быть представлен в виде

$$\vec{k} = \frac{\omega}{v^2}\vec{v}. \qquad (98.7)$$

Выясним физический смысл волнового числа. Для этого учтем в выражении (98.7), что $\omega = 2\pi\nu$, а $v = \lambda\nu$. В результате получаем:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}. \qquad (98.8)$$

Предположим теперь, что на расстоянии l укладывается N длин волн, т. е. $l = N\lambda$. Тогда величина $1/\lambda = N/l$ будет показывать, сколько таких длин волн (или сколько гребней волн) укладывается на 1 м. Поскольку волновое число в 2π раз больше, то мы можем записать:

$$\boxed{k = 2\pi \cdot (\text{число гребней волны, приходящееся на 1 м}).}$$

Такое представление волнового числа потребуется нам в дальнейшем.

Последняя характеристика волны — это ее фаза. **Фазой** волны называют выражение, стоящее в уравнении этой волны под знаком синуса или косинуса. Фаза *плоской* синусоидальной волны, распространяющейся вдоль оси X, имеет вид

$$\varphi = \omega t - kx.$$

В общем случае, когда *плоская* волна распространяется в пространстве необязательно вдоль оси X, фаза волны в точке с радиус-вектором в момент времени t определяется выражением

$$\varphi = \omega t - \vec{k} \cdot \vec{r}. \quad (98.9)$$

Если волна *сферическая,* а не плоская, то ее фаза определяется не радиус-вектором, а расстоянием r от ее источника до данной точки:

$$\varphi = \omega t - kr. \quad (98.10)$$

Во всех этих выражениях начальная фаза волны для простоты считается равной нулю.

? **1.** Опишите процесс возникновения электромагнитной волны. **2.** Что такое электромагнитная волна? **3.** Чему равно волновое число? **4.** Чем отличается плоская волна от сферической? **5.** От чего зависит скорость электромагнитной волны? **6.** Что такое волновой вектор? **7.** Чему равна фаза плоской волны? сферической волны?

§ 99. ОТКРЫТИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН

Максвелл не подтвердил правильность своей теории опытным путем, и теория Максвелла поначалу не получила всеобщего признания.

Единой картины электрических и магнитных явлений в то время не существовало. В 70-х гг. XIX в. с электродинамикой Максвелла конкурировали теории многих ученых того времени.

Судьей в выборе правильной теории мог стать только эксперимент.

В 1878 г. в Берлинский университет, где работал Г. Гельмгольц, поступил учиться Генрих Герц. Школьная характеристика отмечала у абитуриента острую логику, надежную память и «легкость (если не сказать красоту) изложения». В школе он считался одним из лучших учеников в классе. Его интересовали все учебные предметы, и он с одинаковым увлечением занимался как физикой с математикой, так и французским, английским, итальянским и арабским языками. Он научился столярному, токарному и стеклодувному делу и проявил даже талант рисовальщика.

Генрих Рудольф Герц

Вскоре Гельмгольц обратил внимание на нового студента и обнаружил, что «имеет дело с учеником необычайной одаренности».

В 1879 г. Гельмгольц предложил Герцу решить задачу, вынесенную Берлинской академией наук на конкурс. Решение этой задачи позволяло наконец сделать выбор в пользу той или иной теории электромагнитных явлений. Проблема была очень сложной и сводилась по существу к экспериментальному обнаружению токов смещения. Сделав приблизительные расчеты, Герц понял, что применяемое тогда лабораторное оборудование не позволяет получить электрические колебания высокой частоты, которые были нужны для ее решения. Поэтому он предпочел уклониться от конкурсной темы и начал работать над докторской диссертацией. Через несколько месяцев двадцатитрехлетний Герц стал доктором наук.

В последующие годы Герц занимался теорией упругости, термодинамикой, катодными лучами и газовыми разрядами. Но мысль о нерешенной проблеме заставляла его снова и снова возвращаться к электромагнетизму.

Обобщая проблему, поставленную в конкурсном задании Берлинской академией наук, Герц решил с помощью экспериментов выяснить, существуют в действительности предсказанные Максвеллом электромагнитные волны или нет. Сам Герц в то время больше доверял теории Гельмгольца и потому надеялся, что эти эксперименты подтвердят взгляды его учителя, а не Максвелла. Все, однако, вышло по-другому.

Опыты начались 25 октября 1886 г.

Используемая Герцем экспериментальная установка была гениально простой. Она состояла из источника электромагнитных волн (вибратора Герца) и их приемника (резонатора Герца). **Вибратор Герца** (рис. 211) состоял из двух прямолинейных проводников, на концах которых имелись металлические шары. Между этими проводниками создавался воздушный зазор (так называемый искровой промежуток), а сами проводники подключались ко вторичной обмотке катушки Румкорфа[1]. Когда переменное напряжение на этой обмотке достигало «пробивного» значения, в воздушном зазоре про-

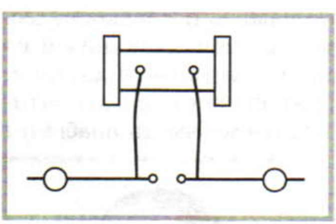


Рис. 211

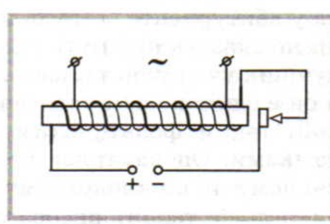


Рис. 212

[1] Катушка Румкорфа напоминает повышающий трансформатор. Она состоит из навитых на общий сердечник двух обмоток и прерывателя (рис. 212). Когда первичная обмотка катушки подключается к источнику постоянного напряжения (аккумулятору), якорь прерывателя притягивается к сердечнику (как к электромагниту) и отходит от контакта; ток в цепи прерывается, якорь отпускается и снова касается контакта, снова появляется ток и т. д. В результате этого по первичной обмотке катушки идет не постоянный, а пульсирующий ток. На вторичной обмотке при этом появляется переменное напряжение с амплитудой, существенно превышающей ЭДС аккумулятора.

исходил искровой разряд, замыкавший цепь вибратора, и в нем появлялись свободные электромагнитные колебания высокой частоты. Эти колебания были аналогичны тем, которые возникают при разряде конденсатора в обычном колебательном контуре. При последующем уменьшении напряжения на вторичной обмотке катушки разряд прекращался. Затем напряжение вновь достигало «пробивного» значения, снова проскакивала искра, и в вибраторе опять появлялись затухающие высокочастотные колебания.

Для обнаружения возникающих при этом электромагнитных волн Герц помещал на некотором расстоянии от вибратора **резонатор**, который состоял из согнутой в виде прямоугольника или кольца проволоки и также имел небольшой (в доли миллиметра) искровой промежуток. Под действием электрического поля волны в резонаторе возникали вынужденные колебания, амплитуда которых при резонансе оказывалась достаточной, чтобы вызвать в его искровом промежутке слабенькую, едва видимую в темноте искорку.

Наблюдая в темноте за резонатором, Герц обнаружил, что на каждую искру в вибраторе резонатор откликается своей маленькой искоркой. Наблюдая появление искорок при различных условиях, Герц приходит к выводу, что его «опыты могут служить обоснованием для теории электродинамических явлений, которую создал Максвелл, основываясь на воззрениях Фарадея».

Обнаруженные волны Герц называет «лучами электрической силы». Разместив вибратор в одной комнате, а резонатор в другой, он обнаруживает, что «изоляторы не задерживают луча, он проникает через деревянную стену или деревянную дверь, так что не без удивления можно наблюдать возникновение искр внутри закрытой комнаты». Меняя расположение вибратора и резонатора и совершенствуя их конструкции, а также применяя цинковые экраны в несколько квадратных метров и асфальтовую призму высотой 1,5 м, к 1889 г. Герц сумел не только убедительно доказать существование электромагнитных волн, но и установить все их основные свойства.

После открытия электромагнитных волн Герц совершенствует математическую сторону теории Максвелла. Появляется знаменитое изречение Герца: «На вопрос, что такое теория Максвелла, я не знаю более короткого и определенного ответа, как такой: теория Максвелла — это система уравнений Максвелла».

? **1.** Опишите устройство и принцип действия вибратора Герца. **2.** С помощью чего Герц регистрировал электромагнитные волны?

§ 100. СВОЙСТВА ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН

Предсказанные Максвеллом и открытые Герцем электромагнитные волны обладают рядом важных свойств. Рассмотрим некоторые из них.

1. Электромагнитные волны излучаются ускоренно движущимися (в частности, колеблющимися) зарядами, причем напряженность электрического поля излучаемой волны пропорциональна ускорению излучающих частиц:

$$E \sim a. \qquad (100.1)$$

Покоящиеся, а также равномерно и прямолинейно движущиеся заряды электромагнитных волн не излучают[1].

2. Электромагнитные волны (в отличие от упругих волн) могут распространяться не только в различных средах, но и в вакууме. В вакууме $\varepsilon = \mu = 1$. Подставляя эти значения в выражение (98.6), мы видим, что оно при этом не теряет смысла.

3. Скорость электромагнитных волн в вакууме выражается через электрическую и магнитную постоянные:

$$v_{\text{вак}} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}.$$

Подставляя в эту формулу значения $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м (см. § 91) и $\varepsilon_0 = \dfrac{1}{4\pi k}$ (см. § 67), где $k \approx 9 \cdot 10^9$ Н $\cdot$ м^2/Кл^2, получаем:

$$v_{\text{вак}} \approx 3 \cdot 10^8 \text{ м/с},$$

что совпадает со скоростью света в вакууме (c).

4. Скорость электромагнитных волн в диэлектрике в $\sqrt{\varepsilon\mu}$ раз меньше, чем в вакууме:

$$v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}}. \qquad (100.2)$$

Распространение электромагнитной волны в диэлектрике представляет собой процесс непрерывного поглощения и переизлучения электромагнитной энергии электронами и ионами вещества, совершающими вынужденные колебания в переменном электрическом поле волны. Из-за этого переизлучения и происходит уменьшение скорости электромагнитных волн в диэлектрике.

5. При переходе электромагнитной волны из одной среды в другую частота волны не изменяется[2].

6. Электромагнитные волны могут поглощаться веществом. Это явление обусловлено резонансным поглощением энергии заряженными частицами вещества, совершающими вынужденные колебания в переменном поле волны, и превращением части этой

---

[1] Это утверждение относится к движению заряда в вакууме. В веществе излучение волн возможно и при равномерном движении заряда, но только если скорость заряда превышает скорость электромагнитных волн в данной среде (эффект Вавилова — Черенкова).

[2] Это свойство справедливо для волн не слишком большой амплитуды. Если же амплитуда напряженности E_0 в волне окажется сравнимой с напряженностью электрического поля в атоме (~10^{11} В/м), то возникает так называемый нелинейный эффект, заключающийся в генерации волн удвоенной, утроенной и т. д. частоты. Такие эффекты наблюдаются при использовании лазеров.

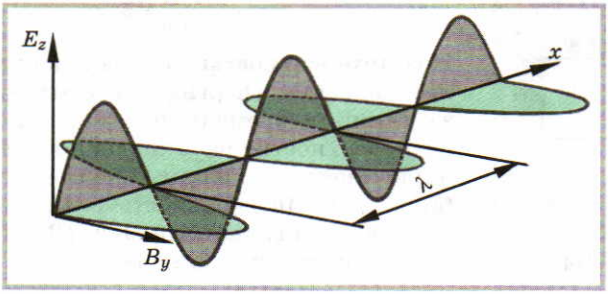


Рис. 213

энергии в энергию теплового движения частиц вещества. В тех случаях, когда частота электромагнитной волны сильно отличается от всех собственных частот колебаний ионов и электронов диэлектрика, поглощение становится слабым и вещество оказывается прозрачным для волн.

7. Попадая на границу раздела двух сред, часть электромагнитных волн отражается, а часть проходит во вторую среду, преломляясь. Если второй средой является металл, то прошедшая внутрь его волна очень быстро затухает, а бóльшая часть энергии (особенно у низкочастотных электромагнитных волн) отражается в первую среду. По этой причине даже тонкие слои металлов, как правило, оказываются непрозрачными для электромагнитных волн[1].

8. Векторы $\vec{E}$ и $\vec{B}$ в электромагнитной волне связаны со скоростью ее распространения в вакууме следующими соотношениями:

$$\vec{c} \cdot \vec{E} = 0, \tag{100.3}$$

$$\vec{c} \times \vec{E} = c^2\vec{B}. \tag{100.4}$$

Эти соотношения вытекают из уравнений Максвелла. Первое из них означает, что $\vec{E} \perp \vec{c}$. Из второго следует, что $\vec{B} \perp \vec{c}$. Таким образом, колебания поля в электромагнитной волне происходят перпендикулярно направлению ее распространения. Это означает, что электромагнитные волны являются *поперечными* (рис. 213).

9. Объемная плотность энергии электрического поля в электромагнитной волне в каждой точке и в любой момент времени равна плотности энергии магнитного поля:

$$w_{эл} = w_{м}. \tag{100.5}$$

10. Плотность энергии электромагнитного поля в распространяющейся в вакууме волне пропорциональна квадрату электрической напряженности:

$$w = w_{эл} + w_{м} = 2w_{эл} = \varepsilon_0 E^2. \tag{100.6}$$

11. Интенсивность электромагнитной волны пропорциональна среднему квадрату напряженности электрического поля в волне:

---

[1] Металлы прозрачны лишь для волн высокой частоты (например, для меди эта частота должна превышать 10^{16} Гц).

$$I = c\varepsilon_0 \overline{E^2}. \qquad (100.7)$$

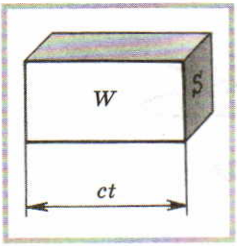


Рис. 214

Под **интенсивностью** волны I понимают среднее значение энергии, переносимой волной за единицу времени через единицу площади поверхности, расположенной перпендикулярно направлению распространения волны (рис. 214). Интенсивность волны измеряется в ваттах на квадратный метр (Вт/м^2) и может быть представлена в виде:

$$I = \frac{\overline{W}}{St} = \frac{\overline{w}V}{St} = \frac{\overline{w}Sct}{St} = c\overline{w}. \qquad (100.8)$$

Подставив в это выражение значение (100.6), мы получим (100.7).

12. Интенсивность электромагнитной волны пропорциональна четвертой степени ее частоты:

$$I \sim \nu^4. \qquad (100.9)$$

Частота электромагнитных волн совпадает с частотой колебаний излучающих частиц. Так как при этом $E \sim a$ (свойство 1), а ускорение при гармонических колебаниях $a \sim \nu^2$, то $E \sim \nu^2$. Подставив этот результат в (100.7), мы получим (100.9).

Из (100.9) следует, что для получения интенсивных электромагнитных волн в их источнике (вибраторе или антенне) нужно создавать электрические колебания достаточно высокой частоты. И наоборот, колебания низкой частоты, например промышленные переменные токи с частотой 50 Гц, излучают очень слабо. Поэтому, когда Герц получил письмо с предложением использовать электромагнитные волны для осуществления связи без проводов, его ответ был резко пессимистическим: «Электрические колебания в трансформаторах и телефонах слишком медленные... Практически сделать ничего нельзя... Вы не обнаружите ни малейшего действия. По крайней мере, я так думаю». Пессимизм Герца, однако, не оправдался. Уже через два года после его смерти русский ученый Александр Степанович Попов сумел передать с помощью электромагнитных волн первую в мире радиограмму.

? **1.** Чему равна скорость электромагнитных волн в вакууме? Зависит ли она от системы отсчета? **2.** Чем отличаются электромагнитные волны от упругих? **3.** Под каким углом друг к другу направлены в электромагнитной волне векторы $\vec{E}$ и $\vec{B}$? **4.** Докажите, что в электромагнитной волне $E = cB$. **5.** Докажите равенство (100.5). **6.** Что такое интенсивность волны? Как она зависит от E и ν. **7.** Какие из следующих характеристик волны меняются при ее переходе из одной среды в другую: период, скорость, частота, длина волны? **8.** На каком свойстве электромагнитных волн основана *радиолокация* (т. е. обнаружение и точное определение местонахождения различных объектов с помощью электромагнитных волн)?

§ 101. ПРИНЦИПЫ РАДИОСВЯЗИ

Радиосвязью *называют передачу и прием информации с помощью радиоволн, т. е. электромагнитных волн с частотой приблизительно от 10^5 до 10^9 Гц.* Для осуществления радиосвязи в пункте, из которого ведется передача сообщений, размещают радиопередатчик с передающей антенной, а в пункте, в котором ведется прием сообщений, — радиоприемник с приемной антенной.

Когда в передающей антенне создается переменный ток, он порождает в окружающем пространстве быстроменяющееся электромагнитное поле; это поле, распространяясь в виде радиоволн, достигает приемной антенны и вызывает в ней вынужденные электрические колебания той же частоты, на которой работает передатчик.

Высокочастотные колебания большой интенсивности могут распространяться на большие расстояния, но они не несут полезной информации, которую можно было бы воспринять в виде речи и музыки, поскольку не могут быть преобразованы в механические колебания звуковой частоты.

При **радиотелефонной связи**, когда передается речь или музыка, колебания давления воздуха в звуковой волне сначала превращаются с помощью микрофона в электрические колебания той же формы. Но так как эти колебания имеют низкую (звуковую) частоту, то излучают они очень слабо. Поэтому подавать их сразу на антенну не имеет смысла, они все равно излучаться практически не будут. Поэтому сначала получают высокочастотные колебания, обладающие некоторыми свойствами низкочастотных колебаний. Например, можно изменять в такт с низкочастотными колебаниями амплитуду, или частоту, или фазу высокочастотных колебаний. Такой процесс преобразования колебаний называется **модуляцией**.

Определение. Процесс преобразования высокочастотных колебаний определенной амплитуды в высокочастотные колебания, у которых амплитуда изменяется с частотой, равной частоте звукового сигнала, называется **амплитудной модуляцией**.

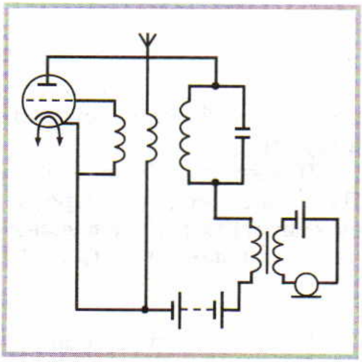


Рис. 215

Схема *радиопередающего устройства* изображена на рисунке 215. В него входят генератор электромагнитных колебаний, модулирующее устройство (соединенный с микрофоном повышающий трансформатор) и передающая антенна. Связь антенны с катушкой колебательного контура генератора является

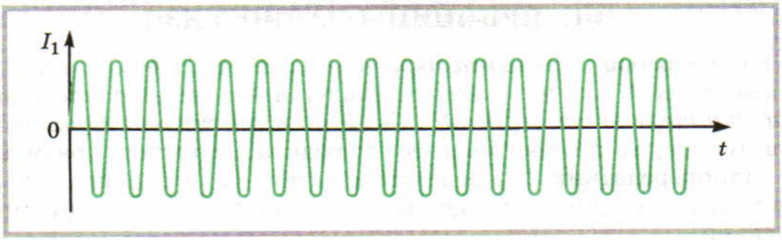


Рис. 216

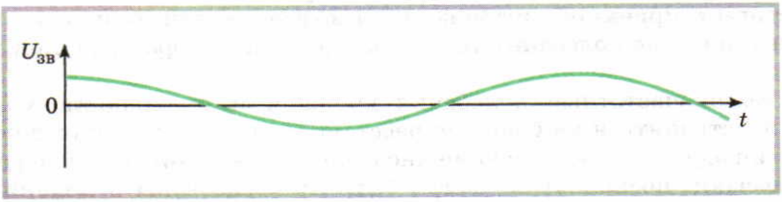


Рис. 217

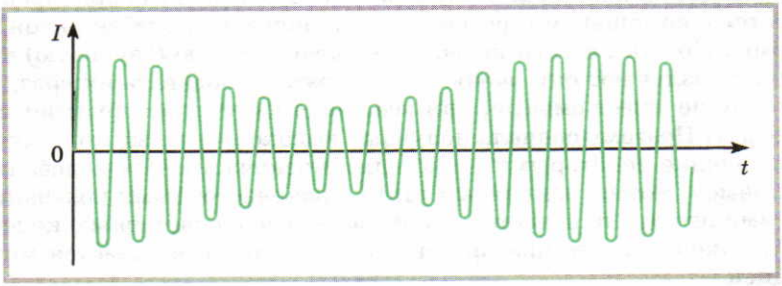


Рис. 218

индуктивной, т. е. осуществляется с помощью электромагнитной индукции.

Принцип действия радиопередатчика состоит в следующем. Пусть в генераторе передатчика (когда сигнал от микрофона отсутствует) вырабатываемые им колебания тока высокой (несущей) частоты имеют вид (рис. 216):

$$I_1 = I_0 \cos \omega t. \tag{101.1}$$

При появлении в цепи микрофона звукового сигнала частотой Ω (рис. 217) на вторичной обмотке трансформатора возникает переменное напряжение звуковой частоты, которое, влияя на силу тока в генераторе, приводит к периодическим изменениям амплитуды вырабатываемых им колебаний. В колебательном контуре генератора возникают амплитудно-модулированные колебания, происходящие по закону

$$I = (I_0 + \Delta I_0) \cos \omega t. \tag{101.2}$$

Так как изменение амплитуды здесь происходит с частотой звукового сигнала, то ΔI_0 можно представить в виде $\Delta I_0 = kI_0 \cos \Omega t$, где k — коэффициент пропорциональности, называемый *глубиной модуляции*. Подставляя последнее выражение в (101.2), получаем:

$$I = (I_0 + kI_0 \cos \Omega t) \cos \omega t. \tag{101.3}$$

Поскольку звуковая частота много меньше несущей (которая при радиовещании лежит в пределах от 10^5 до 10^9 Гц), то полученный сигнал (рис. 218) можно рассматривать как почти гармонические колебания с медленно изменяющейся амплитудой: $I_m = I_0 (1 + k \cos \Omega t)$.

Применяя к выражению (101.3) известную тригонометрическую формулу

$$2 \cos \alpha \cos \beta = \cos (\alpha - \beta) + \cos (\alpha + \beta),$$

можно получить

$$I = I_0 \cos \omega t + \frac{kI_0}{2} \cos(\omega - \Omega)t + \frac{kI_0}{2} \cos(\omega + \Omega)t.$$

Полученное выражение показывает, что данный амплитудно-модулированный сигнал можно рассматривать как сумму трех гармонических колебаний, происходящих с частотами ω, $\omega - \Omega$ и $\omega + \Omega$. Появившиеся здесь дополнительные частоты $\omega - \Omega$ и $\omega + \Omega$ называют соответственно нижней и верхней *боковыми частотами*.

Если по горизонтальной оси откладывать частоту, а по вертикальной оси — амплитуду колебаний, то структуру рассматриваемого сигнала можно представить в виде *спектрограммы* (или амплитудно-частотной характеристики сигнала), изображенной на рисунке 219.

Так как $\Omega \ll \omega$, то все появившиеся в модулированном сигнале колебания оказываются высокочастотными и потому пригодными для излучения радиоволн.

Из рисунка 219 видно, что ширина канала связи (т. е. полосы частот, занятой для передачи данного звукового сигнала) равна 2Ω. Поэтому для определения возможного числа независимо работающих передатчиков (каналов связи) в диапазоне частот $\Delta\omega$ можно применять следующее соотношение:

$$N = \frac{\Delta\omega}{2\Omega}.$$

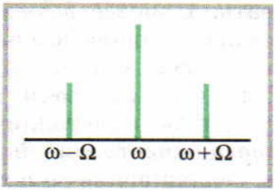


Рис. 219

Отсюда можно заметить, что чем больше несущая частота ω, тем большее число независимых и не мешающих друг другу радиостанций можно разместить в заданном диапазоне частот. Так, например, если $2\Omega = 5 \cdot 10^4$ с$^{-1}$, то для диапазона частот от 10^5 до 10^6 с$^{-1}$ мы будем иметь:

$$N_1 = \frac{10^6 - 10^5}{5 \cdot 10^4} = 18,$$

а для диапазона частот от 10^6 до 10^7 с$^{-1}$:

$$N_2 = \frac{10^7 - 10^6}{5 \cdot 10^4} = 180.$$

Излучаемые антенной передатчика амплитудно-модулированные волны переносят звуковую информацию к радиоприемнику. Для выделения этой информации из высокочастотного сигнала в приемнике необходимо осуществить процесс, обратный модуляции, т. е. демодуляцию (или детектирование).

Определение. Детектирование (или **демодуляция**) — это процесс преобразования модулированных колебаний высокой частоты в низкочастотные колебания.

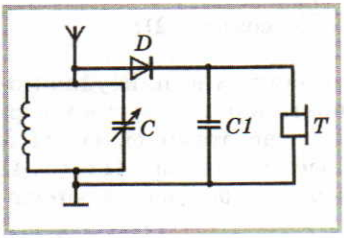


Рис. 220

Схема простейшего *детекторного радиоприемника* приведена на рисунке 220. Поскольку радиоприемника достигают волны, приходящие от множества радиостанций, работающих на различных частотах, приемную антенну связывают с колебательным контуром, содержащим конденсатор переменной емкости. Этот контур позволяет с помощью резонанса выделить из множества принимаемых антенной довольно слабых сигналов один, нужный нам. Меняя емкость C конденсатора в контуре, можно добиться совпадения собственной частоты контура ($\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$) с интересующей нас частотой волны. При этом вследствие резонанса амплитуда вынужденных колебаний напряжения данной частоты резко возрастет, и тем самым нужный нам сигнал будет выделен.

Для увеличения дальности приема цепь радиоприемника заземляют.

Выделенный сигнал нужной частоты требуется демодулировать. Процесс демодуляции в приемнике осуществляется в два этапа: сначала высокочастотные колебания выпрямляются, превращаясь в пульсирующий ток (рис. 221), а затем эти пульсации сглаживаются (рис. 222). Выпрямление осуществляется с помощью кристаллического детектора D — устройства, обладающего односторонней проводимостью (полупроводникового диода), а сглаживание — с помощью так называемого фильтра низких частот, роль которого играет подключенный параллельно телефо-

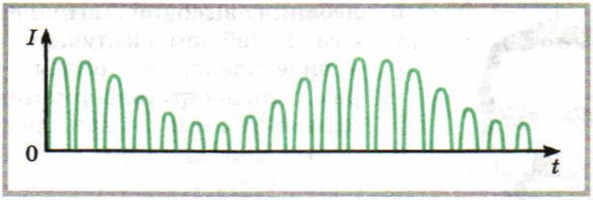


Рис. 221

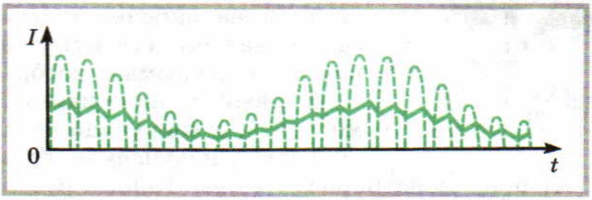


Рис. 222

ну T конденсатор $C1$. Емкость этого конденсатора подбирают так, чтобы его сопротивление переменному току (емкостное сопротивление) было связано с сопротивлением R обмотки катушек телефона следующим соотношением:

$$\frac{1}{\omega C_1} < R < \frac{1}{\Omega C_1}.$$

Сглаживание пульсаций осуществляется следующим образом. В те моменты времени, когда диод пропускает ток, часть его проходит через телефон, а другая часть ответвляется в конденсатор, заряжая его. Когда же диод заперт, конденсатор разряжается и ток через телефон продолжает идти в прежнем направлении. Каждый новый импульс тока подзаряжает конденсатор. В результате этого через телефон будет идти ток звуковой частоты, форма колебаний которого почти точно воспроизводит форму низкочастотного сигнала на передающей станции. Мембрана телефона преобразует эти электрические колебания в слышимый звук. Что касается оставшихся небольших пульсаций (см. рис. 222), то из-за своей высокой частоты они практически не сказываются на колебаниях мембраны и не воспринимаются на слух.

В схему детекторного радиоприемника не входит источник тока, так как этот приемник работает за счет энергии, переносимой электромагнитными волнами.

С помощью электромагнитных волн можно передавать не только звуковые сообщения, но и изображение. На телевизионной станции передаваемое изображение преобразуется в электрические колебания — сигнал изображения, которым модулируют ко-

Александр Степанович Попов

лебания высокой (несущей) частоты. Эти колебания излучаются антенной в виде электромагнитных волн, которые переносят информацию к приемным антеннам телевизоров (телевизионных приемников). Здесь в результате детектирования снова получается сигнал изображения, который начинает управлять потоком электронов в кинескопе телевизора. Пробегая строку за строкой на экране, электронный луч заставляет его светиться в соответствии с передаваемым изображением.

Первый радиоприемник («грозоотметчик»), реагирующий звонком на радиоволны, излучаемые грозовыми разрядами, был продемонстрирован 7 мая 1895 г. русским ученым А. С. Поповым. В этом же году им был создан первый радиопередатчик. Для записи принимаемых от него сигналов на телеграфную ленту Попов включил в цепь звонка своего приемника телеграфный аппарат Морзе. 24 марта 1896 г. Попов продемонстрировал первую в мире радиопередачу и прием телеграфного текста. Радиограмма передавалась из химической лаборатории Петербургского университета в физическую, расположенную на расстоянии 250 м от первой, и состояла из слов «Heinrich Hertz».

Изобретатель радио увековечил в первой радиограмме того, кто первым в мире наблюдал электромагнитные волны.

Летом 1896 г. аналогичные устройства для беспроволочной связи были созданы итальянским изобретателем Г. Маркони. В отличие от Попова он не забыл получить на свое изобретение английский патент. Благодаря большим материальным возможностям и своей энергии Маркони добился широкого применения радиотелеграфной связи на практике. В 1901 г. он осуществил радиосвязь через Атлантический океан, передав тремя точками азбуки Морзе латинскую букву *S*. За развитие радиотехники и распространение радио как средства связи Маркони был награжден Нобелевской премией.

Передача с помощью радиоволн живой человеческой речи стала возможной после изобретения лампового генератора (1913) и создания на его основе мощных радиопередатчиков. В 1915 г. российский ученый Н. Д. Папалекси установил радиотелефонную связь между Царским Селом и Петроградом, а осенью 1920 г. должен был состояться радиотелефонный диалог между Москвой и Берлином. Однако диалога не получилось: в Берлине голос Москвы услышали, но ответить не смогли, так как у немецкого передатчика фирмы «Телефункен» для этого не хватило мощности. В 1922 г. под руководством советского радиотехника

М. А. Бонч-Бруевича в Москве была построена самая мощная в мире радиовещательная станция.

? **1.** Что называют радиосвязью? **2.** Чем отличается радиотелефонная связь от радиотелеграфной? **3.** Что такое амплитудная модуляция? Для чего она нужна? **4.** Объясните принцип действия радиопередатчика. **5.** Что такое детектирование? Как иначе оно называется? **6.** Объясните назначение каждого элемента в схеме детекторного радиоприемника. **7.** Кто и когда изобрел первый радиоприемник? **8.** Какой текст впервые был передан по радио?

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Вокруг нас существует сложный мир электромагнитных полей, оставаясь недоступным нашему зрению, но открытый нашему разуму благодаря ученым-физикам!

До Фарадея и Максвелла был свет, было электричество и был магнетизм — явления, по тем представлениям никак не связанные друг с другом. Но маленькое чудо, обнаруженное Эрстедом, который поместил рядом с проводником с током магнитную стрелку, подарило Фарадею надежду на отыскание глубинных связей между всеми этими явлениями. Через 11 лет после опытов Эрстеда Фарадей открыл электромагнитную индукцию, еще через 3 года он ввел представление о силовых линиях, а еще через 11 лет в его работах впервые появляется термин «поле». Мало кто тогда понимал огромную значимость этого события. Для подавляющего большинства современников Фарадей был просто гениальным экспериментатором. Отсутствие математики в его трудах мешало им понять его теоретические воззрения. Чтобы сделать концепцию поля доступной пониманию физиков, требовался математический гений с физической интуицией Фарадея. Таким гением явился Максвелл.

Джеймс Клерк Максвелл родился в год открытия Фарадеем электромагнитной индукции — 13 июня 1831 г. Друзьями маленького Джеймса были лошадка пони, собачка и вообще все живое, что окружало его. В своих письмах он спрашивал: «Как поживают травы, кустарники и деревья? Коровы, овцы, лошади, собаки и люди?»

Рассказывая о своем трехлетнем сыне, мать Джеймса писала: «У него по горло работы с дверями, замками, ключами и т. д., а слова „покажи мне, как это делается" постоянно сопутствуют ему». Из любознательного малыша вырос выдающийся ученый. Первая научная работа — в 14 лет. Она была посвящена механическому методу построения кривых некоторого типа. После нее последовали другие.

В 24 года Максвелл стал профессором. Написав свою первую статью по электромагнетизму «О фарадеевых силовых линиях» (1857), 25-летний Максвелл посылает один из экземпляров статьи Фарадею. Через некоторое время Максвелл получает от 65-летнего ученого ответ, в котором были такие слова: «Я получил Вашу статью и очень благодарен Вам за нее. Я не осмелюсь сказать, что благодарю Вас за сказанное Вами о „Линиях силы", потому что я знаю, что Вы сделали в интересах философской истины, но Вы должны полагать, что эта работа приятна мне и весьма стимулирует мысли об этом.

Вначале я почти испугался, увидев, какую математическую мощь Вы затратили на этот предмет, а затем изумился, увидя, что предмет так хорошо выстоял».

В лице молодого шотландского ученого Фарадей впервые нашел человека, который понял его.

В 29 лет Максвелл становится академиком. Будучи разносторонним ученым, он работает не только в области электродинамики, но и над проблемами небесной механики, теории упругости, статистики, молекулярной физики, оптики, теории цветового зрения и др.

После написания в 1864 г. «Динамической теории электромагнитного поля» Максвелл начал работать над фундаментальным «Трактатом по электричеству и магнетизму». Этот двухтомный труд вышел в 1873 г. «Трактат...» Максвелла подводил итог почти двухвековому развитию учения об электрических и магнитных явлениях и, по словам современников, являлся для них «библией электричества».

Создав единую теорию электромагнитного взаимодействия, включившую в себя также и учение о свете как электромагнитных волнах, Максвелл совершил одно из величайших обобщений в физике и создал новую картину мира — электродинамическую, отличающуюся от механической картины мира, сложившейся в работах Ньютона.

Написанные Максвеллом уравнения электромагнитного поля описывали единым образом такой громадный круг физических явлений, что их изучением занимались несколько поколений ученых. «Трудно избавиться от чувства, — писал Генрих Герц, — что эти математические формулы живут независимой жизнью и обладают своим собственным интеллектом, что они мудрее, чем мы сами, мудрее даже, чем их автор, и что они дают нам больше, чем в свое время было в них заложено».

ЗАДАЧИ И УПРАЖНЕНИЯ

МЕХАНИКА

Глава 1

1. Когда можно и когда нельзя принять за материальную точку: а) ножницы; б) автомобиль; в) ракету?

2. Когда можно и когда нельзя принять за материальную точку: а) самолет; б) будильник; в) Солнце?

3. На рисунке 223 изображены две точки: A и B. Определите координаты этих точек. Начертите в тетради радиус-векторы этих точек и найдите их модули.

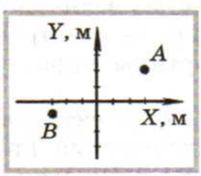


Рис. 223

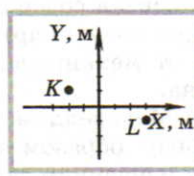


Рис. 224

4. На рисунке 224 изображены две точки: K и L. Определите координаты этих точек. Начертите в тетради радиус-векторы этих точек и найдите их модули.

5. Какую величину измеряет счетчик километров в автомобиле: пройденный путь или длину перемещения?

6. Брошенный вверх камень поднялся на высоту 10 м и упал обратно в ту точку, откуда был брошен. Найдите путь, пройденный камнем, и модуль его перемещения.

7. Велосипедист движется по траектории в форме окружности радиусом 30 м. За некоторый промежуток времени он проехал половину длины окружности. Определите его перемещение за это время и пройденный им путь.

8. Гуляя, молодой человек прошел 3 км на север, где встретился со своей подругой. Проехав после этого 4 км в восточном направлении, они оказались у кинотеатра. Определите путь и перемещение, совершенные молодым человеком.

9. Частица перемещается из точки с координатами $x_0 = 1$ м, $y_0 = 3$ м в точку с координатами $x = 1$ м, $y = 1$ м. Начертите вектор перемещения частицы и найдите его проекции на координатные оси.

Дано:
$x_0 = 1$ м
$y_0 = 3$ м
$x = 1$ м
$y = 1$ м

s_x — ?
s_y — ?

Решение:

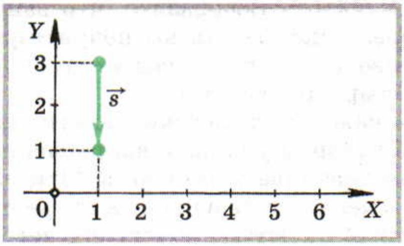


Рис. 225

Перемещение $\vec{s}$ представляет собой вектор, проведенный из начального положения частицы в конечное положение (рис. 225). Проекция перемещения на ось OX находится по формуле:

$$s_x = x - x_0,$$

откуда

$$s_x = 1 \text{ м} - 1 \text{ м} = 0.$$

Аналогично находится проекция перемещения на ось OY:

$$s_y = y - y_0,$$
$$s_y = 1 \text{ м} - 3 \text{ м} = -2 \text{ м}.$$

Ответ: $s_x = 0$, $s_y = -2$ м.

10. В начальный момент времени жук находился в точке с координатами $x_0 = 2$ м, $y_0 = -3$ м. Через некоторое время он переполз в точку с координатами $x = -3$ м, $y = 2$ м. Начертите вектор перемещения и найдите его проекции на координатные оси.

11. На рисунке 226 изображены три вектора: $\vec{a}$, $\vec{v}$ и $\vec{s}$. Перечертите их в тетрадь и выразите проекции этих векторов через их модули. Какие из этих проекций равны нулю?

Решение:

$$\begin{cases} v_x = 0, \text{ так как } \vec{v} \perp \overrightarrow{OX}, \\ v_y = v, \text{ так как } \vec{v} \uparrow\uparrow \overrightarrow{OY}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} s_x = 0, \text{ так как } \vec{s} \perp \overrightarrow{OX}, \\ s_y = -s, \text{ так как } \vec{s} \uparrow\downarrow \overrightarrow{OY}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_x = a, \text{ так как } \vec{a} \uparrow\uparrow \overrightarrow{OX}, \\ a_y = 0, \text{ так как } \vec{a} \perp \overrightarrow{OY}. \end{cases}$$

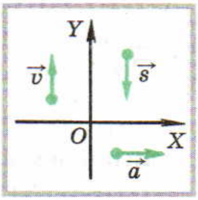


Рис. 226

12. На рисунке 227 изображены три вектора: $\vec{a}$, $\vec{v}$ и $\vec{s}$. Перечертите их в тетрадь и выразите проекции этих векторов через их модули. Какие из этих проекций равны нулю?

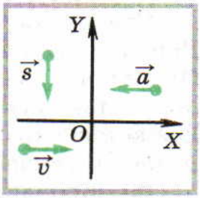


Рис. 227

13. Скорость распространения сигнала по нервным волокнам составляет ≈ 50 м/с. Вообразите, что ваша рука дотягивается до Солнца. Через какое время вы почувствуете боль от ожога?

14. Человеческий волос растет со скоростью $5 \cdot 10^{-9}$ м/с. Насколько он вырастет за год?

15. Для каждой из перечисленных ниже ситуаций сделайте рисунок, на котором укажите направление ускорения, с которым движется рассматриваемое тело: а) двигаясь вертикально вниз и постепенно уменьшая свою скорость, вертолет садится на землю; б) оторвавшись от ветки, яблоко падает вниз; в) автобус тормозит у остановки.

16. Для каждой из перечисленных ниже ситуаций сделайте рисунок, на котором укажите направление ускорения, с которым движется рассматриваемое тело: а) автомобиль трогается с места; б) ракета стартует с космодрома; в) горизонтально летящая пуля попадает в земляной вал и застревает в нем.

17. На рисунках к задаче 15 изобразите систему координат *XOY* и выразите проекции ускорений через их модули. Какие из этих проекций равны нулю?

18. На рисунках к задаче 16 изобразите систему координат *XOY* и выразите проекции ускорений через их модули. Какие из этих проекций равны нулю?

19. Координата движущегося тела с течением времени меняется по закону: $x = -2 + 4t - 3t^2$. Определите начальную координату тела, проекцию начальной скорости, проекцию ускорения, а также характер движения тела, снабдив решение соответствующим рисунком.

Дано:

$x = -2 + 4t - 3t^2$

x_0 — ?

v_{0x} — ?

a_x — ?

Решение:

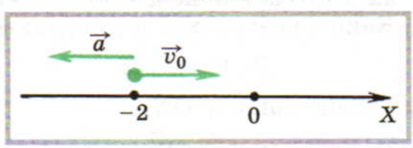


Рис. 228

Выпишем рядом с данным уравнением общее уравнение (9.6):

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{a_x}{2} t^2,$$

$$x = -2 + 4t - 3t^2.$$

Сравнивая их, находим: $x_0 = -2$ м, $v_{0x} = 4$ м/с, $a_x = -6$ м/с^2. Данную ситуацию иллюстрирует рисунок 228.

Ответ: тело, находясь в начальный момент времени в точке с координатой $x_0 = -2$ м и имея в этот момент скорость $v_0 = 4$ м/с, движется вправо, постепенно замедляясь. Движение равноускоренное с ускорением $a = 6$ м/с^2.

20. Координата движущегося тела с течением времени меняется по закону: а) $x = 2t + 4t^2$; б) $x = 1 - 2t^2$; в) $x = t^2$; г) $x =$

$= 4 - t$; д) $x = 10$. Определите в каждом из этих случаев начальную координату тела, проекцию начальной скорости, проекцию ускорения, а также характер движения тела, снабдив решение соответствующим рисунком.

21. Автомобиль, находясь на расстоянии 50 м от светофора и имея в этот момент скорость 36 км/ч, начал тормозить. Определите положение автомобиля относительно светофора через 4 с после начала торможения, если ускорение автомобиля равно 2 м/с^2.

Дано:

	СИ
$l = 50$ м	50 м
$v_0 = 36$ км/ч	10 м/с
$t = 4$ с	4 с
$a = 2$ м/с^2	2 м/с^2
x — ?	

Решение:

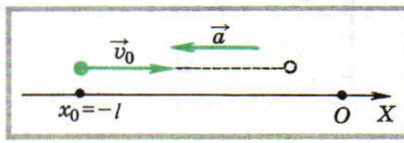


Рис. 229

Свяжем систему отсчета с поверхностью земли, координатную ось OX направим по направлению движения автомобиля, за начало координат O примем точку, где находится светофор (рис. 229).

Уравнение для координаты тела при равноускоренном движении имеет вид:

$$x = x_0 + v_{0x}t + a_x \frac{t^2}{2},$$

где $x_0 = -l,$
$v_{0x} = v_0,$
$a_x = -a.$

Подставляя выписанные значения в уравнение для координаты, получаем:

$$x = -l + v_0 t - a\frac{t^2}{2}.$$

Мы получили ответ в общем (аналитическом) виде. Теперь произведем вычисления:

$$x = \left(-50 + 10 \cdot 4 - 2\frac{4^2}{2}\right) \text{м} = -26 \text{ м}.$$

Ответ: через 4 с после начала торможения автомобиль будет находиться на расстоянии 26 м левее светофора.

22. Автобус, находясь на расстоянии 100 м от перекрестка, начинает двигаться в сторону от него с ускорением 1 м/с^2. Где будет находиться автобус через 6 с?

23. Снаряд, начальная скорость которого 1000 м/с, пробивает стену блиндажа за 0,001 с, двигаясь внутри ее с ускорением $8 \cdot 10^5$ м/с^2. Чему равна толщина стены?

Дано:	Решение:
$v_0 = 10^3$ м/с^2 $t = 10^{-3}$ с $a = 8 \cdot 10^5$ м/с d — ?	Сделаем рисунок, на котором изобразим все векторы, имеющие отношение к задаче (рис. 230). Систему отсчета свяжем с поверхностью земли. Координатную ось направим по направлению движения снаряда. Ускорение из-за

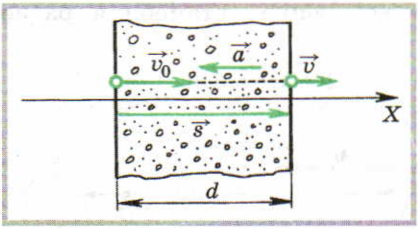


Рис. 230

торможения снаряда будет направлено в противоположную сторону.

Толщину стены d найдем, используя формулу для проекции перемещения:

$$s_x = v_0 t + a_x \frac{t^2}{2},$$

где $s_x = d,$
$v_{0x} = v_0,$
$a_x = -a.$

Таким образом,

$$d = v_0 t - \frac{at^2}{2}.$$

Произведем вычисления:

$$d = \left(10^3 \cdot 10^{-3} - 8 \cdot 10^5 \cdot \frac{10^{-6}}{2}\right) \text{м} = 0{,}6 \text{ м}.$$

Ответ: толщина стены $d = 0{,}6$ м.

24. Велосипедист, движущийся со скоростью 3 м/с, начинает спускаться с горы с ускорением 0,8 м/с^2. Найдите длину горы, если спуск занял 6 с.

25. Гоночный автомобиль трогается с места с ускорением 14 м/с^2. Чему будет равна его скорость через 7 с?

26. Пуля винтовки, имеющая начальную скорость 800 м/с, пробила стену за 0,6 м/с. С какой скоростью пуля вылетела из стены, если ее ускорение внутри стены было равно $7 \cdot 10^5$ м/с^2?

27. Скорость спуска парашютиста после раскрытия парашюта уменьшилась от 60 до 5 м/с за 1,1 с. Найдите ускорение парашютиста.

28. С каким ускорением двигался автомобиль, если за 10 с его скорость увеличилась с 18 до 36 км/с?

29. Автобус движется со скоростью 36 км/ч. На каком минимальном расстоянии от остановки водитель должен начать тормозить, если для удобства пассажиров ускорение при торможении автобуса не должно превышать 1,2 м/с^2?

30. Космическая ракета стартует с космодрома с ускорением 45 м/с^2. Какую скорость она будет иметь после того, как пролетит 1000 м?

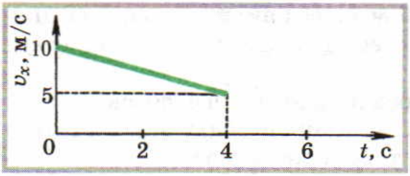


Рис. 231

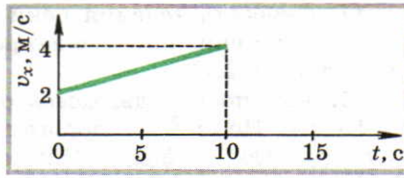


Рис. 232

31. Санки скатываются с горы длиной 72 м в течение 12 с. Определите их скорость в конце пути. Начальная скорость санок равна нулю.

32. Поезд трогается с места с ускорением 0,075 м/с^2. За какое время он пройдет 1,5 км? До какой скорости он при этом разгонится?

33. По графику проекции скорости, изображенному на рисунке 231, определите ускорение, с которым двигалось тело, и перемещение, совершенное им за 4 с.

34. По графику проекции скорости, изображенному на рисунке 232, определите ускорение, с которым двигалось тело, и перемещение, совершенное им за 10 с.

35. Вращающийся диск сделал за 20 с 50 оборотов. Определите период и частоту его обращения.

36. Определите период и частоту обращения минутной и часовой стрелок часов.

37. С какой скоростью и с каким ускорением движутся точки экватора Земли при ее вращении вокруг своей оси?

38. С какой скоростью и с каким ускорением обращается Земля вокруг Солнца?

39. Искусственный спутник Земли движется вокруг нее по круговой орбите со скоростью 7,8 км/с. Определите период обращения спутника, если высота спутника над поверхностью Земли составляет 320 км.

40. Луна движется вокруг Земли на расстоянии 384 000 км от нее, совершая один оборот за 27,3 сут. Определите центростремительное ускорение Луны.

41. Автомобиль движется по выпуклому мосту, имеющему радиус кривизны 30 м, со скоростью 36 км/ч. Чему равно ускорение автомобиля? Куда оно направлено?

42. Чему равно центростремительное ускорение поезда, движущегося по закруглению радиуса 1000 м со скоростью 54 км/ч?

Глава 2

43. Скорость моторной лодки относительно воды $v' = 3$ м/с. Скорость течения реки $V = 0{,}6$ м/с. Какова скорость v лодки относительно берега при ее движении вверх по реке?

44. Скорость течения реки 0,5 м/с. С какой скоростью движется лодка вниз по течению реки, если скорость лодки на озере составляет 4 м/с?

45. Автомобиль движется относительно дороги со скоростью $v = 15$ м/с. По этой же дороге в ту же сторону едет велосипедист со скоростью $V = 5$ м/с. Определите скорость автомобиля v' относительно велосипедиста. Какой путь проедет автомобиль за 10 мин относительно земли и относительно велосипедиста?

46. Скорость мотоциклиста относительно дороги 15 м/с. Навстречу мотоциклисту со скоростью 5 м/с относительно земли движется велосипедист. Определите скорость мотоциклиста относительно велосипедиста. Какой путь проедет мотоциклист за 20 мин относительно земли и относительно велосипедиста?

47. Колонна войск во время похода движется со скоростью $V = 5$ км/ч, растянувшись по дороге на расстояние $l = 400$ м. Командир, находящийся в хвосте колонны, посылает вперед велосипедиста с поручением головному отряду. Велосипедист едет со скоростью $v = 25$ км/ч. Выполнив на ходу поручение, он сразу же поворачивается и возвращается с такой же скоростью назад. Через сколько времени после получения поручения он вернулся к командиру?

48. Определите скорость теплохода, имеющего длину 300 м и движущегося по прямому курсу в неподвижной воде, если катер, имеющий скорость 90 км/ч, проходит расстояние от кормы движущегося теплохода до его носа и обратно за время 37,5 с.

Дополнительные задачи

Д1. Лодочник переплывает реку шириной 300 м. Скорость течения реки 1,2 м/с, скорость лодки в спокойной воде 1,6 м/с. На какое расстояние течение относит лодку вниз? Какой путь пройдет лодка относительно воды и относительно берега?

Д2. Дождевые капли, падающие отвесно относительно земли, попадают на окно вагона поезда, движущегося со скоростью 45 км/ч, и оставляют на нем след под углом 60° к вертикали. Какова скорость падения капель относительно земли и относительно вагона?

Глава 3

49. Объясните, почему человек может бежать по тонкому льду, на котором не может стоять, не проваливаясь.

50. Почему пуля, вылетевшая из ружья, не может отворить дверь, но пробивает в ней отверстие, в то время как давлением пальца дверь отворить легко, а проделать отверстие практически невозможно?

51. Какое ускорение будет сообщать телу массой 2 кг сила 20 Н?

52. Тело массой 4 кг движется с ускорением 0,5 м/с^2. Чему равна сила, сообщающая телу это ускорение?

53. На тело массой 4 кг действуют две силы во взаимно перпендикулярных направлениях. Определите ускорение тела, если действующие на него силы равны 5 и 12 Н.

54. Две силы, одна из которых равна 3 Н, действуя во взаимно перпендикулярных направлениях, сообщают телу массой 2 кг ускорение 2,5 м/с^2. Чему равна другая сила?

55. На воз действуют лебедь, рак и щука. Изобразите силы, действующие на воз, учитывая, что «воз и ныне там».

56. Почему две равные по модулю и противоположные по направлению силы не в состоянии сообщить телу ускорение?

57. Почему нельзя двигать лодку, упираясь в мачту?

58. Лошадь везет телегу. Но по третьему закону Ньютона телега тянет назад лошадь с точно такой же по модулю силой, с какой лошадь тянет телегу вперед. Тогда почему же именно лошадь везет телегу, а не наоборот? Почему они вообще движутся?

59. В каждом из следующих случаев (рис. 233) перечертите рисунок в тетрадь, изобразив силы, действующие на рассматриваемое тело:

а) груз тянут за веревку, направленную под углом α к горизонту;

б) автобус тормозит перед остановкой;

в) груз начинает соскальзывать по наклонной плоскости;

г) ящик с помощью троса начинают поднимать вертикально вверх;

д) два груза, соединенные невесомой нитью, перекинутой через блок, начинают двигаться влево;

е) три груза, связанные невесомыми нитями, тянут с ускорением вправо.

60. В каждом из следующих случаев (рис. 234) перечертите рисунок в тетрадь, изобразив силы, действующие на рассматриваемое тело:

а) на земле лежит кирпич;

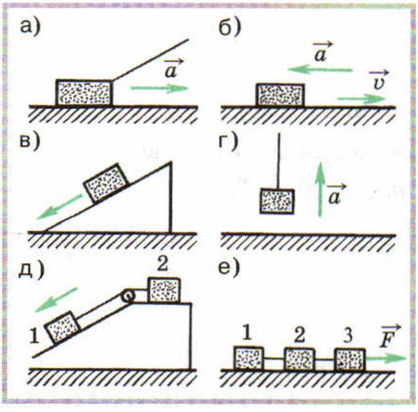


Рис. 233

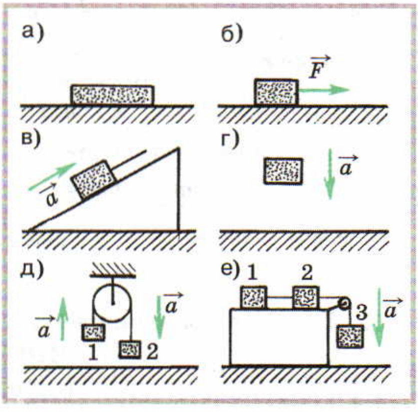


Рис. 234

б) ящик сдвигают с места;

в) груз с помощью веревки втаскивают вверх по наклонной плоскости;

г) предмет падает вертикально вниз, испытывая сопротивление воздуха;

д) два груза связывают невесомой нитью, перекидывают ее через неподвижный блок и отпускают;

е) три груза связывают невесомыми нитями, располагают на краю стола и отпускают.

61. Напишите уравнение движения для каждого из тел, рассмотренных в задаче 59.

62. Напишите уравнение движения для каждого из тел, рассмотренных в задаче 60.

63. Ящик начинают поднимать с пола с ускорением 1 м/с^2. Определите массу ящика, если сила натяжения веревки, с помощью которой поднимают ящик, составляет 220 Н.

Дано:
$a = 1$ м/с^2
$T = 220$ Н
m — ?

Решение:

1. Изобразим силы, действующие на ящик, и его ускорение. Координатную ось X направим вдоль ускорения (рис. 235), систему отсчета свяжем с Землей.

2. Запишем векторное уравнение движения, выражающее второй закон Ньютона для данного тела:

$$m\vec{a} = \vec{T} + m\vec{g}, \qquad (1)$$

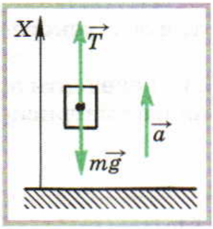


Рис. 235

3. Получим скалярное уравнение движения тела. Для этого перепишем уравнение (1) в проекциях на ось X, а затем выразим входящие в него проекции через модули соответствующих векторов:

$$ma_x = T_x + mg_x,$$

где $a_x = a,$
$T_x = T,$
$mg_x = -mg.$

Таким образом,

$$ma = T - mg.$$

4. Выразим из полученного уравнения искомую величину:

$$ma + mg = T, \qquad m(a + g) = T,$$

$$\boxed{m = \frac{T}{a+g}.}$$

5. Произведем вычисления:

$$m = \frac{220}{1+10}\text{ кг} = 20\text{ кг}.$$

Ответ: масса ящика $m = 20$ кг.

64. Тело массой 3 кг падает в воздухе с ускорением 8 м/с^2. Найдите силу сопротивления воздуха.

65. Автомобиль массой 1,5 т начинает двигаться по шоссе с ускорением 0,5 м/с^2. В процессе движения на автомобиль действует сила сопротивления, равная 500 Н. Определите силу тяги, развиваемую двигателем автомобиля.

66. Какое ускорение будет сообщать автомобилю сила тяги, равная 1,5 кН, если сила сопротивления движению составляет 500 Н? Масса автомобиля равна 2 т.

67. На столе лежит гиря массой 2 кг. С каким ускорением начнет двигаться эта гиря, если подействовать на нее в горизонтальном направлении силой 20 Н? Коэффициент трения гири о поверхность стола равен 0,5.

68. Деревянный брусок массой 400 г перемещают по поверхности стола с ускорением 1 м/с^2. Определите силу, с которой тянут брусок в горизонтальном направлении. Коэффициент трения составляет 0,2.

69. Какую силу надо приложить в горизонтальном направлении к мешку с картофелем, чтобы с постоянным ускорением переместить его за 1 с на расстояние 1 м? Масса мешка 20 кг, сила трения равна 100 Н.

70. Груз массой 50 кг равноускоренно поднимают с помощью каната вверх на высоту 10 м за 2 с. Определите силу натяжения каната, если начальная скорость груза была равна нулю.

71. Шофер автомобиля выключил двигатель и резко затормозил при скорости 72 км/ч. Определите тормозной путь, т. е. путь, пройденный автомобилем от момента начала торможения до остановки. Коэффициент трения равен 0,6.

72. С какой скоростью двигались аэросани, если после выключения двигателя они остановились через 1 мин? Коэффициент трения равен 0,02.

73. По наклонной плоскости с углом наклона α движется вниз брусок массой m. Коэффициент трения бруска о плоскость равен μ. Найдите ускорение бруска.

Дано:
α, m, μ
a — ?

Решение:

1. Изобразим силы, действующие на брусок, и его ускорение. Координатную ось X (рис. 236) направим вдоль ускорения, ось Y — перпендикулярно ей. Систему отсчета свяжем с наклонной плоскостью, считая последнюю покоящейся относительно Земли.

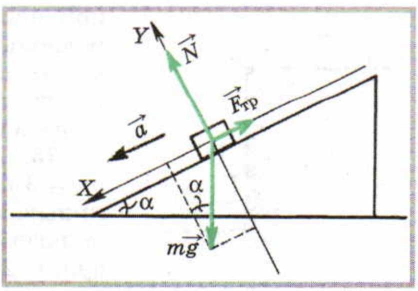


Рис. 236

2. Запишем векторное уравнение движения, выражающее второй закон Ньютона для данного тела:

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{тр}. \tag{1}$$

3. Получим скалярные уравнения движения. Для этого сначала перепишем уравнение (1) в проекциях на оси X и Y, а затем выразим входящие в эти уравнения проекции через модули соответствующих векторов. Имеем:

$$\begin{cases} ma_x = mg_x + N_x + F_{тр\,x}, \\ ma_y = mg_y + N_y + F_{тр\,y}, \end{cases}$$

где $a_x = a$ | $a_y = 0,$

$mg_x = mg \sin \alpha,$ | $mg_y = -mg \cos \alpha,$

$N_x = 0,$ | $N_y = N,$

$F_{тр\,x} = -\mu N,$ | $F_{тр\,y} = 0.$

Подставив данные проекции в исходные уравнения, получаем:

$$\begin{cases} ma = mg \sin \alpha - \mu N, & (2) \\ 0 = -mg \cos \alpha + N. & (3) \end{cases}$$

4. Решим полученную систему уравнений. Выражая из (3) силу реакции опоры и подставляя ее в уравнение (2), получаем:

$$ma = mg \sin \alpha - \mu mg \cos \alpha,$$

откуда

$$a = g\,(\sin \alpha - \mu \cos \alpha).$$

Ответ: ускорение, с которым движется брусок, определяется выражением $a = g\,(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)$.

Замечание: если брусок скользит по наклонной плоскости равномерно, то его ускорение $a = 0$, и, следовательно, $g\,(\sin \alpha_0 - \mu \cos \alpha_0) = 0$, где α_0 — угол наклона, при котором возможно равномерное скольжение. Из последнего равенства следует, что $\sin \alpha_0 = \mu \cos \alpha_0$. Отсюда

$$\mu = \text{tg}\, \alpha_0.$$

Это соотношение можно использовать для экспериментального определения коэффициента трения скольжения.

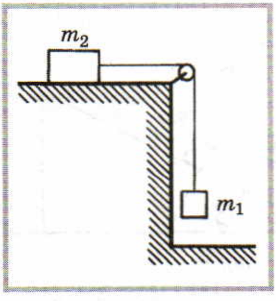


Рис. 237

74. Груз втаскивают вверх по наклонной плоскости, прикладывая к нему параллельно плоскости силу F. С каким ускорением движется груз, если его масса равна m, угол наклона плоскости α и коэффициент трения равен μ?

75. Два груза с массами $m_1 = 2$ кг и $m_2 = 3$ кг соединяют легкой нитью, перекидывают ее через невесомый блок и располагают так, как это показано на рисунке 237. Коэффициент трения между поверхностью и вторым грузом равен 0,2.

Определите ускорение грузов и силу натяжения связывающей их нити.

Дано:	Решение:
$m_1 = 2$ кг $m_2 = 3$ кг $\mu = 0{,}2$	
a — ? T — ?	

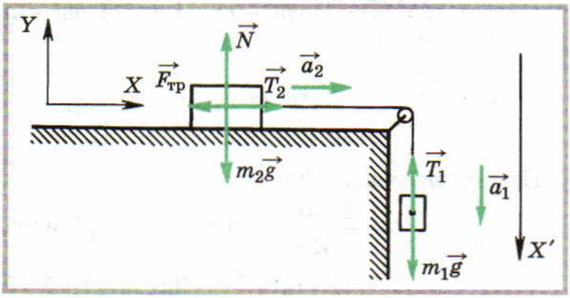


Рис. 238

1. Изобразим на рисунке 238 силы, действующие на грузы, их ускорения и координатные оси.

2. Применяя второй закон Ньютона, запишем уравнение движения для каждого груза:

$$\begin{cases} m_1\vec{a}_1 = m_1\vec{g} + \vec{T}_1, \\ m_2\vec{a}_2 = m_2\vec{g} + \vec{T}_2 + \vec{F}_{тр} + \vec{N}. \end{cases}$$

3. Спроецировав первое из этих уравнений на ось X', а второе — на оси X и Y, получим следующую систему трех уравнений:

$$\begin{cases} m_1 a = m_1 g - T, & (1) \\ m_2 a = T - \mu N, & (2) \\ 0 = N - m_2 g. & (3) \end{cases}$$

Здесь мы учли, что, несмотря на то что сами векторы ускорений грузов различны, их модули совпадают, так как нить можно считать практически нерастяжимой. Кроме того, равны по модулю и силы натяжения нити, что обусловлено пренебрежимо малой массой как самой нити, так и блока, через который она перекинута.

4. Решим полученную систему уравнений. Для этого сначала выразим из (3) силу реакции опоры и подставим ее в уравнение (2). Получим:

$$m_1 a = m_1 g - T, \qquad m_2 a = T - \mu m_2 g.$$

Теперь сложим эти уравнения:

$$a\,(m_1 + m_2) = m_1 g - \mu m_2 g.$$

Отсюда

$$a = \frac{m_1 - \mu m_2}{m_1 + m_2}\,g. \qquad (4)$$

Подставляя это выражение в уравнение (1), найдем силу натяжения нити:

$$T = m_1 g - m_1 a = m_1 g - m_1 g \frac{m_1 - \mu m_2}{m_1 + m_2} =$$

$$= m_1 g \left(1 - \frac{m_1 - \mu m_2}{m_1 - m_2}\right) = m_1 g \frac{m_2 (1 + \mu)}{m_1 + m_2}.$$

Итак,

$$T = (1 + \mu) \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} g.$$

5. Произведем вычисления:

$$a = \frac{2 - 0{,}2 \cdot 3}{2 + 3} 9{,}8 \text{ м/с}^2 = 2{,}7 \text{ м/с}^2,$$

$$T = (1 + 0{,}2) \frac{2 \cdot 3}{2 + 3} 9{,}8 \text{ Н} = 14{,}1 \text{ Н}.$$

Ответ: $a = 2{,}7$ м/с^2, $T = 14{,}1$ Н.

Замечание: формула (4) опровергает мнение о том, что для возникновения движения в рассматриваемой системе второй груз должен быть обязательно легче первого: на самом деле ускорение грузов ($a > 0$) появляется в том случае, когда $m_1 > \mu m_2$.

76. Через неподвижный блок перекинута легкая нить (рис. 239), к концам которой прикреплены грузы с массами m_1 и m_2, причем $m_1 > m_2$. Определите ускорение грузов и силу натяжения связывающей их нити. Сравните ускорение грузов с ускорением свободного падения: какое из этих ускорений больше?

77. Человек везет двое саней массой по 15 кг каждые, прикладывая силу $F = 120$ Н под углом 45° к горизонту (рис. 240). Найдите ускорение саней и силу натяжения веревки, связывающей сани, если коэффициент трения полозьев саней о снег равен 0,02.

78. Найдите ускорение грузов и силу натяжения нити в системе, изображенной на рисунке 241. Массы грузов одинаковы и равны m, коэффициент трения груза о наклонную плоскость равен μ, угол наклона равен α.

79. Тяжелый груз с помощью троса равномерно перемещают по земле, прикладывая в горизонтальном направлении некоторую силу упругости. Жесткость троса равна k, масса груза m, коэффициент трения μ. Определите удлинение троса.

Рис. 239

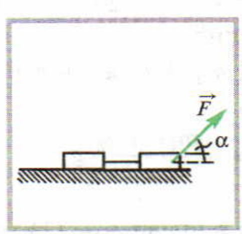


Рис. 240

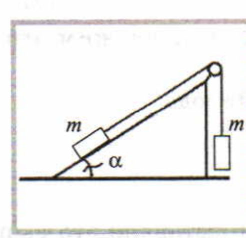


Рис. 241

80. Грузовик взял на буксир легковой автомобиль массой 2 т и, двигаясь равноускоренно, за 1 мин проехал 500 м. Насколько удлинился при этом трос, соединяющий автомобили, если его жесткость равна $2 \cdot 10^6$ Н/м? Трение не учитывать.

81. На столе лежит книга массой 200 г. Чему равен ее вес?

Дано:

	СИ
m = 200 г	0,2 кг
P — ?	

Решение:

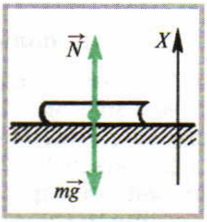


Рис. 242

1. Изобразим силы, приложенные к книге (рис. 242). Вес к книге не приложен и поэтому на рисунке отсутствует.

2. Согласно второму закону Ньютона

$$m\vec{a} = \vec{N} + m\vec{g}.$$

3. Проецируя это уравнение на ось X и учитывая, что у покоящейся книги ускорение $a = 0$, получаем:

$$0 = N - mg,$$

откуда

$$N = mg.$$

4. Согласно третьему закону Ньютона, вес тела равен по модулю силе реакции опоры: $P = N$. Поэтому

$$P = mg.$$

5. Произведем вычисления:

$$P = 0{,}2 \cdot 9{,}8 \text{ Н} = 1{,}96 \text{ Н}.$$

Ответ: P = 1,96 Н.

82. На нити висит шарик весом 3 Н. Чему равна масса шарика?

83. На весах в лифте стоит чемодан массой 6 кг. Что покажут весы в начале спуска, если ускорение, с которым начинает опускаться лифт, равно 2 м/с^2?

84. На полу в лифте стоит чемодан массой 6 кг. Чему будет равен вес этого чемодана в начале подъема лифта, если лифт начинает подниматься с ускорением 2 м/с^2?

85. Велосипедист массой 80 кг движется со скоростью 10 м/с по вогнутому мосту, имеющему радиус кривизны 20 м. Чему будет равен вес этого велосипедиста в момент прохождения им нижней точки моста?

86. Трамвай, масса которого 19,6 т, идет по выпуклому мосту со скоростью 32,4 км/ч. Радиус кривизны моста 30 м. Определите силу давления трамвая на мост в его верхней точке.

87. Что больше весит в воздухе: тонна дерева или тонна железа? Как изменится ответ, если взвешивание производить в вакууме?

88. Птица находится в закрытом ящике, стоящем на одной из чаш весов. Пока птица сидит на дне ящика, весы уравновешиваются гирями, положенными на другую чашу. Нарушится ли равновесие весов, если птица взлетит и будет парить в воздухе внутри ящика?

Дополнительные задачи

Д3. К концам нити, перекинутой через два блока (рис. 243), подвешены грузы массами 150 и 200 г. Какой груз надо подвесить к нити между блоками, чтобы уравновесить грузы и чтобы при этом угол α был равен 90°?

Д4. Нагруженная баржа перемещается по каналу с постоянной скоростью при помощи двух тракторов-тягачей, идущих по берегам канала и связанных с баржей канатами. Чему равна сила сопротивления воды, если сила натяжения буксирных канатов одинакова и равна 2 кН, а угол между канатами равен 60°?

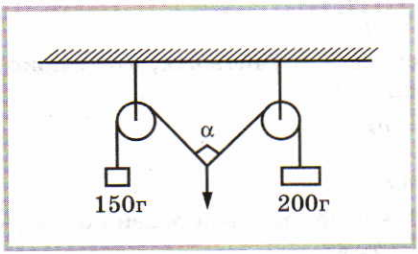


Рис. 243

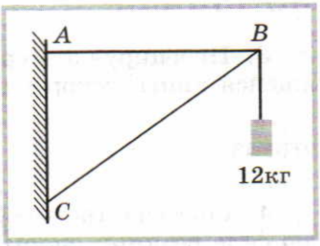


Рис. 244

Д5. На кронштейне *ABC* (рис. 244), длина горизонтальной балки которого равна 48 см, а наклонной балки равна 80 см, висит груз массой 12 кг. Определите модули и направления сил, действующих со стороны груза на балки кронштейна.

Д6. С помощью веревки, образующей угол 60° с горизонтом, мальчик везет санки равномерно. Сила натяжения веревки 20 Н. Определите силу трения, действующую на санки.

Глава 4

89. Найдите силу гравитационного притяжения, действующую между Землей и Солнцем, если масса Земли равна $6 \cdot 10^{24}$ кг, а масса Солнца — $2 \cdot 10^{30}$ кг. Расстояние от Земли до Солнца $150 \cdot 10^6$ км.

90. С какой силой притягиваются друг к другу две книги массой 200 г каждая, находящиеся на расстоянии 1 м друг от друга?

91. На каком расстоянии от Земли на линии, соединяющей ее с Луной, находится точка, в которой силы притяжения к Земле и

Луне уравновешивают друг друга? Масса Луны в 81 раз меньше массы Земли. Расстояние от Земли до Луны в среднем составляет $l = 384\ 400$ км.

92. Во сколько раз сила притяжения тела к Земле больше на поверхности Земли, чем на высоте трех земных радиусов над поверхностью?

93. Можно ли поднять с земли камень, приложив к нему силу, в точности равную силе тяжести?

94. Где свободно падающий мячик будет иметь большее ускорение: на первом этаже высотного здания или на последнем?

95. Чему равно ускорение свободного падения на Луне? Масса Луны составляет 1/81 массы Земли, а радиус — 0,27 радиуса Земли.

96. Чему равно ускорение свободного падения на Юпитере? Масса Юпитера в 318 раз превышает массу Земли, а радиус в 11 раз больше, чем у Земли.

97. Тело движется в поле тяжести Земли. Система координат выбрана таким образом, что ось X направлена горизонтально вдоль поверхности Земли, а ось Y — вертикально вверх; начало координат находится на Земле. Опишите характер движения тела, сделав соответствующий рисунок, для следующих случаев начального состояния рассматриваемого тела:

а) $x_0 > 0$, $y_0 > 0$, $v_{0x} > 0$, $v_{0y} > 0$;
б) $x_0 > 0$, $y_0 < 0$, $v_{0x} = 0$, $v_{0y} > 0$;
в) $x_0 = 0$, $y_0 > 0$, $v_{0x} = 0$, $v_{0y} < 0$;
г) $x_0 = 0$, $y_0 > 0$, $v_{0x} > 0$, $v_{0y} = 0$.

98. Тело движется в поле тяжести Земли. Система координат выбрана так же, как и в задаче 97. Опишите характер движения тела, сделав соответствующий рисунок, для следующих случаев начального состояния рассматриваемого тела:

а) $x_0 = 0$, $y_0 = 0$, $v_{0x} = 0$, $v_{0y} > 0$;
б) $x_0 = 0$, $y_0 > 0$, $v_{0x} > 0$, $v_{0y} < 0$;
в) $x_0 > 0$, $y_0 > 0$, $v_{0x} < 0$, $v_{0y} = 0$;
г) $x_0 > 0$, $y_0 < 0$, $v_{0x} > 0$, $v_{0y} > 0$.

99. Мячик брошен с земли вертикально вверх со скоростью 20 м/с. Сколько времени он будет двигаться вверх? До какой максимальной высоты он поднимется? Как изменятся ответы на эти вопросы, если мячик бросать на Луне, где ускорение свободного падения в 6 раз меньше, чем на Земле?

100. Камень бросили с высоты 10 м вертикально вниз со скоростью 15 м/с. Через сколько времени он достигнет земли? С какой скоростью он коснется ее поверхности?

101. Шарик бросают горизонтально со скоростью 5 м/с. Определите дальность полета шарика, если высота бросания равна 2 м. С какой скоростью шарик приземлится?

102. С самолета, летящего на высоте h с постоянной скоростью v_0, сбрасывается бомба. Какое расстояние пролетит самолет за время падения бомбы на землю? Где будет находиться самолет относительно бомбы, когда она коснется поверхности Земли?

103. Камень брошен с земли под углом α к горизонту с начальной скоростью v_0. Определите время и дальность полета камня, а также максимальную высоту его подъема.

104. Под каким углом к горизонту надо бросить мяч, чтобы высота его подъема была равна дальности полета?

105. Как определить высоту дома с помощью пустой консервной банки и секундомера?

106. Солнце притягивает Луну почти в 2 раза сильнее, чем Земля. Почему же мы до сих пор не «потеряли» Луну?

107. Вычислите первую космическую скорость для Луны. Необходимые для этого данные возьмите из условия задачи 95.

108. Чему равна первая космическая скорость для нейтронной звезды, имеющей массу $2{,}6 \cdot 10^{30}$ кг и радиус 10 км?

109. На какой высоте над поверхностью Земли круговая скорость спутника равна 4 км/с? Радиус Земли 6400 км, первая космическая скорость 8 км/с.

110. Какую скорость должен иметь спутник, чтобы двигаться вокруг Земли по круговой орбите на высоте 3600 км над ее поверхностью? Радиус Земли 6400 км, масса Земли $6 \cdot 10^{24}$ кг.

111. На какую высоту нужно запустить геостационарный спутник, чтобы он все время находился над одной и той же точкой земного экватора? Значения массы и радиуса Земли возьмите из условия предыдущей задачи.

112. Вычислите период обращения спутника Земли на высоте, равной радиусу Земли.

113. Какой радиус должен быть у небесного тела массой M, чтобы вторая космическая скорость для него была равна скорости света c? (Этот радиус называют гравитационным радиусом тела.)

114. Воспользовавшись решением задачи 113, вычислите гравитационный радиус Солнца. Масса Солнца $M = 2 \cdot 10^{30}$ кг, скорость света $c = 3 \cdot 10^8$ м/с.

115. Чему равен вес космонавта массой 80 кг в ракете, стартующей с ускорением $3g$?

116. Определите коэффициент перегрузки, испытываемой космонавтом в ракете, если масса космонавта 75 кг, а его вес во время старта ракеты увеличился до 3 кН.

117. Человек массой 80 кг весит на Земле 784 Н. Куда должен отправиться этот человек: на Марс или Юпитер, если он хочет весить меньше?

118. Человек прыгает со стула, держа на ладони гирю массой 2 кг. С какой силой давит гиря на руку человека в то время, когда он находится в воздухе?

Глава 5

119. Лодка плывет под действием силы 200 Н, направленной под углом 60° к направлению скорости лодки. Вычислите работу этой силы на прямолинейном пути 100 м.

120. Лошадь перемещает сани с грузом на расстояние 2 км, прилагая усилие 700 Н. Определите совершенную при этом работу, если направления перемещения и силы составляют угол 30°.

121. С какой скоростью должна лететь бронебойная пуля массой 0,15 кг, чтобы обладать кинетической энергией 6,75 кДж?

122. Дикий гусь массой 3 кг летит со скоростью 3 м/с. Чему равна его кинетическая энергия?

123. Какая работа должна быть совершена для остановки поезда массой 1000 т, движущегося со скоростью 108 км/ч?

124. Какую работу должен совершить человек, чтобы увеличить скорость своего бега с 5 до 7 км/ч? Масса человека 60 кг.

125. Воспользовавшись теоремой о кинетической энергии, определите тормозной путь автомобиля, начальная скорость которого была равна 54 км/ч. Коэффициент трения между шинами и дорогой равен 0,5.

126. Молотком массой 0,4 кг забивают в стену гвоздь. Скорость молотка при ударе 3 м/с. На какую глубину войдет гвоздь после одного удара, если средняя сила сопротивления равна 50 Н?

127. Пуля массой 10 г, летящая со скоростью 800 м/с, пробила доску толщиной 8 см. После этого скорость пули уменьшилась до 400 м/с. Найдите силу сопротивления, действующую на пулю внутри доски.

128. Камень массой 100 г бросили с земли вертикально вверх со скоростью 15 м/с. Найдите работу силы тяжести, действующей на камень, при подъеме камня до максимальной высоты.

129. На какую высоту нужно подбросить мяч массой 0,5 кг, чтобы он приобрел потенциальную энергию 25 Дж относительно поверхности земли?

130. Пружину жесткостью 100 Н/м растянули на 2 см. Определите ее потенциальную энергию в этом состоянии.

131. Человек массой 60 кг прыгает с места в длину на 2 м. Какую работу совершает сила тяжести во время его прыжка?

132. Камень, брошенный вертикально вверх, поднимается на 5 м, а затем возвращается в исходную точку. Масса камня 1 кг. Какую работу совершает сила тяжести во время полета камня?

133. Пружина, растянутая на 2 см, когда ее чуть отпустили, сократилась под действием силы упругости на 1 см. Определите работу силы упругости, если жесткость пружины равна 40 Н/м.

134. Резиновый шнур растянули на 10 см, подвесив к его нижнему концу груз весом 10 Н. Какая работа была совершена силой упругости в процессе растяжения этого шнура?

135. Потенциальная энергия взаимодействия груза и пружины, к которой он подвешен, равна 500 Дж. Жесткость пружины 250 Н/м. Найдите массу груза.

136. Пружину сжали на 3 см, а затем вернули в исходное состояние. Какая работа была совершена силой упругости?

Дополнительные задачи

Д7. На концах однородного стержня массой 1 кг и длиной 60 см подвешены грузы массами 1 и 2 кг. В каком месте нужно подпереть стержень, чтобы он остался в равновесии?

Д8. Железный лом массой 10 кг лежит на земле. Какую силу нужно приложить, чтобы приподнять лом за один из концов?

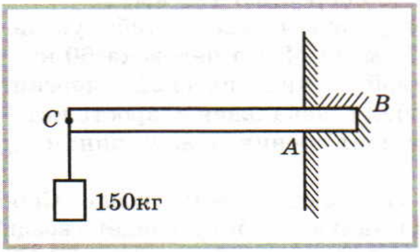


Рис. 245

Д9. На один конец балки массой 150 кг подвешен груз такой же массы. Другой конец балки упирается в стенку в точках A и B (рис. 245). Считая, что вся нагрузка воспринимается опорами A и B, определите силы, действующие на опоры, если $CA = 1{,}5$ м, $AB = 0{,}5$ м.

Д10. Метровая линейка выдвинута за край стола на $^1/_4$ длины и давит только на край стола, когда на конец выдвинутой части помещен груз массой 250 г. Чему равна масса линейки? На какую часть длины надо выдвинуть линейку за край стола, чтобы она находилась в равновесии с грузом массой 125 г на конце?

137. Мяч бросают с земли под углом к горизонту (рис. 246) со скоростью 5 м/с. Какую скорость будет иметь этот мяч на высоте 0,2 м?

Дано:	Решение:
$v_0 = 5$ м/с $h_0 = 0$ $h = 0{,}2$ м	
v — ?	

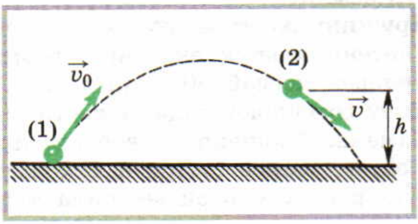


Рис. 246

1. Сделаем рисунок.
2. Запишем выражение для полной механической энергии мяча в начальном положении:

$$E = \frac{mv_0^2}{2} + mgh_0 = \frac{mv_0^2}{2}.$$

3. Запишем выражение для полной механической энергии в конечном положении:

$$E' = \frac{mv^2}{2} + mgh.$$

4. По закону сохранения энергии приравняем оба выражения:

$$E' = E, \qquad \frac{mv^2}{2} + mgh = \frac{mv_0^2}{2}.$$

5. Выразим из полученного уравнения искомую величину (скорость v):

$$\frac{v^2}{2} + gh = \frac{v_0^2}{2}, \qquad v^2 + 2gh = v_0^2.$$

$$v = \sqrt{v_0^2 - 2gh}.$$

Произведем вычисления:

$$v = \sqrt{25 - 2 \cdot 10 \cdot 0{,}2}\ \text{м/с} \approx 4{,}6\ \text{м/с}.$$

Ответ: скорость мяча будет равна $v \approx 4{,}6$ м/с.

138. Мальчик начинает скатываться на санках с горы высотой 20 м. С какой скоростью он минует высоту 10 м? Трением пренебречь.

139. Мяч бросают вертикально вниз со скоростью 10 м/с. На какую высоту отскочит этот мяч после удара о землю, если высота, с которой бросили мяч, была равна 1 м? Потерями энергии при ударе мяча о землю пренебречь.

140. Камень бросают вертикально вверх со скоростью 20 м/с. Какой путь пролетит камень при подъеме до максимальной высоты?

141. Используя закон сохранения энергии, докажите, что скорость, с которой бросают с земли вверх тело, по модулю будет совпадать с той скоростью, с которой это тело возвратится назад.

142. Используя закон сохранения энергии, докажите, что если какое-либо тело свободно падает с некоторой высоты, то после отскока от земли (при отсутствии потерь энергии) оно поднимается до прежней высоты, с которой падало.

143. Какую жесткость должна иметь пружина игрушечного пистолета, чтобы после сжатия на 5 см и последующего выстрела вертикально вверх пуле при выходе из ствола была сообщена скорость 8 м/с? Масса пули 5 г.

144. Какую жесткость должна иметь пружина игрушечного пистолета, чтобы после сжатия на 5 см и последующего выстрела в горизонтальном направлении пуле была сообщена скорость 8 м/с? Масса пули 5 г.

145. До какой максимальной высоты поднимется пуля, вылетевшая из игрушечного пружинного пистолета при выстреле вертикально вверх, если масса пули m, жесткость пружины k, а ее начальное сжатие равно x?

146. Определите дальность полета пули, вылетевшей из пружинного пистолета в горизонтальном направлении, если пистолет был расположен на высоте 1,5 м, начальное сжатие пружины было равно 3 см, жесткость пружины 100 Н/м, масса пули 2 г.

147. Ящик массой 10 кг перемещают по земле вдоль замкнутой траектории, имеющей форму прямоугольника со сторонами 2 и 4 м. Коэффициент трения равен 0,4. Чему равна работа силы трения на всем пути? Чему равна работа силы тяжести на этом же пути?

148. Одинаковое количество дров сначала сжигают на первом этаже, а затем на втором этаже дома. Потенциальная энергия сгорающих дров на втором этаже больше, чем на первом. Следует ли отсюда, что чем выше этажом сжигать дрова, тем в комнате будет теплее? Почему?

149. С какой скоростью с высоты H нужно бросить вниз камень, чтобы он погрузился в грунт на глубину h? Сила сопротивления, действующая на камень в грунте, равна F_c, масса камня m.

150. Съехав по наклонной плоскости с высоты h_0 вниз, груз приобрел скорость v. Масса груза равна m. Какая работа при этом была совершена силой трения?

Глава 6

151. Чему равен импульс космического корабля «Союз», движущегося со скоростью 8 км/с? Масса корабля 6,6 т.

152. С какой скоростью движется электрон в телевизионной трубке, если его импульс равен $63{,}7 \cdot 10^{-24}$ кг · м/с? Масса электрона равна $9{,}1 \cdot 10^{-31}$ кг.

153. Парашютист за время 0,5 с, затраченное на раскрытие парашюта, уменьшает свой импульс с 4800 до 800 кг · м/с. Определите силу, затормозившую падение парашютиста.

154. Камень, обладающий импульсом 20 кг · м/с, при ударе о стену действует на нее с силой 2000 Н. Определите продолжительность удара.

155. Два пластилиновых шарика, массы которых 30 и 50 г, движутся навстречу друг другу со скоростями 5 и 4 м/с соответственно. В результате неупругого столкновения они слипаются. Определите скорость шариков после столкновения.

Дано:

	СИ
$m_1 = 30$ г	$3 \cdot 10^{-2}$ кг
$v_1 = 5$ м/с	5 м/с
$m_2 = 50$ г	$5 \cdot 10^{-2}$ кг
$v_2 = 4$ м/с	4 м/с
v' — ?	... м/с

Решение:

1. Изобразим систему тел до и сразу после столкновения (рис. 247). На втором рисунке учтем, что слипшиеся шарики будут двигаться в ту сторону, в какую двигался шарик, обладающий до столкновения бóльшим импульсом.

2. Запишем выражение для импульса системы тел до столкновения:

$$\vec{p} = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2.$$

3. Запишем выражение для импульса системы тел после столкновения:

$$\vec{p}\,' = (m_1 + m_2)\,\vec{v}\,'.$$

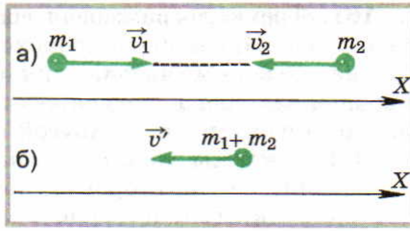


Рис. 247

4. По закону сохранения импульса приравняем оба выражения для импульса рассматриваемой системы тел: $\vec{p}\,' = \vec{p}$,

$$(m_1 + m_2)\,\vec{v} = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2.$$

5. Спроецируем векторное уравнение на ось X и решим полученное скалярное уравнение относительно скорости v':

$$-(m_1 + m_2)\,v' = m_1v_1 - m_2v_2,$$

$$v' = \frac{m_2v_2 - m_1v_1}{m_1 + m_2}.$$

Произведем вычисления:

$$v' = \frac{5\cdot10^{-2}\cdot4 - 3\cdot10^{-2}\cdot5}{3\cdot10^{-2} + 5\cdot10^{-2}}\ \text{м/с} = 0{,}62\ \text{м/с}.$$

Ответ: $v' = 0{,}62$ м/с.

156. Тепловоз массой 130 т приближается со скоростью 2 м/с к неподвижному составу массой 1170 т. С какой скоростью будет двигаться состав после сцепления с тепловозом?

157. Железнодорожную платформу массой 20 т, движущуюся по горизонтальному участку пути со скоростью 0,5 м/с, догоняет платформа массой 10 т, имеющая скорость 2 м/с. Определите скорость платформ после сцепления.

158. В отплывающую от берега лодку прыгает человек, вектор скорости которого совпадает с направлением ее движения. Скорость лодки 0,5 м/с, ее масса 100 кг, скорость человека при прыжке 2 м/с. Определите массу человека, если лодка с человеком на борту приобрела скорость 1 м/с.

159. Плавающий танк движется по воде со скоростью 9 км/ч. Какой станет скорость танка после выстрела из пушки в направлении движения, если масса снаряда 10 кг, скорость снаряда 700 м/с, а масса танка 10 т?

160. Из крупнокалиберной винтовки, масса которой 5 кг, производится выстрел. Пуля массой 15 г вылетает с начальной скоростью 300 м/с. Какова скорость отдачи винтовки? Какова будет скорость отдачи той же винтовки, если ее приклад будет крепко прижат к плечу стрелка массой 80 кг?

161. Трехкилограммовая граната катится по земле со скоростью 3 м/с. При взрыве происходит осечка, и граната раскалывается на две равные части. Один осколок летит в ту же сторону, что и брошенная граната, со скоростью 30 м/с. С какой скоростью и в какую сторону полетит другой осколок?

162. С кормы лодки массой 180 кг, плывущей со скоростью 1 м/с, прыгает в сторону, противоположную движению лодки, мальчик. Какой после этого станет скорость лодки, если масса мальчика 50 кг, а его скорость относительно земли равна 4 м/с?

163. Камень массой 100 г, брошенный на север со скоростью 3 м/с, сталкивается с куском глины массой 1,5 кг и застревает в нем. До этого кусок глины летел на восток со скоростью 0,5 м/с. Определите скорость куска глины после столкновения с камнем.

164. Лодка массой 100 кг плывет без гребца вдоль берега со скоростью 1 м/с. Мальчик массой 50 кг переходит с берега в лодку со скоростью 2 м/с так, что векторы скорости лодки и мальчика составляют прямой угол. С какой скоростью будет плыть лодка после этого?

165. Вы находитесь посреди большого замерзшего пруда. Предположим, что лед настолько скользкий, что вы не в состоянии ни пройти, ни даже проползти по нему к берегу. Как вам следует поступить, чтобы все-таки добраться до берега?

166. Белку, прижимающую к себе орехи, посадили на очень гладкий стол и слегка толкнули по направлению к краю. Приближаясь к краю стола, белка почувствовала опасность. Она знает законы физики и предотвращает падение со скользкого стола на пол. Каким образом?

167. Вычислите скорость пороховой ракеты массой 0,5 кг, из которой продукты сгорания массой 20 г вылетают со скоростью 800 м/с.

168. Чему равна скорость ракеты массой 10 кг после вылета из нее продуктов сгорания массой 0,1 кг со скоростью 500 м/с?

Глава 7

169. Ветви камертона совершают колебания с частотой 440 Гц. Чему равен период колебания? Сколько колебаний успевают совершить ветви этого камертона за 5 с?

170. Маятник совершил 180 колебаний за 72 с. Определите период и частоту колебаний маятника.

171. Циклическая частота колебаний равна 628 $с^{-1}$. Определите частоту колебаний, а также число колебаний, совершенных за 10 с.

172. Определите период колебания, а также время, за которое совершается 20 колебаний, если циклическая частота колебаний равна 314 $с^{-1}$.

173. Уравнение свободных колебаний пружинного маятника имеет вид $a_x = -16x$. Определите циклическую частоту, частоту и период колебаний. Чему равна жесткость пружины этого маятника, если масса груза 500 г?

174. Уравнение свободных колебаний математического маятника имеет вид $a_x = -4x$. Определите циклическую частоту, частоту и период колебаний этого маятника. Чему равна длина его нити?

175. Вычислите период и частоту свободных колебаний математического маятника, длина нити которого 1 м. Сколько времени будут длиться 10 колебаний этого маятника?

176. Масса грузика, прикрепленного к пружине, равна 100 г. Определите период и частоту его свободных колебаний, если жесткость пружины 40 Н/м. Сколько колебаний совершит этот пружинный маятник за 20 с?

177. Горизонтальному пружинному маятнику сообщена в положении равновесия скорость 2 м/с. Определите амплитуду возникших колебаний, если масса тела равна 100 г, а жесткость пружины 60 Н/м. Трением пренебречь.

178. В горизонтальном пружинном маятнике груз массой 200 г отвели от положения равновесия на 5 см и отпустили. С какой скоростью груз будет проходить положение равновесия, если жесткость пружины равна 100 Н/м? Трением пренебречь.

179. Шарик, подвешенный на длинной нити, отклонили от положения равновесия на высоту 5 см и отпустили. Какую скорость будет иметь этот шарик при прохождении положения равновесия?

180. Колеблющийся металлический шарик, подвешенный на длинной нити, проходит положение равновесия со скоростью 0,12 м/с. На какую максимальную высоту он поднимается во время колебаний?

181. Автомобиль движется по неровной дороге, на которой расстояние между буграми приблизительно равно 8 м. Частота свободных колебаний автомобиля на рессорах 0,7 Гц. При какой скорости автомобиля его колебания в вертикальной плоскости станут особенно заметными?

182. Мальчик несет на коромысле ведра с водой, период свободных колебаний которых 1,7 с. При какой скорости движения мальчика вода начнет особенно сильно выплескиваться, если длина его шага 0,7 м?

Глава 8

183. Лодка качается на морских волнах с периодом 2 с. Определите длину морской волны, если она распространяется со скоростью 4 м/с.

184. Рыболов заметил, что поплавок на воде совершает колебания с частотой 0,5 Гц, а расстояние между соседними гребнями волн, вызывающих колебания поплавка, равно 6 м. Чему равна скорость распространения этих волн?

185. В озеро упала ветка. Пробегавший мимо олень успел заметить, что волна, созданная падением ветки, дошла до берега за 10 с, причем расстояние между соседними гребнями волн было равно 10 см и за 2 с было 4 всплеска о берег. Помогите оленю определить, как далеко от берега упала ветка.

186. Чему равна длина волны, распространяющейся со скоростью 5 м/с и в которой за 10 с успевают произойти 4 колебания?

187. Во время грозы человек услышал гром через 10 с после вспышки молнии. На каком расстоянии от человека произошла вспышка молнии, если скорость звука 340 м/с?

188. При обнаружении с помощью эхолота косяка рыбы было замечено, что моменты отправления и приема звукового сигнала разделены промежутком времени 0,7 с. На каком расстоянии находился косяк рыбы, если скорость звука в воде 1400 м/с?

189. Оперный певец способен разбить большой бокал, спев очень громко определенную высокую ноту. Почему разбивается стекло и почему для этого должна быть спета определенная нота?

190. Какое выражение верно: а) всякое звучащее тело колеблется; б) всякое колеблющееся тело звучит? Ответ объясните.

191. Почему стук получается более громким, если стучать не в стену, а в дверь?

192. Предположим, что у астронавтов, находящихся на Луне, испортилась радиосвязь. Что они должны сделать, чтобы услышать голос друг друга?

ТЕОРИЯ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

193. Звездолет пересекает Галактику со скоростью, квадрат которой определяется выражением $v^2 = (1 - 10^{-20})\, c^2$, где c^2 — квадрат скорости света в вакууме. По земному времени для перелета через Галактику требуется 100 000 лет. Сколько времени будет длиться такой полет по часам космонавтов?

194. С какой скоростью должен двигаться космический корабль относительно Земли, чтобы часы на нем шли в 2 раза медленнее, чем на Земле?

195. При какой скорости движения релятивистское сокращение длины движущегося тела составляет 25%?

196. Чему равна длина метрового стержня в системе отсчета, относительно которой он движется со скоростью 0,6 c?

197. Космический корабль разгоняется силой тяги, отношение которой к массе корабля составляет приблизительно постоянную величину $F/m = 10$ м/с^2. Какую скорость он разовьет за год полета по земному времени?

198. Отношение силы тяги звездолета к его массе составляет $F/m = 10$ м/с^2. Через какое время он разгонится до скорости $v = 0{,}6\ c$?

199. Расстояние до звезды τ Кита 12 световых лет. Считая, что в течение первой половины пути до нее звездолет разгоняется, а в течение второй тормозит, рассчитайте полное время полета до этой звезды (относительно Земли). Отношение силы тяги звездолета к его массе считать постоянным и равным 10 м/с^2.

200. Какое расстояние пролетит за год космический корабль, о котором говорилось в задаче 197? Достигнет ли он при этом звезды Проксима Центавра, расстояние до которой $40{,}6 \cdot 10^{12}$ км?

201. Вычислите собственную энергию учебника физики массой 0,2 кг и сравните ее с энергией, вырабатываемой за год Волжской ГЭС (10^{10} кВт · ч/год).

202. Чему равна масса электрона, если его энергия покоя равна $8{,}1 \cdot 10^{-16}$ Дж?

203. На сколько процентов увеличивается масса стального шарика при его нагревании на 100 °C? Удельная теплоемкость стали $4{,}6 \cdot 10^2$ Дж/(кг · °C).

204. Солнце ежесекундно излучает в окружающее пространство около $3{,}75 \cdot 10^{26}$ Дж энергии. Насколько из-за этого уменьшается масса Солнца?

205. Чему равна кинетическая энергия протона массой $1{,}7 \cdot 10^{-27}$ кг, движущегося со скоростью $\frac{24}{25}c$? Сравните полученное значение с величиной кинетической энергии, рассчитанной по классической формуле.

206. Вычислите полную энергию протона, движущегося со скоростью $v = (24/25)\ c$. Насколько она превышает его кинетическую энергию? Масса протона $1{,}7 \cdot 10^{-27}$ кг.

207. Частица света обладает энергией E и движется со скоростью $v = c$. Чему равен импульс этой частицы?

208. Чему равна масса гравитона, если известно, что он движется со скоростью $v = c$?

209. Какую массу имеет тело, энергия и импульс которого равны соответственно E и p?

210. При какой скорости движения кинетическая энергия частицы равна ее энергии покоя?

211. Имеется система из двух одинаковых невзаимодействующих частиц с массой m каждая. Чему равна масса этой системы, если частицы движутся в противоположных направлениях с одинаковой скоростью v?

212. Какой массой обладает система из двух покоящихся частиц с энергией взаимодействия $W < 0$, если массы частиц равны соответственно m_1 и m_2? Сравните массу этой системы с суммой масс отдельных частиц.

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА

Глава 9

213. Чему равен электрический заряд ядра атома лития (в Кл), если его порядковый номер в таблице Менделеева $Z = 3$? ($e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл.)

214. Атом гелия потерял 1 электрон. Чему равен заряд образовавшегося иона?

215. Имеются два одинаковых шарика. Заряд одного из них равен 4 нКл, заряд другого равен -10 нКл. Шарики привели в соприкосновение и раздвинули. Какой заряд будет у каждого шарика после этого?

216. Какой заряд появится у каждого из трех одинаковых шариков после того, как их приведут в соприкосновение и раздвинут, если начальные заряды шариков были равны соответственно 6 нКл, -4 нКл и 7 нКл?

217. На столе лежит магнит. Он создает в окружающем пространстве электромагнитное поле, у которого $\vec{E} = 0$, $\vec{B} \neq 0$. Чему будут равны эти характеристики поля в системе отсчета, связанной с человеком, проходящим мимо стола со скоростью $\vec{v}$?

218. На изолированном штативе находится заряженный шарик. Он создает в окружающем пространстве электромагнитное поле, у которого $\vec{E} \neq 0$, $\vec{B} = 0$. Чему будут равны эти характеристики поля в системе отсчета, движущейся относительно заряженного шарика со скоростью $\vec{v}$?

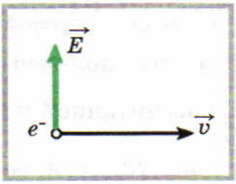


Рис. 248

219. Определите направление электрической силы, действующей на электрон, изображенный на рисунке 248. Как изменится направление силы, если электрон на этом рисунке заменить протоном?

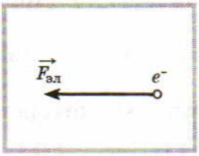


Рис. 249

220. На рисунке 249 изображена сила, действующая на электрон в электрическом поле. Укажите направление вектора электрического поля. Можно ли в этой задаче определить направления скорости и ускорения электрона?

221. Электрическое поле сообщает протону ускорение, равное ускорению свободного падения. Определите напряженность этого поля. Удельный заряд протона равен $q/m = 9{,}6 \cdot 10^7$ Кл/кг.

222. Определите ускорение, которое сообщает электрону электрическое поле напряженностью 2 кН/Кл. Сравните это ускорение с ускорением свободного падения. Удельный заряд электрона $e/m = 1{,}76 \cdot 10^{11}$ Кл/кг.

223. Электрон, имеющий скорость 10^6 м/с, начинает разгоняться электрическим полем, напряженность которого параллельна скорости и равна по модулю $2 \cdot 10^3$ Н/Кл. Сколько времени нужно электрону, чтобы увеличить в этом поле свою скорость в 8 раз?

224. Какое расстояние пролетит электрон за 10 нс в ускоряющем электрическом поле напряженностью $2 \cdot 10^3$ Н/Кл? Начальная скорость электрона равна нулю.

225. Электрон, имеющий скорость v_0, влетает в электрическое поле напряженностью $\vec{E}$, которая совпадает по направлению со скоростью электрона. Найдите расстояние, которое успеет пролететь электрон до остановки.

226. Какую скорость разовьет в электрическом поле $\vec{E}$ протон с удельным зарядом q/m, пройдя в направлении силовых линий путь d? Начальная скорость протона равна нулю.

227. Электрон влетает в область однородного электрического поля напряженностью 200 Н/Кл со скоростью 10^7 м/с по направлению силовых линий поля. В течение какого времени электрон будет находиться в области поля?

228. Частица, заряд которой $q > 0$, а масса равна m, пролетает область однородного электрического поля протяженностью l за время t. Скорость частицы на входе в поле равна v_0 и направлена вдоль поля. Найдите напряженность этого поля.

229. Электрон влетает в середину плоского конденсатора со скоростью $\vec{v}_0$, направленной параллельно его пластинам (рис. 250). Напряженность поля внутри конденсатора равна $\vec{E}$, длина пластин равна l. Определите координаты и скорость электрона в момент его выхода из конденсатора. Под каким углом к пластинам будет лететь при этом электрон?

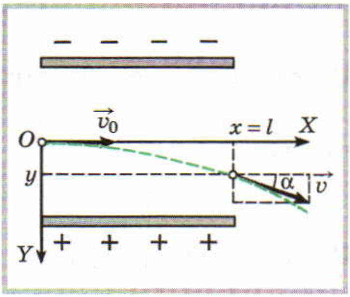


Рис. 250

Дано:	Решение:
электрон v_0, e/m конденсатор l, $\vec{E}$ $v_0 \perp \vec{E}$	
x — ? y — ? v — ? α — ?	

Электрон в однородном и постоянном поле плоского конденсатора совершает равноускоренное движение, перемещаясь по параболической траектории в сторону к положительно заряженной пластине. В соответствии с законами равноускоренного движения

$$x = x_0 + v_{0x}t + \frac{1}{2}a_x t^2,$$

где

$$x = l$$
$$x_0 = 0$$
$$v_{0x} = v_0$$
$$a_x = 0,$$

так что

$$l = v_0 t, \tag{1}$$

и

$$y = y_0 + v_{0y} t + \frac{1}{2} a_y t^2,$$

где

$$y_0 = 0$$
$$v_{0y} = 0$$
$$a_y = \frac{e}{m} E,$$

так что

$$y = \frac{1}{2} \frac{e}{m} E t^2. \tag{2}$$

Выражая время t из формулы (1) и подставляя полученное выражение в (2), получаем:

$$y = \frac{1}{2} \frac{e}{m} E \left(\frac{l}{v_0} \right)^2.$$

Проекции скорости электрона при этом находятся по формулам:

$$v_x = v_{0x} + a_x t, \qquad v_y = v_{0y} + a_y t,$$

что дает

$$v_x = v_0, \qquad v_y = \frac{e}{m} E \frac{l}{v_0}.$$

По теореме Пифагора

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{v_0^2 + \left(\frac{e}{m} E \frac{l}{v_0} \right)^2}.$$

Отношение проекций скорости определяет тангенс угла, под которым будет направлен вектор скорости электрона при его вылете из конденсатора:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{v_y}{v_x} = \frac{e}{m} E \frac{l}{v_0^2}.$$

Ответ: в момент вылета из конденсатора электрон будет иметь координаты

$$x = l, \; y = \frac{1}{2} \frac{e}{m} \left(\frac{l}{v_0} \right)^2$$

и двигаться со скоростью

$$v = \sqrt{v_0^2 + \left(\frac{e}{m} E \frac{l}{v_0}\right)^2}$$

под углом α, тангенс которого $\operatorname{tg} \alpha = eEl/mv_0{}^2$.

230. Электрон, имеющий скорость v_0, влетает в середину между пластинами плоского конденсатора параллельно им. Какое наименьшее значение должна иметь напряженность электрического поля в конденсаторе, чтобы электрон не вылетел из него? Длина конденсатора равна l, расстояние между его пластинами d.

231. Между двумя заряженными горизонтальными пластинами в вакууме находится в равновесии отрицательно заряженная капелька масла. Сколько избыточных электронов находится на капельке, если напряженность электрического поля в конденсаторе равна $2 \cdot 10^5$ Н/кл, радиус капельки $1{,}38 \cdot 10^{-3}$ см, плотность масла 0,9 г/см^3?

232. Капелька масла с 2000 избыточных электронов удерживается в равновесии между двумя горизонтальными пластинами плоского конденсатора. Масса капельки 16 нг. Чему равна напряженность электрического поля в конденсаторе?

233. В однородном электрическом поле напряженностью 1 мН/Кл, направленной вверх под углом $\varphi = 30°$ к вертикали, висит на нити шарик массой 2 г, несущий заряд 10 нКл. Найдите силу натяжения нити (рис. 251).

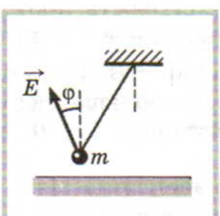


Рис. 251

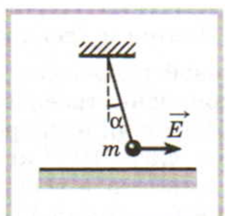


Рис. 252

234. Какой угол α с вертикалью составит нить, на которой висит шарик с зарядом 7 мкКл и массой 25 мг, если поместить его в однородное горизонтальное электрическое поле напряженностью 35 Н/Кл (рис. 252)?

235. Какая сила действует на протон, движущийся со скоростью 10^7 м/с в магнитном поле с индукцией 0,2 Тл перпендикулярно линиям магнитного поля?

236. На электрон, движущийся в магнитном поле со скоростью $3 \cdot 10^6$ м/с, действует сила $4{,}8 \cdot 10^{-14}$ Н. Чему равна индукция магнитного поля, если угол между индукцией и скоростью электрона 90°?

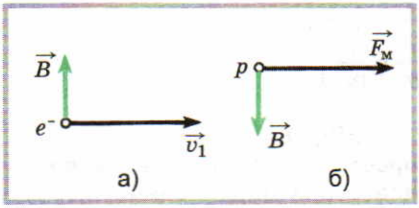


Рис. 253

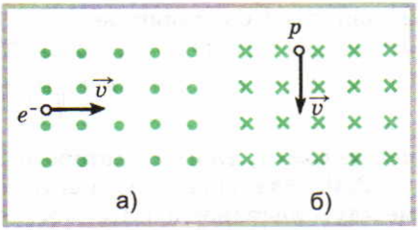


Рис. 254

237. Определите направление магнитной силы Лоренца, действующей на электрон, изображенный на рисунке 253, *а*.

238. На рисунке 253, *б* изображена магнитная сила Лоренца, действующая на протон. Определите направление его скорости.

239. Нарисуйте траектории, по которым будут двигаться влетевшие в однородное магнитное поле электрон (*а*) и протон (*б*) (рис. 254).

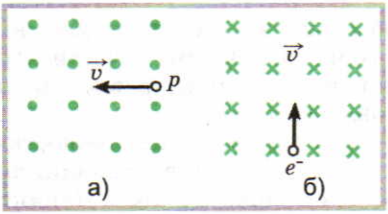


Рис. 255

240. Нарисуйте траектории, по которым будут двигаться влетевшие в однородное магнитное поле протон (*а*) и электрон (*б*) (рис. 255).

241. Протон с удельным зарядом q/m движется в поперечном магнитном поле B по окружности радиусом R. Определите скорость протона.

242. Протон и электрон влетают в однородное магнитное поле с одинаковой скоростью, перпендикулярной к $\vec{B}$. Во сколько раз радиус кривизны траектории протона будет больше радиуса кривизны траектории электрона? Масса электрона $9,1 \cdot 10^{-31}$ кг, масса протона $1,67 \cdot 10^{-27}$ кг.

243. Циклотрон ускоряет протоны до энергии 5 МэВ. Найдите наибольший радиус орбиты, по которой движется протон в циклотроне, если индукция магнитного поля 1 Тл.

244. Электрон движется по окружности радиусом 1 см в магнитном поле с индукцией 20 мТл. Чему равна кинетическая энергия электрона?

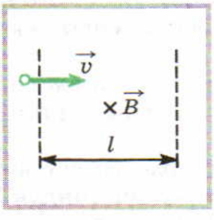


Рис. 256

245. Протон попадает в поперечное магнитное поле с индукцией B. Сколько оборотов он успеет сделать в этом поле за время t?

246. Электрон движется в однородном магнитном поле с индукцией 4 мТл. Найдите период обращения электрона.

247. Электрон влетает в область однородного магнитного поля индукцией $\vec{B}$ шириной l (рис. 256). Скорость электрона равна $\vec{v}$. Под каким углом к границе области электрон вылетит из магнитного поля, если его начальная скорость была перпендикулярна границе, а также силовым линиям магнитного поля?

248. Электрон движется в поперечном магнитном поле с индукцией 0,1 Тл по окружности радиусом 0,5 см. Определите силу, действующую на электрон в этом поле. Чему равна работа этой силы?

249. Протон попадает в однородное магнитное поле с индукцией $\vec{B}$, которая составляет острый угол α с направлением движения протона. Чему будет равен период обращения протона?

250. Электрон влетает в однородное магнитное поле со скоростью $\vec{v}$ под углом α к вектору магнитной индукции $\vec{B}$. Определите радиус и шаг винтовой линии, по которой будет двигаться электрон.

251. Электрон влетает в однородное электромагнитное поле со скоростью $\vec{v}$ под острым углом α к параллельно направленным векторам $\vec{E}$ и $\vec{B}$. Определите, сколько оборотов успеет сделать электрон до того, как начнет движение в направлении, обратном направлению векторов $\vec{E}$ и $\vec{B}$. Величины E и B считать известными.

252. В пространстве, где существуют одновременно однородные и постоянные электрическое и магнитное поля, по прямолинейной траектории с постоянной скоростью v движется протон. Чему равна индукция магнитного поля, если напряженность электрического поля равна E?

Глава 10

253. Во сколько раз кулоновская сила взаимодействия электрона с протоном в атоме водорода больше силы их гравитационного взаимодействия? $G = 6{,}7 \cdot 10^{-11}\ \dfrac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}$.

254. Два шарика, расположенные на расстоянии 10 см друг от друга, имеют одинаковые отрицательные заряды и взаимодействуют с силой 0,23 мН. Найдите число избыточных электронов на каждом шарике.

255. Два одинаковых металлических шарика заряжены так, что заряд одного из них в 5 раз больше заряда другого. Шарики привели в соприкосновение и раздвинули на прежнее расстояние. Во сколько раз изменилась (по модулю) сила взаимодействия этих шариков?

256. Два одинаковых шарика находятся на расстоянии 40 см друг от друга. Заряд одного из них $q_1 = 9$ нКл, заряд другого $q_2 = -1$ нКл. Шарики привели в соприкосновение и раздвинули на прежнее расстояние. Найдите силы их взаимодействия до и после соприкосновения.

257. Два отрицательных точечных заряда $q_1 = -9$ нКл и $q_2 = -36$ нКл расположены на расстоянии $l = 3$ м друг от друга. Когда в некоторой точке поместили третий заряд q_3, то все заряды оказались в равновесии. Найдите заряд q_3 и расстояние между этим и первым зарядом.

258. Точечные заряды 10 и 20 нКл закреплены на расстоянии 1 м друг от друга в вакууме. На прямой, соединяющей заряды, на одинаковом расстоянии от каждого из них помещен пробный заряд −3 нКл. Каковы модуль и направление силы, действующей на него?

259. Тонкая шелковая нить выдерживает максимальную силу натяжения $T = 10$ мН. На этой нити помещен шарик массой 0,6 г с зарядом 11 нКл. Снизу в направлении линии подвеса к нему подносят шарик с отрицательным зарядом −13 нКл. При каком расстоянии между шариками нить разорвется?

260. Одинаковые шарики массой по 0,2 г подвешены на нити так, как это показано на рисунке 257. Расстояние между шариками 3 см. Найдите силы натяжения нити на участках *0—1* и *1—2*, если шарики имеют одинаковые заряды $|q_1| = |q_2| = 10$ нКл. Рассмотрите два случая равновесия шариков: а) когда их заряды положительные и б) когда $q_1 > 0$, $q_2 < 0$.

261. Два одинаково заряженных шарика, подвешенные в одной точке на нитях длиной l, разошлись так, что угол между нитями стал прямым. Масса каждого шарика равна m. Найдите заряд шариков (рис. 258).

262. Два одинаковых шарика подвешены на нитях длиной 2 м к одной точке. Когда шарикам сообщили одинаковые заряды по 20 нКл, они разошлись на расстояние 16 см. Найдите силу натяжения каждой нити.

263. Три положительных заряда q_1, q_2 и q_3 связаны друг с другом двумя нитями, длиной l каждая. Найдите силы натяжения нитей, если известно, что заряды находятся в равновесии (рис. 259).

264. Два одинаковых заряженных шарика массой m подвешены в одной точке на нитях длиной l каждая. В точке подвеса находится третий заряженный шарик. Заряды всех шариков одина-

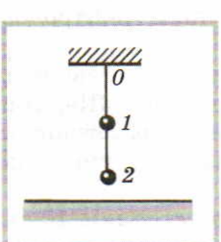


Рис. 257

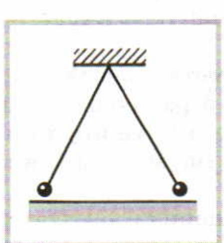


Рис. 258

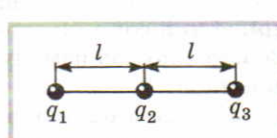


Рис. 259

ковы. Вычислите заряд шариков, если угол между нитями в положении равновесия составляет 2α.

265. Три одинаковых точечных заряда $q_1 = q_2 = q_3 = 9$ нКл расположены в вершинах равностороннего треугольника. Какой точечный заряд q нужно поместить в центр треугольника, чтобы система оказалась в равновесии?

266. В вершинах квадрата со стороной a находятся одинаковые положительные заряды q. Какой заряд Q нужно поместить в центр квадрата, чтобы система оказалась в равновесии?

267. Заряды $q_1 = 5$ нКл и $q_2 = -2$ нКл находятся на расстоянии $l = 40$ см друг от друга. Найдите напряженность электрического поля в точках, лежащих на прямой, соединяющей заряды, на расстоянии $x = 10$ см от заряда q_1.

268. Заряды $q_1 = 9$ нКл и $q_2 = -4$ нКл находятся на расстоянии $l = 20$ см друг от друга. В какой точке на прямой, соединяющей эти заряды, напряженность электрического поля равна нулю? На каком расстоянии x от заряда q_2 находится эта точка?

269. В двух вершинах равностороннего треугольника со стороной $a = 2$ м находятся заряды $q_1 = 20$ нКл и $q_2 = 40$ нКл. Найдите напряженность электрического поля в третьей вершине.

270. Два заряда $q_1 = 10$ нКл и $q_2 = -20$ нКл находятся на расстоянии $l = 5$ м друг от друга. Найдите напряженность электрического поля в точке, находящейся на расстоянии 4 м от первого заряда и расстоянии 3 м от второго заряда.

271. В вершинах квадрата со стороной 30 см находятся точечные заряды $q_1 = q_2 = 1$ нКл и $q_3 = q_4 = -1$ нКл. Найдите напряженность электрического поля в центре квадрата (рис. 260).

272. В основании равностороннего треугольника со стороной 30 см находятся заряды $q_1 = q_2 = 10$ нКл, а в вершине — заряд $q_3 = -10$ нКл. Найдите напряженность электрического поля в центре треугольника.

273. В однородном электрическом поле пробный заряд сначала перемещается по траектории *1—2*, а затем по траектории *1—3*. Сравните работы электрического поля на этих траекториях (рис. 261).

274. В однородном электрическом поле заряд перемещается из точки *1* в точку *2* по полуокружности радиусом R (рис. 262). Чему равна работа электрического поля?

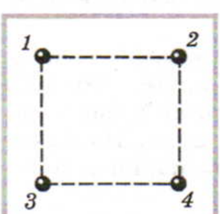


Рис. 260

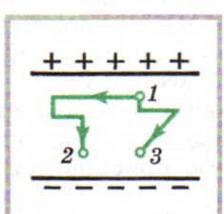


Рис. 261

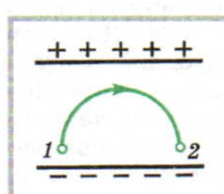


Рис. 262

275. Какую работу совершает однородное электростатическое поле $\vec{E} = 2\vec{i}$ (где $\vec{i}$ — вектор единичной длины, направленный параллельно оси OX) при перемещении заряда $q = 2$ Кл из точки с координатами (1; 1) в точку с координатами (3; 2)? Все величины даны в единицах СИ.

276. Какую работу совершает однородное электростатическое поле $\vec{E} = 5\vec{i}$ при перемещении заряда $q = 2$ Кл из точки с координатами (6; 5) в точку с координатами (2; 2)? Все величины даны в единицах СИ.

277. Три одинаковых заряда $q_1 = q_2 = q_3 > 0$ расположены на одной прямой на расстоянии a друг от друга (рис. 263). Какую работу надо совершить, чтобы расположить эти заряды в вершинах равностороннего треугольника со стороной a? Какую работу совершает при этом электрическое поле?

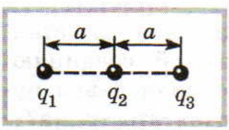


Рис. 263

278. Два одинаковых заряда q находятся на расстоянии r друг от друга. Какую работу надо совершить, чтобы сблизить их до расстояния $0{,}5r$?

279. Заряды $q_1 = 3$ нКл и $q_2 = -2$ нКл находятся на расстоянии 20 см друг от друга. В какой точке на прямой, соединяющей заряды, потенциал поля равен нулю? На каком расстоянии x от заряда q_1 находится эта точка? Чему равна напряженность поля в этой точке?

280. Потенциал поля точечного заряда на расстоянии 40 см от него равен 200 В. С какой силой это поле будет действовать на пробный заряд 1 нКл, помещенный в данную точку?

281. Потенциал заряженного проводника 300 В. Какой минимальной скоростью v_0 должен обладать электрон, чтобы улететь от этого проводника на бесконечно большое расстояние?

282. Первоначально покоящийся электрон разгоняется электрическим полем с разностью потенциалов U. Определите конечную скорость электрона. Какой знак должен быть у напряжения U, чтобы электрон в поле действительно разгонялся?

283. Найдите минимальное расстояние, на которое может приблизиться альфа-частица к покоящемуся ядру атома свинца, испытав лобовое столкновение с ним. Заряд ядра $q_1 = 82e$, заряд альфа-частицы $q_2 = 2e$, начальная кинетическая энергия альфа-частицы (на бесконечности) равна 0,4 МэВ.

284. Два шарика с одинаковыми зарядами q расположены на одной вертикали на расстоянии H друг от друга. Нижний шарик закреплен неподвижно, а верхний, имеющий массу m, получает начальную скорость v_0, направленную вниз. На какое минимальное расстояние h приблизится верхний шарик к нижнему?

285. Пылинка массой 10^{-10} г находится в равновесии между горизонтальными пластинами заряженного конденсатора. Пылинка освещается ультрафиолетовым светом и, теряя заряд, выходит из равновесия. Какой заряд потеряла пылинка, если первоначальная разность потенциалов на обкладках конденсатора была равна $U = 200$ В, а затем, чтобы опять уравновесить пылинку, ее пришлось увеличить на $\Delta U = 50$ В? Расстояние между пластинами конденсатора $d = 1{,}6$ см.

286. Поток электронов, получивших свою скорость под действием электрического поля напряжением $U_1 = -5$ кВ, влетает в середину между пластинами плоского конденсатора параллельно им. Какое самое меньшее напряжение U_2 нужно приложить к конденсатору, чтобы электроны не вылетали из него? Длина конденсатора $l = 5$ см, расстояние между пластинами $d = 1$ см.

Глава 11

287. В однородное магнитное поле помещен проводник с током. Изобразите силу, действующую на проводник в каждом случае (рис. 264).

288. На рисунке 265, *а*, *б* показана сила, действующая на проводник с током в однородном магнитном поле. Как направлена индукция магнитного поля в каждом случае? Определите полюсы магнитов на рисунке 265, *б*.

289. На проводник, расположенный перпендикулярно линиям магнитного поля, при силе тока 20 А действует сила 1 Н. Определите магнитную индукцию в месте расположения проводника, если его длина 20 см.

290. Какая сила действует на провод длиной 10 см в однородном магнитном поле индукцией 2,6 Тл, если сила тока в проводе 12 А, а угол между направлениями тока и магнитной индукции равен 30°?

291. В вертикальном магнитном поле индукцией 0,25 Тл на двух тонких проволочках подвешен горизонтальный проводник массой 10 г и длиной 20 см. На какой угол от вертикали отклонятся проволочки, поддерживающие проводник, если по нему пропустить ток 2 А? Массами проволочек пренебречь.

292. В горизонтальном магнитном поле индукцией 49 мТл на двух вертикальных нитях висит проводник длиной 0,2 м и мас-

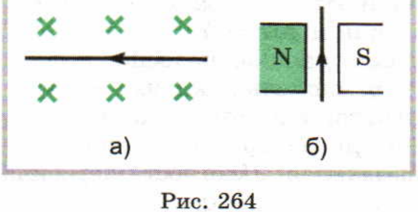


Рис. 264

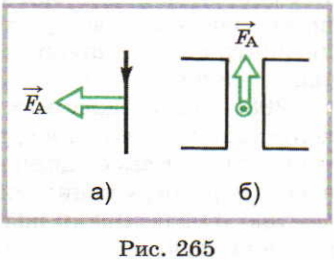


Рис. 265

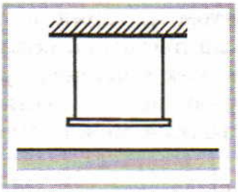


Рис. 266

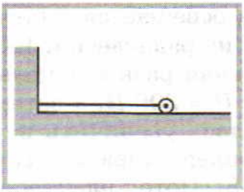


Рис. 267

сой 5 г (рис. 266). Какой ток надо пропустить через проводник, чтобы нить разорвалась? Максимальное натяжение, выдерживаемое нитью, $T = 39{,}2$ мН. Магнитное поле и проводник взаимно перпендикулярны.

293. Горизонтальные рельсы находятся на расстоянии $l = 30$ см друг от друга. На них лежит стержень, перпендикулярный рельсам. Какой должна быть индукция магнитного поля для того, чтобы стержень начал двигаться, когда по нему пропускается ток 50 А? Коэффициент трения стержня о рельсы 0,2. Масса стержня 0,5 кг.

294. Проводник длиной 10 см и массой 0,1 кг находится в вертикальном магнитном поле индукцией 10 Тл. Проводник соединен нитью со стенкой (рис. 267). Какой ток нужно пропустить по проводнику, чтобы нить разорвалась? Максимальное натяжение, выдерживаемое нитью, $T = 0{,}9$ Н. Коэффициент трения проводника о землю равен 0,1.

Глава 12

295. Два точечных заряда, находясь в воздухе на расстоянии 5 см, взаимодействуют друг с другом с силой 120 мкН, а находясь в некоторой непроводящей жидкости на расстоянии 10 см, — с силой 15 мкН. Какова диэлектрическая проницаемость жидкости?

296. Найдите расстояние r_1 между двумя одинаковыми точечными зарядами, находящимися в масле с диэлектрической проницаемостью 3, если сила взаимодействия между ними такая же, как в вакууме на расстоянии $r_2 = 30$ см.

297. Два одинаковых заряженных шарика подвешены на нитях равной длины в одной точке и погружены в жидкость. Плотность шариков равна ρ, плотность жидкости равна $\rho_ж$. При какой диэлектрической проницаемости жидкости угол расхождения нитей в жидкости и в воздухе будет один и тот же?

298. Два одинаковых заряженных шарика, подвешенные на нитях равной длины в одной точке, разошлись в воздухе на некоторый угол. Какова должна быть плотность ρ материала шариков, чтобы при погружении их в керосин с диэлектрической проницаемостью 2 угол между нитями не изменился? Плотность керосина $\rho_к = 800$ кг/м^3.

299. До какого потенциала можно зарядить находящийся в воздухе металлический шар радиусом 3 см, если напряженность электрического поля, при которой происходит пробой в воздухе, равна 3 МВ/м?

300. Найдите потенциал шара радиусом $R = 10$ см, если на расстоянии $l = 10$ м от его поверхности потенциал электрического поля равен $\varphi_1 = 20$ В.

301. Тысяча одинаковых шарообразных капелек ртути заряжена до одного и того же потенциала φ_1. Определите потенциал φ большой сферической капли, образовавшейся в результате слияния всех этих капелек.

302. Расстояние между двумя металлическими шарами велико по сравнению с их радиусами. Радиус первого шара R_1, и он заряжен до потенциала φ_1; радиус второго — R_2, и он заряжен до потенциала φ_2. Каким будет потенциал шаров, если их соединить проволокой? Какой заряд при этом перейдет с одного шара на другой (Δq)?

303. Заряженный до потенциала $\varphi_1 = 20$ В металлический шар радиусом $R_1 = 5$ см помещают внутрь полого металлического шара радиусом $R_2 = 10$ см, заряженного до потенциала $\varphi_2 = 30$ В. Определите потенциал шаров после их соприкосновения.

304. Заряженный до потенциала φ шар радиусом R_1 окружают незаряженной сферической металлической оболочкой радиусом R_2. На некоторое время их соединяют проволокой, а затем снова разъединяют. Определите потенциал шара после этого.

305. На расстоянии $l = 6$ см от поверхности незаряженного металлического шара радиусом $R = 3$ см находится точечный заряд 4 нКл. Найдите потенциал шара.

Дано:

	СИ
$l = 6$ см	$6 \cdot 10^{-2}$ м
$R = 3$ см	$3 \cdot 10^{-2}$ м
$q = 4$ нКл	$4 \cdot 10^{-9}$ Кл

φ — ?

Решение:

В поле точечного заряда q на поверхности шара индуцируются заряды q_i', но поскольку шар первоначально был не заряжен, то суммарный индуцированный заряд будет равен нулю:

$$\Sigma q_i' = 0.$$

Для нахождения потенциала шара учтем, что во всех точках этого шара он одинаков. Поэтому для рассмотрения мы можем выбрать любую его точку. Пусть это будет центр шара O (рис. 268). Потенциал электрического поля в этой точке по принципу суперпозиции равен сумме потенциалов поля точечного заряда q и поля индуцированных зарядов q_i':

$$\varphi = \varphi_q + \varphi_{q'},$$

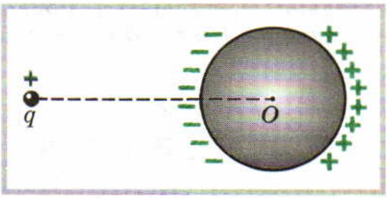


Рис. 268

где

$$\varphi_q = k\frac{q}{l+R}, \quad \varphi_{q'} = \sum k\frac{q_i'}{R} = k\frac{\sum q_i'}{R} = 0.$$

Таким образом,

$$\varphi = k\frac{q}{l+R}.$$

Произведем вычисления:

$$\varphi = 9\cdot 10^9\,\frac{4\cdot 10^{-9}}{9\cdot 10^{-2}}\ \text{В} = 400\ \text{В}.$$

Ответ: $\varphi = 400$ В.

306. На расстоянии $l = 9$ см от центра металлического шара с зарядом $Q = 2$ нКл и радиусом $R = 3$ см находится точечный заряд $q = -6$ нКл. Чему равен потенциал шара?

307. Какой заряд можно накопить на конденсаторе емкостью 1 мкФ, если его зарядить до напряжения 100 В?

308. При одном и том же напряжении заряд одного конденсатора в 3 раза меньше заряда другого конденсатора. Емкость первого конденсатора 10 пФ. Чему равна емкость второго конденсатора?

309. Найдите емкость плоского конденсатора, состоящего из двух круглых пластин диаметром 20 см, разделенных парафиновой прослойкой толщиной 1 мм. Диэлектрическая проницаемость парафина 2,1.

310. Площадь каждой пластины плоского конденсатора равна 520 см^2. На каком расстоянии друг от друга надо расположить в воздухе эти пластины, чтобы емкость конденсатора была равна 46 пФ?

311. Между вертикальными пластинами плоского воздушного конденсатора подвешен на нити маленький шарик, несущий заряд 10 нКл. Масса шарика 6 г, площадь пластины конденсатора 0,1 м^2. Какой заряд Q надо сообщить пластинам конденсатора, чтобы нить отклонилась от вертикали на угол 45°?

312. Маленький шарик, имеющий заряд $q = 10$ нКл, подвешен на нити в пространстве между круглыми горизонтально расположенными пластинами воздушного конденсатора. Радиус пластин 10 см. Когда конденсатору сообщили заряд $Q = 1$ мкКл, сила натяжения нити увеличилась вдвое. Найдите массу шарика.

313. Определите общую емкость $C_{\text{общ}}$ батареи из двух последовательно соединенных конденсаторов емкостями C_1 и C_2 соответственно (рис. 269). Указание: учесть, что заряды конденсаторов при последовательном соединении всегда равны друг другу ($q_{\text{общ}} = q_1 = q_2$), а общее напряжение на батарее равно сумме напряжений на каждом из конденсаторов ($U_{\text{общ}} = U_1 + U_2$).

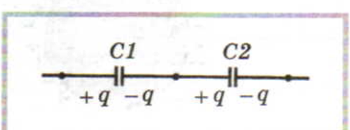


Рис. 269

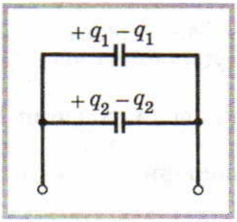


Рис. 270

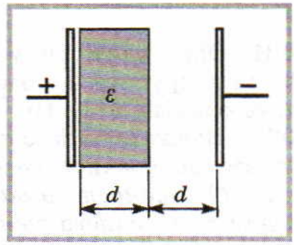


Рис. 271

314. Найдите общую емкость $C_{общ}$ батареи параллельно соединенных конденсаторов емкостями C_1 и C_2 соответственно (рис. 270). Указание: учесть, что при параллельном соединении конденсаторов напряжение на каждом из них одно и то же ($U_{общ} = U_1 = U_2$), а общий заряд батареи конденсаторов равен сумме зарядов каждого из них ($q_{общ} = q_1 + q_2$).

315. До какой разности потенциалов нужно зарядить конденсатор емкостью 100 мкФ, чтобы энергия его электрического поля стала равна 1 Дж?

316. Чему равна энергия заряженного конденсатора, если его емкость равна 10 пФ, а заряд равен 1 мкКл?

317. Плоский воздушный конденсатор емкостью C_1 зарядили до напряжения U_1 и заряда q_1 и отключили от источника тока. Во сколько раз изменяются емкость, заряд, напряженность поля в конденсаторе, его энергия и напряжение между его обкладками, если расстояние между ними увеличить в 2 раза?

318. Плоский воздушный конденсатор емкостью C_1 подключен к аккумулятору с напряжением U. Как изменятся емкость, заряд, напряженность поля в конденсаторе и его энергия, если расстояние между обкладками конденсатора (не отключая его от источника, т. е. сохраняя на нем неизменное напряжение) увеличить в 2 раза?

319. Какую работу нужно совершить против сил электрического поля для того, чтобы вынуть пластину диэлектрика из конденсатора, изображенного на рисунке 271? Диэлектрик занимает половину объема, конденсатор отключен от источника. Заряд конденсатора 30 нКл, площадь пластины 30 см^2, расстояние между пластинами $2d = 1$ см, диэлектрическая проницаемость равна 5.

320. Плоский конденсатор, пространство между обкладками которого заполнено диэлектриком с диэлектрической проницаемостью, равной 3, подключен к источнику с напряжением 100 В. Какую работу нужно совершить, чтобы удалить диэлектрик из конденсатора, не отключая его от источника? Емкость конденсатора с диэлектриком $C_1 = 3$ мкФ.

Глава 13

321. Определите силу тока, создаваемого электроном, вращающимся вокруг ядра в атоме водорода. Радиус орбиты электрона считать равным $5{,}3 \cdot 10^{-11}$ м.

322. Найдите плотность тока в проводнике, если за время 10 с через его поперечное сечение площадью 5 мм^2 проходит заряд 100 Кл. (*Плотностью тока* j называют отношение силы тока к площади поперечного сечения проводника.)

323. Определите количество теплоты, которое выделяется за 1 мин в проводнике с током, если известно, что его сопротивление равно 10 Ом и через его сечение ежесекундно проходит заряд 10 Кл.

324. Количество теплоты, выделяемое за 10 мин проводником с током, равно 12 кДж. Сопротивление проводника 5 Ом. Найдите силу тока в проводнике.

325. Для нагревания воды за время t требуется количество теплоты Q. Какой длины проводник нужно использовать для изготовления электронагревателя, если известно, что удельное сопротивление проводника равно ρ, диаметр проводника равен d, а сила тока при работе равна I?

326. Сколько витков никелиновой проволоки надо навить на фарфоровый цилиндр диаметром $D = 1{,}5$ см, чтобы изготовить электрокипятильник, который за каждые 10 мин выделял бы 36 кДж теплоты? Диаметр проволоки $d = 0{,}2$ мм. Удельное сопротивление никелина $4 \cdot 10^{-7}$ Ом · м, сила тока при работе равна 2 А.

327. Найдите напряжение на концах проводника с сопротивлением 10 Ом, если за время 5 мин через его сечение протекает заряд 120 Кл.

328. Удельное сопротивление графитового стержня от карандаша равно 400 мкОм · м. Какой ток пройдет по стержню, если на него подать напряжение 6 В? Длина стержня 20 см, диаметр — 2 мм.

329. Для измерения температуры применили железную проволочку, имеющую при температуре $t_1 = 10$ °С сопротивление $R_1 = 15$ Ом. При некоторой температуре t_2 она имела сопротивление $R_2 = 18{,}25$ Ом. Найдите температуру t_2. Температурный коэффициент сопротивления железа равен $6 \cdot 10^{-3}$ 1/°С.

330. Найдите температуру t_2 вольфрамовой нити лампочки, если при включении в сеть с напряжением 220 В по нити идет ток 0,68 А. При температуре $t_1 = 20$ °С сопротивление нити 36 Ом. Температурный коэффициент сопротивления вольфрама $4{,}6 \cdot 10^{-3}$ 1/°С.

331. Электровоз массой 300 т движется вниз по горе со скоростью 36 км/ч. Уклон горы (т. е. отношение высоты горы к длине наклонной поверхности) $\sin \alpha = 0{,}01$, сила сопротивления движению электровоза составляет $k = 3\%$ от действующей на него силы тяжести. Какой ток протекает через мотор электровоза, если напряжение в сети равно 3 кВ и КПД электровоза $\eta = 80\%$?

332. Электродвигатель подъемного крана работает под напряжением 380 В, потребляя силу тока 20 А. Каков КПД установки, если груз массой 1 т кран поднимает на высоту 19 м за 50 с?

333. Источник с ЭДС 6 В и внутренним сопротивлением 1 Ом подключен к цепи с сопротивлением 17 Ом. Чему равна сила тока в цепи?

334. Сила тока в цепи равна 2 А. Чему равна ЭДС источника в этой цепи, если его внутреннее сопротивление равно 2 Ом, а внешнее сопротивление цепи 13 Ом?

335. При замыкании источника тока на резистор с сопротивлением 14 Ом напряжение на зажимах источника 28 В, а при замыкании на резистор с сопротивлением 29 Ом напряжение на зажимах 29 В. Найдите ЭДС и внутреннее сопротивление источника.

336. Внутреннее сопротивление элемента в k раз меньше внешнего сопротивления цепи. Найдите, во сколько раз напряжение на зажимах меньше его ЭДС.

337. В цепи, изображенной на рисунке 272, параллельно резистору с сопротивлением 20 Ом подключен конденсатор емкостью 5 мкФ. Чему равна ЭДС источника в этой цепи, если его внутреннее сопротивление равно 2 Ом, а заряд на конденсаторе равен 10 мкКл?

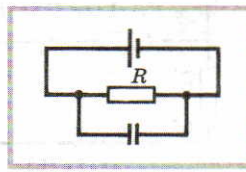


Рис. 272

338. Источник тока с ЭДС 15 В и внутренним сопротивлением 5 Ом замкнут на резистор с сопротивлением 10 Ом. К зажимам источника подключен конденсатор емкостью 1 мкФ. Найдите заряд на конденсаторе.

339. Какой заряд приобретет конденсатор емкостью 20 пФ, если его подключить к источнику тока с ЭДС 5 В?

340. Чему будет равна сила тока при коротком замыкании источника с ЭДС 20 В и внутренним сопротивлением 1,5 Ом?

341. Определите общее сопротивление цепей, изображенных на рисунке 273.

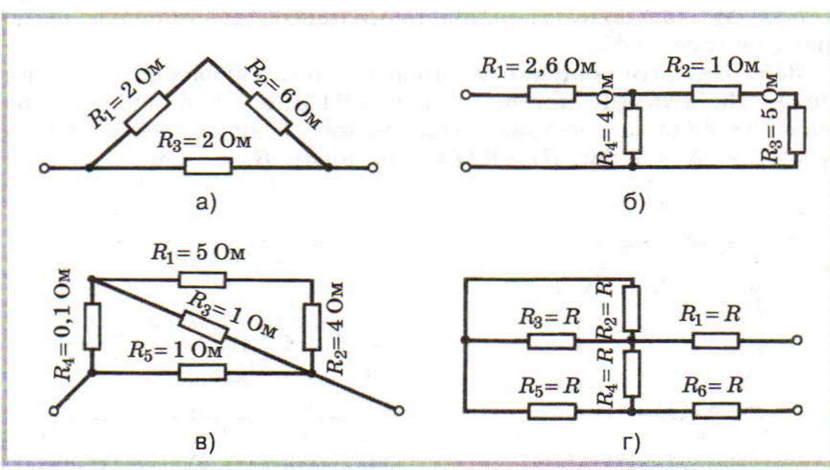


Рис. 273

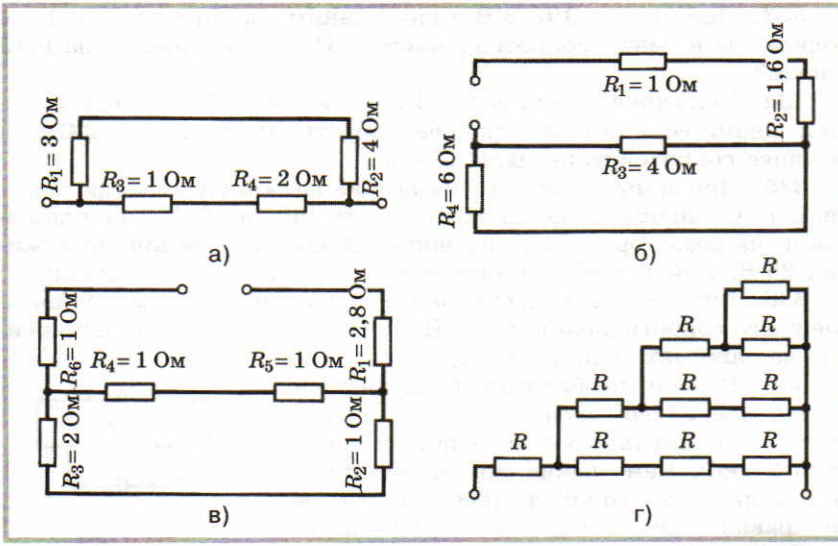


Рис. 274

342. Определите общее сопротивление цепей, изображенных на рисунке 274.

343. Имеется проводник сопротивлением $R = 36$ Ом. На сколько равных частей следует разрезать этот проводник, чтобы общее сопротивление всех этих частей, соединенных параллельно, оказалось равным $R_0 = 1$ Ом?

344. Из куска проволоки сопротивлением 10 Ом сделано кольцо. Где следует присоединить подводящие провода, чтобы сопротивление кольца стало равным $R_0 = 1$ Ом? Найдите отношение a/b, в котором это кольцо будут делить точки присоединения подводящих проводов (рис. 275).

345. Найдите общую силу тока в цепи, изображенной на рисунке 276, если ЭДС источника равна 24 В, его внутреннее сопротивление 2 Ом, а внешние сопротивления равны соответственно $R_1 = 2$ Ом, $R_2 = 9$ Ом, $R_3 = 9$ Ом, $R_4 = 9$ Ом, $R_5 = 5$ Ом.

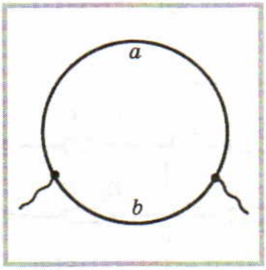


Рис. 275

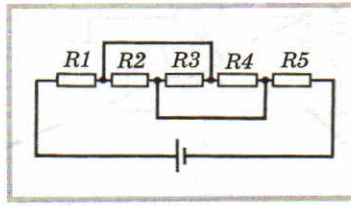


Рис. 276

346. Какой ток I_0 покажет амперметр (с пренебрежимо малым сопротивлением) в схеме, изображенной на рисунке 277? Сопротивления резисторов $R_1 = 1{,}25$ Ом, $R_2 = 1$ Ом, $R_3 = 3$ Ом, $R_4 = 7$ Ом, ЭДС источника равна 2,8 В. Внутренним сопротивлением источника пренебречь.

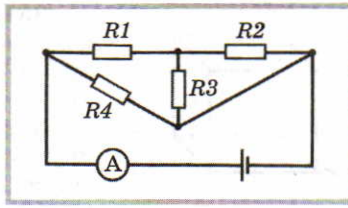


Рис. 277

347. Изображенная на рисунке 278 цепь составлена из бесконечного числа ячеек, состоящих их трех одинаковых резисторов R. Найдите общее сопротивление всей цепи. Указание: учесть, что присоединение к бесконечному числу ячеек еще одной такой же ячейки не меняет общего сопротивления бесконечной цепи.

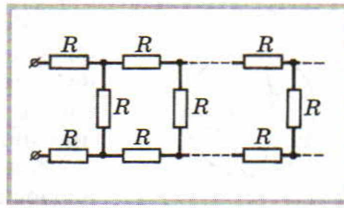


Рис. 278

348. На рисунке 279 изображена цепь, состоящая из бесконечного числа резисторов. Чему равно ее общее сопротивление?

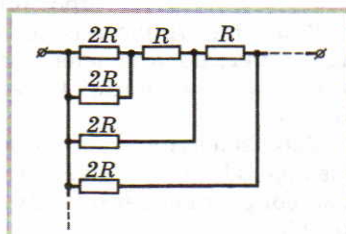


Рис. 279

349. Найдите общее сопротивление цепи, изображенной на рисунке 280, доказав предварительно, что: 1) потенциалы точек A и B одинаковы; 2) режим работы цепи не изменится, если резистор сопротивлением R_5 из цепи исключить, а точки A и B либо соединить, либо оставить разъединенными.

350. Найдите полное сопротивление цепи, составленной из резисторов с одинаковым сопротивлением R (рис. 281). Указание: найти в цепи место, в котором можно, не меняя режима работы цепи, произвести разъединение.

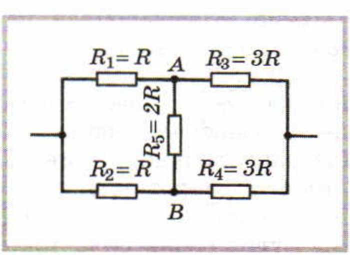


Рис. 280

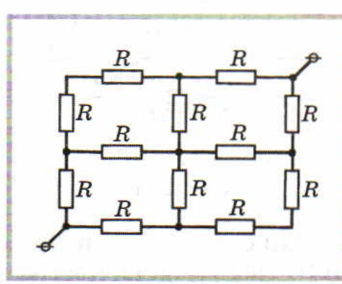


Рис. 281

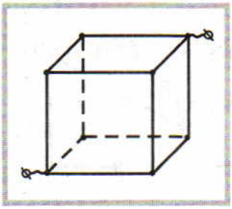


Рис. 282

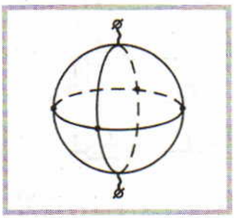


Рис. 283

351. Найдите общее сопротивление проволочного каркаса, изображенного на рисунке 282. Каждое ребро этого каркаса имеет одно и то же сопротивление, равное R.

352. Три одинаковых медных кольца радиусом r соединены так, как показано на рисунке 283. Определите общее сопротивление всей цепи, если диаметр проволоки, из которой сделаны кольца, равен d, а удельное сопротивление равно ρ.

353. Общее напряжение на концах цепи, изображенной на рисунке 273, *а* к задаче 341, равно $U_0 = 3{,}2$ В. Найдите общую силу тока в цепи I_0 и силу тока I_1 на участке с сопротивлением R_1.

354. Общее напряжение на концах цепи, изображенной на рисунке 274, *а* к задаче 342, равно $U_0 = 4{,}2$ В. Найдите общую силу тока в цепи I_0 и силу тока I_3 на участке с сопротивлением R_3.

355. Электрическая цепь, изображенная на рисунке 273, *б* к задаче 341, подключена к источнику тока с ЭДС 30 В и внутренним сопротивлением 1 Ом. Найдите силу тока I_4 и напряжение U_2.

356. Электрическая цепь, изображенная на рисунке 274, *б* к задаче 342, подключена к источнику тока с ЭДС 21 В и внутренним сопротивлением 2 Ом. Найдите силу тока I_3 и напряжение U_1.

357. Электрическая цепь, изображенная на рисунке 273, *в* к задаче 341, подключена к источнику тока с ЭДС 10 В и внутренним сопротивлением 0,5 Ом. Найдите напряжение U_3, силу тока I_5 и напряжение U_1.

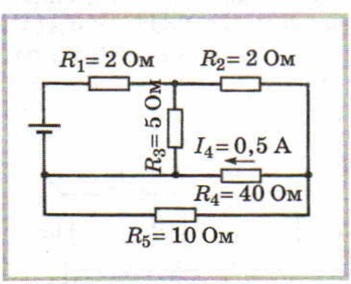


Рис. 284

358. Электрическая цепь, изображенная на рисунке 274, *в* к задаче 342, подключена к источнику тока с ЭДС 24 В и внутренним сопротивлением 1 Ом. Найдите силу тока I_4, напряжение U_1 и напряжение U_5.

359. В схеме, изображенной на рисунке 284, определите напряжение U_0 на батарее. Известны все сопротивления и сила тока на четвертом участке (указаны на рисунке).

360. Два параллельно соединенных резистора с сопротивлениями $R_1 = 40$ Ом и $R_2 = 10$ Ом подключены к источнику тока с ЭДС 10 В. Общая сила тока в цепи 1 А. Чему будет равна сила тока при коротком замыкании?

361. Миллиамперметр с пределом измерения токов $I_0 = 25$ мА необходимо использовать как амперметр с пределом измерения токов $I = 5$ А. Какое сопротивление $R_ш$ должен иметь шунт? Внутреннее сопротивление миллиамперметра $r = 10$ Ом. У к а з а н и е: шунт — это проводник, подключаемый параллельно для ответвления на себя части измеряемого тока.

362. Вольтметр рассчитан на измерение напряжений до максимального значения $U_0 = 30$ В. Какое добавочное сопротивление $R_д$ нужно присоединить к вольтметру, чтобы им можно было измерять напряжения до $U = 150$ В? Внутреннее сопротивление вольтметра $r = 3$ кОм. У к а з а н и е: добавочное сопротивление — это проводник, подключаемый последовательно с вольтметром для того, чтобы часть измеряемого напряжения приходилась на него и прибор не зашкаливал.

363. Электрическую лампу сопротивлением $R_л = 240$ Ом, рассчитанную на напряжение $U_л = 120$ В, надо питать от сети с напряжением $U_0 = 220$ В. Какой длины нихромовый проводник сечением 0,55 мм^2 надо включить последовательно с лампочкой? Удельное сопротивление нихрома 1,1 Ом · мм^2/м.

364. Какую мощность будет потреблять 25-ваттная лампочка, рассчитанная на напряжение $U_1 = 120$ В, если ее включить в сеть с напряжением $U_2 = 60$ В?

365. К источнику тока с внутренним сопротивлением 1 Ом подключаются два резистора с сопротивлением 0,5 Ом каждый. В одном случае резисторы подключаются последовательно, в другом — параллельно. Найдите отношение мощностей, выделяющихся во внешней цепи в обоих случаях.

366. Железная и медная проволоки одинаковой длины и сечения соединены последовательно и включены в сеть на некоторое время. Затем эти проволоки соединили параллельно и снова включили в сеть на то же время. Найдите отношение количеств теплоты, выделившихся в проволоках в обоих случаях, если по железной проволоке и в том и в другом случае шел один и тот же ток. Удельное сопротивление железа $\rho_1 = 0,12$ мкОм · м, меди $\rho_2 = 0,017$ мкОм · м.

367. Найдите ЭДС и внутреннее сопротивление аккумулятора, если при силе тока 15 А он отдает во внешнюю цепь мощность 135 Вт, а при силе тока 6 А — мощность 64,8 Вт.

368. Батарея элементов, замкнутая на сопротивление $R_1 = 2$ Ом, дает ток $I_1 = 1,6$ А. Та же батарея, замкнутая на сопротивление $R_2 = 1$ Ом, дает ток $I_2 = 2$ А. Найдите мощность, теряемую внутри батареи, во втором случае.

369. К одному и тому же источнику сначала подключают резистор с сопротивлением $R_1 = 2$ Ом, а затем с сопротивлением $R_2 = 0,1$ Ом. В обоих случаях на этих резисторах выделилась одинаковая мощность. Найдите внутреннее сопротивление источника.

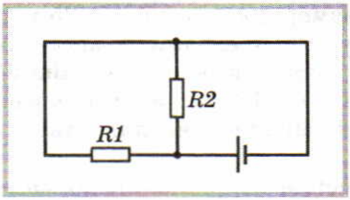


Рис. 285

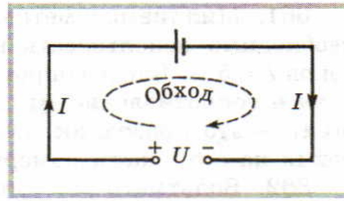


Рис. 286

370. Найдите КПД схемы, изображенной на рисунке 285. Сопротивления резисторов $R_1 = 2$ Ом, $R_2 = 5$ Ом. Внутреннее сопротивление источника тока равно 0,5 Ом.

371. Аккумулятор подключен для зарядки к сети постоянного тока с напряжением $U = 12{,}5$ В (рис. 286). Внутреннее сопротивление аккумулятора 1 Ом. Какова электродвижущая сила этого аккумулятора, если при зарядке через него проходит ток 0,5 А?

Дано:
$U = 12{,}5$ В
$r = 1$ Ом
$I = 0{,}5$ А

$\mathscr{E}$ — ?

Решение:

В данном случае следует применять закон Ома для активного участка цепи, выражаемый формулой (75.1). Выбрав направление обхода (см. § 75) по часовой стрелке и учитывая, что на данном участке $R = 0$ и, следовательно, полное сопротивление участка $R_п = r$, получаем:

$$I = \frac{U - \mathscr{E}}{r}.$$

Отсюда

$$\mathscr{E} = U - Ir.$$

Произведем вычисления:

$$\mathscr{E} = (12{,}5 - 0{,}5)\ \text{В} = 12\ \text{В}.$$

Ответ: $\mathscr{E} = 12$ В.

372. Зарядка аккумулятора производится током $I_1 = 4$ А. Напряжение на его клеммах при этом $U_1 = 12{,}6$ В. При разрядке того же аккумулятора через внешнюю цепь при силе тока $I_2 = 6$ А напряжение на его клеммах оказывается равным $U_2 = 11{,}1$ В. Найдите силу тока, который будет идти при коротком замыкании этого аккумулятора.

Глава 14

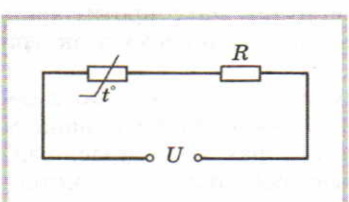


Рис. 287

373. К концам цепи, состоящей из последовательно включенных термистора и резистора, подано напряжение 20 В (рис. 287). Сопротивление резистора $R = 1$ кОм. При комнатной температуре сила тока в цепи была равна 5 мА. Когда термистор опустили в горячую воду, сила тока стала равной 10 мА. Во сколько раз изменилось сопротивление термистора?

374. Фоторезистор (рис. 288), который в темноте имеет сопротивление $R_1 = 25$ кОм, включили последовательно с резистором сопротивлением $R = 5$ кОм. Когда фоторезистор осветили, сила тока в цепи (при том же напряжении) увеличилась в 4 раза. Во сколько раз уменьшилось сопротивление фоторезистора?

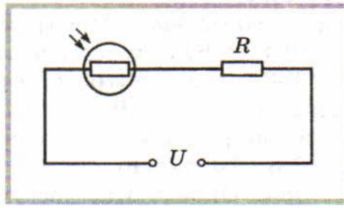


Рис. 288

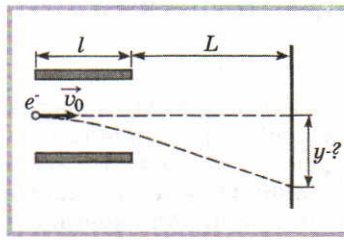


Рис. 289

375. Расстояние между катодом и анодом вакуумного диода равно 1 мм. Сколько времени движется электрон от катода до анода при напряжении между электродами 440 В? Начальную скорость электрона считать равной нулю.

376. Электрон со скоростью влетает в середину между вертикально отклоняющими пластинами электронно-лучевой трубки (рис. 289). Длина пластин l, расстояние между ними d. На расстоянии L от пластин находится экран трубки. Определите смещение y электрона на экране при подаче на пластины напряжения U.

377. При какой напряженности электрического поля начнется самостоятельный разряд в воздухе, если энергия ионизации молекул равна $E_i = 2{,}4 \cdot 10^{-18}$ Дж, а длина свободного пробега электрона составляет $l = 5$ мкм? Какова скорость электронов при ударе о молекулы?

378. Расстояние между электродами в трубке, наполненной парами ртути, 10 см. Какова средняя длина свободного пробега электрона, если самостоятельный разряд наступает при напряжении 600 В? Энергия ионизации паров ртути $1{,}7 \cdot 10^{-18}$ Дж. Поле считать однородным.

379. Чему равен электрохимический эквивалент натрия, если его валентность равна 1, а масса одного иона $3{,}8 \cdot 10^{-26}$ кг?

380. Цинковый анод массой 5 г опущен в электролитическую ванну, через которую проходит ток 2 А. Через какое время анод полностью израсходуется на покрытие металлических изделий? Электрохимический эквивалент цинка равен $3{,}4 \cdot 10^{-7}$ кг/Кл.

381. При какой плотности тока j в растворе $AgNO_3$ толщина выделяющегося слоя серебра на электроде растет со скоростью 1 мм/ч? Электрохимический эквивалент серебра равен $11{,}18 \cdot 10^{-7}$ кг/Кл, его плотность $10{,}5 \cdot 10^3$ кг/м^3.

382. Никелирование производят током плотностью $j = 100$ А/м^2. Через какое время слой никеля достигнет толщины $d = 0{,}05$ мм? Электрохимический эквивалент никеля равен $3 \cdot 10^{-7}$ кг/Кл, его плотность $8{,}9 \cdot 10^3$ кг/м^3.

383. При электролизе раствора медного купороса была совершена работа 2 кВт · ч. Определите массу выделившейся меди, если напряжение на зажимах электролитической ванны 6 В, $k = 3{,}3 \cdot 10^{-7}$ кг/Кл.

384. Определите массу серебра, выделившегося на катоде при электролизе азотнокислого серебра за 2 ч, если к зажимам электролитической ванны приложено напряжение 2 В, а сопротивление раствора равно 5 Ом. Электрохимический эквивалент серебра $11{,}18 \cdot 10^{-7}$ кг/Кл.

Глава 16

385. Определите направление индукционного тока, возникающего при приближении (*а*) магнита к проводящему контуру и при удалении (*б*) магнита от него (рис. 290).

386. Определите направление индукционного тока, возникающего при приближении (*а*) магнита к проводящему контуру и при удалении (*б*) магнита от него (рис. 291).

387. Определите направление индукционного тока, возникающего во внутреннем витке при замыкании ключа во внешней цепи (рис. 292).

388. Определите направление индукционного тока, возникающего во внутреннем витке при перемещении ползунка реостата вправо (рис. 293).

389. Определите направление индукционного тока, возникающего в левой обмотке при перемещении ползунка реостата влево (рис. 294).

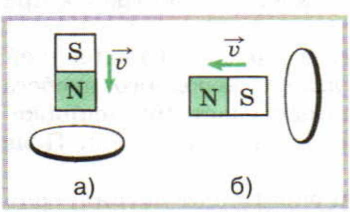


Рис. 290

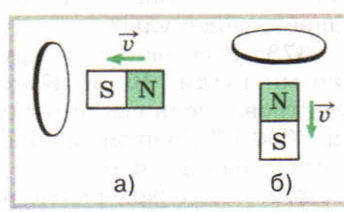


Рис. 291

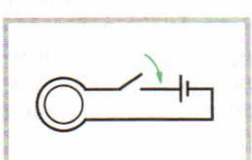


Рис. 292

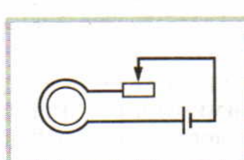


Рис. 293

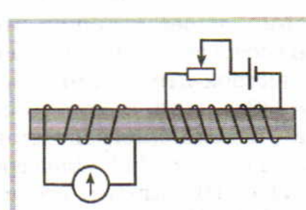


Рис. 294

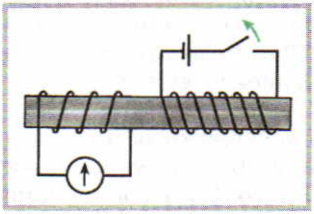


Рис. 295

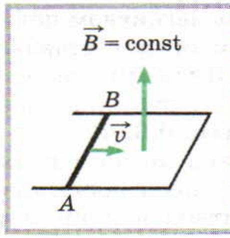


Рис. 296

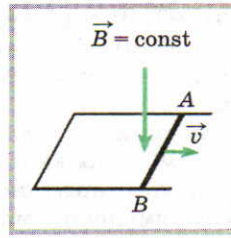


Рис. 297

390. Определите направление индукционного тока, возникающего в левой обмотке при размыкании цепи правой обмотки (рис. 295).

391. Определите направление индукционного тока, появляющегося в проволочном каркасе при движении перемычки AB вправо (рис. 296).

392. Определите направление индукционного тока, появляющегося в проволочном каркасе при движении перемычки AB вправо (рис. 297).

393. Проволочная рамка площадью 0,01 м^2 находится в однородном магнитном поле с индукцией 0,5 Тл (рис. 298). Насколько изменится магнитный поток, пронизывающий рамку, если: а) при неизменных $\vec{B}$ и S повернуть рамку на 90°; б) при неизменных S и φ ослабить поле до 0,1 Тл?

394. Проволочная рамка площадью 0,02 м^2 находится в однородном магнитном поле с индукцией 0,1 Тл (рис. 299). Насколько изменится магнитный поток, пронизывающий рамку, если: а) при неизменных $\vec{B}$ и S повернуть рамку на 30°; б) при неизменных S и φ увеличить индукцию поля до 0,6 Тл?

395. За 5 мс в соленоиде, содержащем 500 витков провода, магнитный поток равномерно убывает с 9 до 7 мВб. Определите ЭДС индукции в соленоиде, а также силу индукционного тока в нем, если сопротивление равно 20 Ом.

396. При равномерном изменении магнитного потока от 1 до 0,4 Вб в контуре возникла ЭДС индукции 1,2 В. Найдите время изменения магнитного потока, а также силу индукционного тока, если сопротивление контура 0,24 Ом.

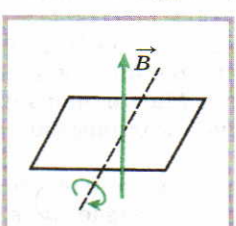


Рис. 298

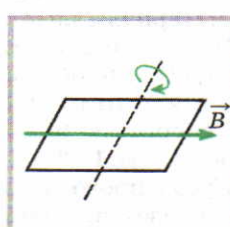


Рис. 299

397. В однородном магнитном поле расположен виток площадью 50 $см^2$. Плоскость витка составляет с направлением магнитного поля угол 30°. Индукция поля 0,2 Тл. Чему будет равно среднее значение ЭДС индукции, возникающей в витке при выключении поля за время 0,02 с?

398. Сколько витков провода должна содержать обмотка на стальном сердечнике с поперечным сечением 50 $см^2$, чтобы в ней при изменении магнитной индукции от 0,1 до 1,1 Тл в течение 5 мс возбуждалась ЭДС индукции $\mathscr{E}_i = -100$ В? Поле считать перпендикулярным виткам.

399. Плоский виток площадью 10 $см^2$ помещен в однородное магнитное поле перпендикулярно линиям магнитной индукции. Сопротивление витка 1 Ом. Какой ток протечет по витку, если магнитная индукция начнет убывать со скоростью 0,01 Тл/с?

400. Однородное магнитное поле перпендикулярно плоскости медного кольца диаметром $D = 20$ см и толщиной $d = 2$ мм. С какой скоростью должна изменяться во времени магнитная индукция, чтобы индукционный ток в кольце равнялся 10 А? Удельное сопротивление меди $1{,}75 \cdot 10^{-8}$ Ом · м.

401. Проволочный виток площадью 100 $см^2$ разрезан в некоторой точке и в разрез включен конденсатор емкостью 10 мкФ. Виток помещен в однородное магнитное поле, перпендикулярное плоскости витка. Индукция поля равномерно убывает со скоростью 0,005 Тл/с. Определите заряд на конденсаторе.

402. Какой заряд пройдет через сечение провода, из которого сделан виток, при увеличении пронизывающего его магнитного потока от 2 до 10 мВб? Сопротивление витка 0,5 Ом.

403. Замкнутая катушка диаметром D с числом витков N помещена в однородное магнитное поле с индукцией B. Линии индукции перпендикулярны плоскости витков катушки. Какой заряд протечет по цепи катушки, если ее повернуть на 180°? Проволока, из которой сделана катушка, имеет площадь сечения S и удельное сопротивление ρ.

404. В однородном магнитном поле с индукцией 0,1 Тл расположен плоский проволочный виток, площадь которого 10^3 $см^2$, а сопротивление равно 2 Ом. Плоскость витка перпендикулярна силовым линиям. Виток замкнут на гальванометр. Когда виток повернули, то через гальванометр прошел заряд 2,5 мКл. На какой угол повернули виток?

405. Проволочный виток площадью 1 $см^2$, имеющий сопротивление 1 мОм, пронизывается однородным магнитным полем, перпендикулярным плоскости витка. Магнитная индукция изменяется со скоростью 0,01 Тл/с. Какое количество теплоты выделяется в витке за 1 с?

406. Кусок провода длиной $l = 2$ м складывается вдвое и его концы замыкаются. Затем провод растягивается в квадрат так, что плоскость квадрата оказывается перпендикулярной горизонтальной составляющей индукции магнитного поля Земли

$B_x = 2 \cdot 10^{-5}$ Тл. Какой заряд при этом проходит через контур, если его сопротивление 1 Ом?

407. В постоянном и однородном магнитном поле с индукцией B под углом α к ней движется со скоростью прямолинейный проводник длиной l. Найдите ЭДС, возникающую в проводнике.

Дано:
B, l, v, α
$\mathscr{E}$ — ?

Решение:

Когда проводник движется, то вместе с ним движутся и находящиеся в нем свободные электроны (рис. 300, *а*). К скорости беспорядочного движения

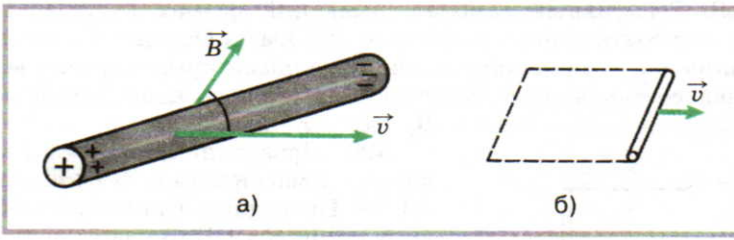


Рис. 300

электронов при этом добавляется скорость движения проводника $\vec{v}$. В результате этого на каждую частицу, движущуюся вместе с проводником в магнитном поле, начинает действовать дополнительная сила Лоренца, направление которой можно определить по правилу левой руки. Эта сила заставляет электроны перемещаться вдоль проводника. На том конце проводника, куда они приходят, появляется избыточный отрицательный заряд; на противоположном конце проводника из-за оставшихся там ионов появляется нескомпенсированный положительный заряд. По мере того как на противоположных концах проводника будут накапливаться заряды, создаваемое ими электрическое поле будет все сильнее и сильнее препятствовать перемещению электронов, пока наконец не наступит равновесие и на концах проводника установится разность потенциалов, равная электродвижущей силе в нем:

$$U = \mathscr{E}.$$

Для нахождения ЭДС учтем, что в качестве сторонней силы, вызвавшей перемещение зарядов вдоль проводника, здесь выступала та составляющая магнитной силы Лоренца, которая была направлена параллельно проводнику. Ее работа на пути l

$$A_{ст} = |q|\, v B \sin\alpha \cdot l$$

(при этом работа всей силы Лоренца, а не только рассматриваемой составляющей равна нулю!). Разделив последнее выражение на величину переносимого заряда, мы получим искомую ЭДС:

$$\mathscr{E} = Blv \sin\alpha.$$

Такая ЭДС возникает при любом движении проводника, пересекающего силовые линии магнитного поля, индукция которого перпендикулярна проводнику.

Рассматривая движущийся (рис. 300, *б*) проводник как сторону воображаемого контура, площадь которого из-за этого меняется, возникающую в нем ЭДС можно найти и другим способом — с помощью закона электромагнитной индукции. По этой причине ЭДС в движущемся проводнике также называют электродвижущей силой индукции, хотя само явление электромагнитной индукции в данном случае отсутствует.

408. Реактивный самолет, имеющий размах крыльев 50 м, летит горизонтально со скоростью 792 км/ч. Определите разность потенциалов, возникающую между концами крыльев, если вертикальная составляющая индукции магнитного поля Земли равна $B_\perp = 5 \cdot 10^{-5}$ Тл.

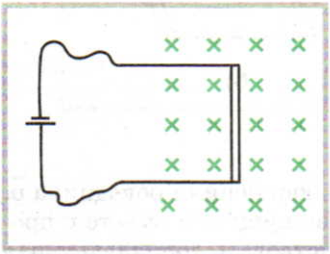


Рис. 301

409. Проводник длиной $l = 1$ м находится в магнитном поле с индукцией 0,1 Тл. Проводник подключен к источнику с ЭДС $\mathscr{E} = 1$ В. В каком направлении и с какой скоростью надо перемещать проводник, чтобы через него не шел ток? Внутренним сопротивлением источника и сопротивлением подводящих проводов пренебречь (рис. 301).

410. По горизонтальным рельсам, расположенным в вертикальном магнитном поле с индукцией 0,01 Тл, скользит проводник длиной $l = 1$ м с постоянной скоростью 10 м/с. Концы рельсов замкнуты на проводник сопротивлением $R = 2$ Ом. Какое количество теплоты выделяется в проводнике за 1 с? Сопротивлением рельсов и движущегося проводника пренебречь.

411. Два металлических стержня расположены вертикально и замкнуты вверху проводником. По этим стержням без трения и нарушения контакта скользит перемычка длиной 0,5 см и массой 1 г. Вся система находится в магнитном поле с индукцией 0,01 Тл, перпендикулярной плоскости рамки. Установившаяся скорость перемычки 1 м/с. Найдите сопротивление перемычки. Сопротивлением стержней и верхнего проводника пренебречь.

412. Система проводников образует горизонтально расположенный каркас, помещенный в магнитном поле B, перпендикулярном его плоскости (рис. 302). Длина подвижного проводника AB равна l, его сопротивление R. Сопротивление остальной части каркаса пренебрежимо мало. Какую силу нужно прикладывать к проводнику AB, чтобы двигать его с постоянной скоростью v? Трением пренебречь.

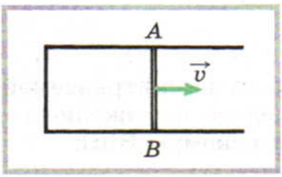


Рис. 302

413. При помощи реостата равномерно увеличивают силу тока в катушке со скоростью 2 А/с. Индуктивность катушки 200 мГн. Чему равна ЭДС самоиндукции в катушке?

414. При равномерном уменьшении в течение 0,1 с силы тока в катушке от 10 А до нуля в ней возникла ЭДС самоиндукции 60 В. Определите индуктивность катушки.

415. Индуктивность катушки 0,1 мГн. При какой силе тока энергия магнитного поля будет равна 0,2 мДж?

416. Найдите энергию магнитного поля соленоида, в котором при силе тока 10 А магнитный поток составляет 0,5 Вб.

Глава 17

417. Координата колеблющейся материальной точки меняется с течением времени по закону $x = 0{,}5\cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$. Найдите амплитуду колебаний, циклическую частоту ω и линейную частоту ν, период колебания, фазу φ и начальную фазу φ_0, скорость $v_x = x'$, амплитуду скорости v_m, ускорение $a_x = v'_x$ и амплитуду ускорения a_m.

418. Координата колеблющейся материальной точки меняется с течением времени по закону $x = 2\sin 5\pi t$. Найдите все возможные величины.

419. Рамка площадью 200 см^2 вращается с циклической частотой (угловой скоростью) $\omega = 50$ с$^{-1}$ в однородном магнитном поле с индукцией 0,4 Тл. Напишите формулы зависимости магнитного потока и ЭДС от времени, если при $t = 0$ нормаль к плоскости рамки была параллельна линиям индукции магнитного поля.

420. Найдите амплитуду ЭДС, индуцируемой в рамке, вращающейся в однородном магнитном поле с частотой 50 об/с. Площадь рамки 100 см^2. Индукция магнитного поля равна 0,2 Тл (рис. 303).

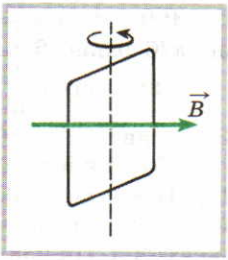


Рис. 303

421. ЭДС изменяется с течением времени по закону $\mathscr{E} = 2\cos\left(40\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$. Определите амплитуду ЭДС, циклическую и линейную частоты колебаний, период, фазу и начальную фазу колебаний.

422. Сила тока в цепи изменяется с течением времени по закону $I = 0{,}5\cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$. Определите амплитуду силы тока, циклическую и линейную частоты, период, фазу и начальную фазу колебаний.

423. Электрический заряд конденсатора в цепи переменного тока изменяется с течением времени по закону $q = 10^{-6}\sin 500t$. Определите амплитуду заряда, циклическую и линейную часто-

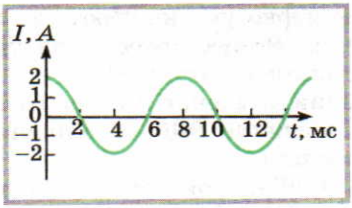


Рис. 304

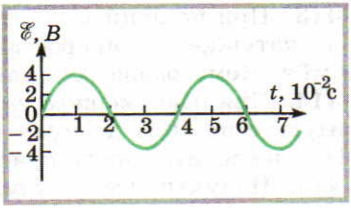


Рис. 305

ты, период, фазу и начальную фазу колебаний, а также силу тока $I = q'$ и ее амплитуду I_m.

424. Напряжение на участке цепи изменяется с течением времени по закону $U = 10 \sin 200t$. Определите амплитуду напряжения, циклическую и линейную частоты, период, фазу и начальную фазу колебаний.

425. По графику, изображенному на рисунке 304, найдите амплитуду силы тока, а также период и частоту колебаний. Напишите формулу зависимости силы тока от времени.

426. По графику, изображенному на рисунке 305, найдите амплитуду ЭДС, а также период и частоту колебаний. Напишите формулу зависимости ЭДС от времени.

427. Амплитуды напряжения и силы переменного тока в резисторе равны соответственно 28 В и 0,14 А. Найдите сопротивление резистора, действующие значения силы тока и напряжения, а также среднюю мощность переменного тока.

428. Действующие значения напряжения и силы переменного тока в резисторе равны соответственно 10 В и 0,5 А. Найдите сопротивление резистора, амплитуды напряжения и силы тока, а также среднюю мощность, выделяющуюся на резисторе.

429. Мгновенное значение силы синусоидального тока для фазы $\pi/6$ равно 6 А. Определите действующее значение силы тока.

430. Через $\frac{1}{6}$ периода мгновенное значение синусоидальной ЭДС равно $\mathscr{E}_1 = 50$ В. Чему будет равна ЭДС при фазе $\pi/4$?

431. Действующее напряжение в сети переменного тока равно $U_д$. В эту сеть включена неоновая лампа. Определите время Δt, в течение которого горит эта лампа в каждый полупериод, если известно, что она горит, когда мгновенное напряжение на ее электродах $U \geqslant U_д$, и гаснет, когда $U < U_д$. Частота колебаний напряжения 50 Гц.

432. Неоновая лампа включена в сеть переменного тока с действующим напряжением 71 В и периодом колебания 0,02 с. Найдите время, в течение которого длится вспышка лампы, если напряжение зажигания совпадает с напряжением гашения лампы и равно 86,7 В.

433. Поздно вечером Коля Петров включил в цепь переменного тока частотой 200 Гц катушку индуктивностью 2 Гн. Перед тем как заснуть, он заметил, что амплитуда силы тока в катушке была равна 10 А. Чему было равно действующее значение напряжения?

434. На вступительных экзаменах в разведшколу Джексону предложили найти индуктивность катушки, если известны частота переменного тока 50 Гц, амплитуда силы тока 0,5 А и действующее значение напряжения на катушке 1,4 В. Ответ Джексона: 1,27 Гн. Во сколько раз он ошибся?

435. Снилось ему, что он превратился в огромный конденсатор емкостью 2 Ф, который какое-то рыбообразное существо настойчиво пыталось включить в цепь переменного тока с периодом колебания 0,1 с. Проснулся он только тогда, когда с ужасом почувствовал, как по нему начинает идти ток с действующим значением 0,5 А. Чему была равна амплитуда напряжения?

436. Дрожащими от страха руками матерый шпион Джонс включил в цепь переменного тока частотой 100 Гц конденсатор неизвестной емкости. Незадолго до катастрофы он успел зафиксировать действующее значение силы тока 0,2 А и амплитуду напряжения 200 В. Чему была равна емкость этого конденсатора?

437. Колебательный контур содержит конденсатор емкостью 800 пФ и катушку индуктивностью 2 мкГн. Найдите период свободных колебаний в контуре.

438. Колебательный контур состоит из катушки индуктивностью 3 мГн и плоского конденсатора в виде двух дисков радиусом 1,2 см, расположенных на расстоянии 0,3 мм друг от друга. Найдите период электромагнитных колебаний в контуре. Во сколько раз увеличится этот период, если конденсатор заполнить веществом с диэлектрической проницаемостью, равной 4?

439. Каков диапазон частот свободных колебаний в контуре, если его индуктивность можно изменять в пределах от 0,1 до 10 мкГн, а емкость — в пределах от 40 до 4000 пФ?

440. В каких пределах должна изменяться индуктивность катушки колебательного контура, чтобы в контуре происходили колебания с частотой от 400 до 500 Гц? Емкость конденсатора 10 мкФ.

441. В колебательном контуре индуктивность катушки равна 0,2 Гн, а амплитуда силы тока 40 мА. Найдите энергию электрического поля конденсатора и энергию магнитного поля катушки в тот момент, когда мгновенное значение силы тока будет в 2 раза меньше амплитудного значения.

442. После того как конденсатор емкостью 0,01 мкФ с зарядом 1 мкКл замкнули на катушку, в контуре возникли затухающие колебания. Какое количество теплоты выделится в контуре к тому времени, когда колебания полностью затухнут?

443. От подстанции к потребителю передается мощность $P =$ $= 100$ кВт. Сопротивление линии 10 Ом. Какую часть мощности получает потребитель, если передача электроэнергии осуществляется под напряжением 5 кВ?

444. При включении первичной обмотки трансформатора в сеть на вторичной обмотке появляется напряжение $U = 30$ В. При включении в ту же сеть вторичной обмотки трансформатора на первичной появляется напряжение $U' = 120$ В. Сколько витков содержит первичная обмотка трансформатора, если число витков во вторичной обмотке 1200?

Глава 18

445. Чему равно волновое число, если длина электромагнитной волны равна 628 нм?

446. Волновое число равно 628 м$^{-1}$. Сколько гребней этих волн приходится на 1 м?

447. Вдоль оси X распространяются волны. Чему равна разность фаз двух точек волны, разделенных расстоянием $\Delta x = 50$ см, если длина волны равна 2 м.

448. Вдоль оси X со скоростью v распространяются волны, имеющие частоту ν. Чему равна разность фаз двух точек волны, расположенных на расстоянии Δx друг от друга?

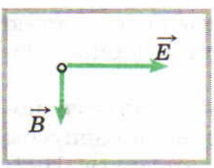


Рис. 306

449. На рисунке 306 изображены векторы $\vec{E}$ и $\vec{B}$ электромагнитной волны. Как направлена скорость этой волны?

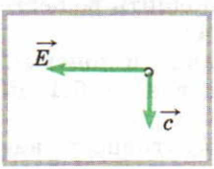


Рис. 307

450. На рисунке 307 изображены вектор $\vec{E}$ электромагнитной волны и ее скорость $\vec{c}$. Как направлен вектор $\vec{B}$ этой волны?

451. Какую длину волны будет принимать радиоприемник, колебательный контур которого имеет конденсатор емкостью 750 пФ и катушку индуктивностью 1,34 мГн?

452. Радиоприемник можно настраивать на прием радиоволн с длиной волны от $\lambda_1 = 25$ м до $\lambda_2 = 200$ м. Что нужно сделать с расстоянием между пластинами плоского конденсатора, включенного в колебательный контур радиоприемника, при переходе к приему более длинных волн — увеличить его или уменьшить и во сколько раз?

ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ

Лабораторная работа 1

Измерение ускорения тела при равноускоренном движении

Оборудование: желоб с подставкой, стальной шарик, секундомер, брусок (или цилиндр из набора калориметрических тел), лента измерительная.

Указания к выполнению работы

1. Решите задачу. Шарик начинает скатываться вниз по наклонному желобу и за время t совершает перемещение $\vec{s}$. Чему равно ускорение шарика?

2. Укажите, какие физические величины подлежат прямому измерению для определения ускорения. С помощью каких измерительных приборов будут проведены измерения? Определите и запишите границы абсолютных погрешностей этих приборов.

3. Определите и запишите границы абсолютных погрешностей отсчета при использовании секундомера и измерительной ленты. Запишите формулу для определения границы абсолютной погрешности Δa.

4. Подготовьте таблицу для записи результатов измерений и вычислений.

s, м	Δs, м	t, с	Δt, с	a, м/с^2	Δa, м/с^2

Обозначения величин:

s — модуль перемещения шарика;

t — время его движения;

a — ускорение шарика;

Δs, Δt, Δa — границы абсолютных погрешностей измерения этих величин.

5. Закрепите желоб в наклонном положении так, чтобы один его конец был выше другого не более чем на 5—10 мм. Положите брусок на нижний край желоба. Нанесите на желоб метку напротив верхнего основания бруска. Переместите брусок к верхнему краю желоба. Выше бруска должно остаться место для шарика. Напротив основания бруска нанесите еще одну метку.

6. Измерьте время движения t и перемещение s шарика.

7. Вычислите ускорение движения шарика a.

8. Определите границы абсолютных погрешностей измерения перемещения Δs, времени Δt и ускорения Δa.

9. Запишите результат определения ускорения с учетом погрешности $a = a_{изм} \pm \Delta a$. Число значащих цифр в записи результата должно соответствовать правилу записи значений измеренной величины и погрешности ее измерения.

10. Повторите опыт еще 2 раза, уменьшив перемещение шарика на 1/4, а затем на 1/3 от первоначального.

Лабораторная работа 2

Определение коэффициента трения скольжения

Оборудование: деревянная линейка, деревянный брусок, грузы из набора по механике массой по 100 г (4 шт.), динамометр.

Указания к выполнению работы

1. Решите задачу. К бруску весом P прикрепили динамометр и стали равномерно тянуть его вдоль горизонтально расположенной деревянной линейки. Чему равен коэффициент трения скольжения дерева по дереву, если в процессе движения бруска динамометр показывал силу $F_{упр}$?

2. Укажите, какие физические величины подлежат прямому измерению для определения коэффициента трения. С помощью каких измерительных приборов будут проведены измерения?

3. Определите и запишите границу абсолютной погрешности измерения динамометра $\Delta_{пр}$ и границу абсолютной погрешности отсчета $\Delta_{от}$. Запишите формулу для определения границы абсолютной погрешности Δ_{μ}.

4. Подготовьте таблицу для записи результатов измерений и вычислений.

Номер опыта	$P_{бр}$, Н	$P_{гр}$, Н	P, Н	ΔP, Н	$F_{тр}$, Н	$\Delta F_{тр}$, Н	μ	Δ_{μ}	ε_{μ}, %

Обозначения величин: $P_{бр}$ — вес бруска; $P_{гр}$ — вес грузов; P — вес бруска с грузами; ΔP — граница абсолютной погрешности измерения веса бруска с грузами; $\Delta F_{тр}$ — граница абсолютной погрешности измерения силы трения; Δ_{μ} — граница абсолютной погрешности определения коэффициента трения; ε_{μ} — относительная погрешность определения коэффициента трения.

5. Измерьте вес бруска $P_{бр}$.

6. Положите брусок вблизи одного из концов дощечки и прикрепите к нему динамометр. Потянув за динамометр, добейтесь равномерного движения бруска по дощечке. Измерьте силу трения $F_{тр}$.

7. Измерьте вес одного груза $P_{гр}$. Вычислите суммарный вес бруска с грузом P.

8. Положите груз на брусок и повторите опыт. Повторите опыт с двумя, тремя и четырьмя грузами.

9. Внесите в таблицу границы абсолютных погрешностей измерения веса бруска с грузами ΔP и силы трения $\Delta F_{тр}$.

10. Вычислите значение коэффициента трения μ по результатам каждого опыта.

11. Для каждого значения μ вычислите границу абсолютной погрешности Δ_μ.

12. Для каждого значения μ вычислите относительную погрешность ε_μ.

Лабораторная работа 3

Изучение движения тела по окружности под действием силы тяжести и силы упругости

Оборудование: груз массой 100 г, нить длиной около 50 см, динамометр, секундомер, лента измерительная, циркуль, штатив с муфтой и лапкой.

Указания к выполнению работы

1. Решите задачу. Конический маятник массой m (рис. 308, *а*), двигаясь по окружности радиусом R, совершает N оборотов за время t. Чему равна сила, сообщающая маятнику центростремительное ускорение?

2. Укажите, какие физические величины подлежат прямому измерению для проверки равенства $F = 4\pi^2 n^2 mRt^2$ (где $n = \frac{N}{t}$) методом, используемым в данной работе. С помощью каких измерительных приборов будут проведены измерения?

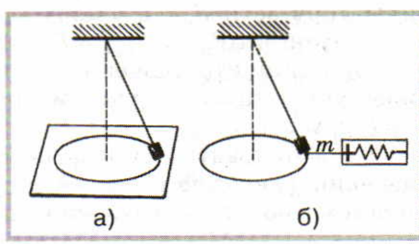


Рис. 308

3. Определите и запишите границы абсолютных погрешностей отсчета при использовании механического секундомера, измерительной ленты и динамометра. Запишите формулу для определения границы абсолютной погрешности ΔF.

4. Подготовьте таблицу для записи результатов измерений и вычислений.

N	t, с	Δt, с	R, м	ΔR, м	m, кг	Δm, кг	$F_{изм}$, Н	$\Delta F_{изм}$, Н	F, Н	ΔF, Н

Обозначения величин: $F_{изм}$ — равнодействующая силы тяжести и силы упругости, измеренная динамометром; F — равнодействующая сила, вычисленная по формуле $F = 4\pi^2 n^2 mRt^2$ по данным измерений.

5. Соберите штатив так, чтобы конец лапки оказался возможно дальше от стержня. На один из концов нити подвесьте груз, другой зажмите лапкой так, чтобы груз оказался на высоте около 1 см от поверхности стола.

6. Под груз подложите лист бумаги, на котором начерчена окружность радиусом 8—10 см. Неподвижный груз должен висеть точно над ее центром.

7. Отклоните груз до линии окружности и слегка подтолкните его вдоль касательной к ней. Проведите несколько пробных пусков, для того чтобы научиться пускать груз точно по окружности.

8. Измерьте время t, за которое груз совершит 10—15 полных оборотов. Измерьте радиус окружности R. С помощью динамометра измерьте равнодействующую силу $F_{изм}$. Внесите в таблицу значения t, R, m, F.

9. Вычислите и внесите в таблицу границы абсолютных погрешностей измерений времени вращения Δt, радиуса окружности ΔR, массы груза Δm (значение массы груза указано на самом грузе с погрешностью ±2 г) и равнодействующей силы $\Delta F_{изм}$.

10. Вычислите равнодействующую силы тяжести и силы упругости F.

11. Вычислите границу абсолютной погрешности определения равнодействующей силы.

12. Запишите значение равнодействующей силы тяжести и силы упругости $F_{изм}$ с учетом границы абсолютной погрешности ее измерения $\Delta F_{изм}$: $F_{изм} = F_{изм} \pm \Delta F_{изм}$.

13. Запишите значение равнодействующей силы тяжести и силы упругости F с учетом границы абсолютной погрешности $F = F \pm \Delta F$.

14. Установите, перекрываются ли интервалы возможных значений равнодействующей силы, измеренной непосредственно динамометром и определенной при вычислении.

Лабораторная работа 4

Изучение закона сохранения механической энергии

Оборудование: спиральная пружина, грузы массой по 100 г (2 шт.), штатив с муфтой и лапкой, линейка измерительная.

Указания к выполнению работы

1. Решите задачу. Груз подвешивают на пружине, пружина растягивается. Как связаны изменения энергии упругой деформации пружины и потенциальной энергии груза?

2. Укажите, какие физические величины подлежат прямому измерению для определения изменения потенциальных энергий пружины и грузов.

3. Определите и запишите границы абсолютной погрешности линейки и абсолютную погрешность отсчета измерений. Запиши-

те формулы для определения границ абсолютных погрешностей жесткости пружины Δk и изменений потенциальных энергий пружины $\Delta\left(\frac{kX^2_{max}}{2}\right)$ и груза $\Delta\,(mgX_{max})$.

4. Подготовьте таблицу для записи результатов измерений и вычислений.

k, Н/м	Δk, Н/м	X_{max}, м	ΔX_{max}, м	$\left(\frac{kX^2_{max}}{2}\right)$, Дж

$\Delta\left(\frac{kX^2_{max}}{2}\right)$, Дж	$m_{гр}$, кг	$\Delta m_{гр}$, кг	(mgX_{max}), Дж	$\Delta\,(mgX_{max})$, Дж

5. Соберите экспериментальную установку, как показано на рисунке 309. Вычислите суммарную массу груза $m_{гр}$, подвешенного к пружине. Масса каждого из двух грузов, используемых в опыте, указана на его поверхности с точностью ±2 г.

6. Определите жесткость пружины k. Для этого:

Измерьте по шкале линейки координату x_0 указателя пружины без груза.

Измерьте координату x_1 указателя пружины с грузом.

Вычислите растяжение пружины X под действием груза: $X = x_1 - x_0$.

Вычислите силу тяжести груза, растягивающего пружину: $F_т = m_{гр}g$.

Вычислите жесткость пружины k ($k = X/m_{гр}g$) и границу абсолютной погрешности Δk.

7. Измерьте максимальное растяжение пружины X_{max} при движении груза. Для этого:

Медленно поднимайте груз до тех пор, пока пружина вновь не окажется в нерастянутом состоянии.

Отпустите груз и заметьте координату указателя x при максимальном растяжении пружины. Чтобы избежать случайных ошибок, опыт повторите 5—7 раз и определите среднее значение $x_{ср}$.

Вычислите максимальное растяжение X_{max} пружины: $X_{max} = x_{ср} - x_0$ и границу абсолютной погрешности ΔX_{max}.

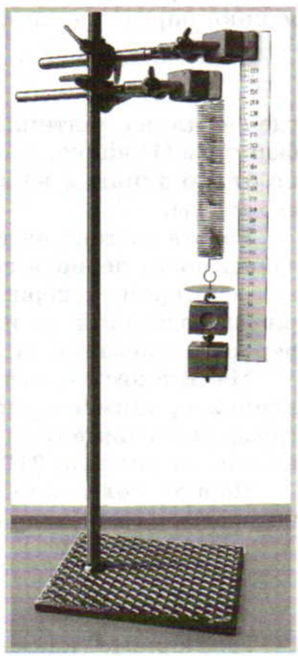


Рис. 309

8. Вычислите изменение потенциальной энергии пружины при максимальном растяжении $\Delta E_{пр} = \dfrac{kX^2_{max}}{2}$ и границу абсолютной погрешности $\Delta\left(\dfrac{kX^2_{max}}{2}\right)$.

9. Вычислите изменение потенциальной энергии груза mgX_{max} и границу абсолютной погрешности $\Delta\,(mgX_{max})$.

10. Запишите значения изменения потенциальной энергии растянутой пружины и изменения потенциальной энергии груза с учетом интервалов возможных значений этих величин.

11. Определите, перекрываются ли интервалы возможных значений изменения энергии растянутой пружины и изменения потенциальной энергии груза.

Лабораторная работа 5

Определение периода колебаний нитяного маятника

Оборудование: грузы массой по 100 г (2 шт.), нить длиной 1 м с петлями на концах, секундомер, лента измерительная, штатив с муфтой и лапкой.

Указания к выполнению работы

1. Период малых свободных колебаний математического маятника определяется формулой

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}, \qquad (1)$$

где l — длина маятника, а g — ускорение свободного падения. Из формулы (1) видно, что период колебаний маятника зависит только от его длины и не зависит ни от амплитуды колебаний, ни от его массы.

Работа состоит из трех заданий. В первом задании исследуют зависимость периода свободных колебаний маятника от его длины, во втором экспериментально подтверждают независимость периода колебаний от их амплитуды, в третьем — независимость периода колебаний от массы маятника.

Маятником служит груз, подвешенный на нити. За длину маятника принимают расстояние от точки подвеса до центра масс груза. Экспериментальная установка для проведения работы показана на рисунке 310.

Период колебаний определяют как отношение времени t, за которое маятник совершит несколько полных колебаний, к числу N этих колебаний:

$$T = \frac{t}{N}. \qquad (2)$$

2. Укажите, какие физические величины подлежат прямому измерению при выполнении трех заданий работы. С помощью ка-

ких измерительных приборов будут проведены их измерения? Определите и запишите границы абсолютных погрешностей этих приборов.

3. Запишите формулы для определения границ абсолютных погрешностей периодов колебаний, вычисленных по формулам $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ и $T = \frac{t}{N}$.

4. Подготовьте таблицу для записи результатов измерений и вычислений.

l, м	T_1, с	ΔT_1, с	N	t, с	T_2, с	ΔT_2, с

Обозначения величин: T_1 — период, рассчитанный по формуле (1); T_2 — период, рассчитанный по формуле (2).

Выполните

5. Задание 1. Исследование зависимости периода колебаний от длины маятника.

1) Соберите установку, как показано на рисунке 310.

2) Отмерьте такую длину нити, чтобы расстояние от центра масс груза до точки подвеса составляло 1 м.

3) Занесите в таблицу значение длины маятника.

4) Отклоните маятник от положения равновесия примерно на 10 см, отпустите его и измерьте время 20—25 его полных колебаний.

5) Повторите опыт 3 раза, каждый раз уменьшая длину маятника на 25 см.

6) Вычислите двумя способами по результатам каждого из четырех опытов период колебаний, используя формулы (1) и (2).

7) Вычислите для каждого значения периода колебаний границы абсолютной погрешности.

6. Задание 2. Экспериментальное подтверждение независимости периода колебаний от их амплитуды.

1) Отмерьте такую длину нити, чтобы расстояние от центра масс груза до точки подвеса составляло 1 м.

2) Отклоните маятник от положения равновесия на 5 см, отпустите его и измерьте время 20 полных колебаний.

3) Вычислите по формуле (2) период колебаний маятника. Запишите значения начального отклонения и периода.

Рис. 310

4) Повторите опыт 3 раза, каждый раз увеличивая начальное отклонение маятника на 5 см.

7. Задание 3. Экспериментальное подтверждение независимости периода колебаний от массы маятника.

1) Добавьте к одному грузу маятника длиной 1 м другой груз. При этом второй груз зацепляют крючком за петлю нити подвеса (а не за нижний крючок первого груза!).

2) Отклоните маятник от положения равновесия на 10 см, отпустите его и измерьте время 20 колебаний.

3) Вычислите по формуле (2) период колебаний маятника. Запишите значения начального отклонения, массы и периода маятника.

4) Сравните результаты проведенного опыта с результатами, полученными при выполнении второго задания при начальном отклонении маятника на 10 см.

Лабораторная работа 6

Определение удельного сопротивления проводника

Оборудование: проволока нихромовая с наконечниками на концах, источник тока, амперметр, вольтметр, ключ, соединительные провода, лента измерительная, штангенциркуль.

Указания к выполнению работы

1. Решите задачу. Чему равно удельное сопротивление провода длиной l и диаметром D, если при напряжении U через него идет ток I?

2. Укажите, какие физические величины подлежат прямому измерению для определения удельного сопротивления проводника методом, используемым в данной работе. С помощью каких измерительных приборов будут проведены измерения?

3. Определите и запишите границы абсолютных погрешностей отсчета лабораторного амперметра, вольтметра, измерительной ленты и штангенциркуля. Запишите формулу для вычисления границы абсолютной погрешности определения ρ.

4. Подготовьте таблицу для записи результатов измерений и вычислений.

D, мм	ΔD, мм	U, В	ΔU, В	I, А	ΔI, А

l, м	Δl, м	ρ, Ом · мм^2/м	$\Delta\rho$, Ом · мм^2/м

5. Измерьте диаметр нихромовой проволоки D, длину проволоки l.

6. Соберите экспериментальную установку по схеме, изображенной на рисунке 311.

7. Замкните ключ и занесите в таблицу показания амперметра и вольтметра.

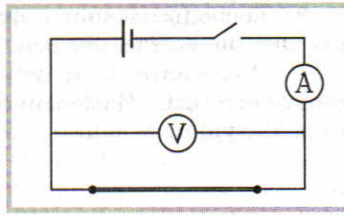


Рис. 311

8. Запишите границы абсолютных погрешностей измерения диаметра проволоки, ее длины, силы тока и напряжения.

9. Вычислите значение удельного сопротивления нихрома.

10. Вычислите значение границы абсолютной погрешности $\Delta\rho$.

11. Запишите полученное значение удельного сопротивления нихрома с учетом абсолютной погрешности измерения этой физической величины:

$$\rho_{\text{нихрома}} = \rho \pm \Delta\rho.$$

Лабораторная работа 7

Определение ЭДС и внутреннего сопротивления источника тока

Оборудование: источник тока, реостат, амперметр, вольтметр, ключ, соединительные провода.

Указания к выполнению работы

1. Решите задачу. Один и тот же источник тока сначала подключают к одному резистору, а затем к другому; в первом случае напряжение на полюсах источника оказывается равным U_1, а сила тока в цепи — I_1; во втором случае соответственно U_2 и I_2. Чему равны ЭДС и внутреннее сопротивление источника?

2. Соберите электрическую цепь, изображенную на рисунке 312, и при двух разных положениях ползунка реостата измерьте значения величин, необходимых для определения ЭДС и внутреннего сопротивления источника. Результаты измерений занесите в таблицу.

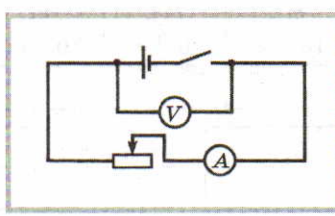


Рис. 312

I_1	U_1	I_2	U_2

3. Воспользовавшись формулами, полученными в начале данной работы, вычислите ЭДС и внутреннее сопротивление источника.

4. Отключите цепь от источника и с помощью вольтметра измерьте его ЭДС. Измеренное значение $\mathscr{E}_{изм}$ сравните с найденным в предыдущем задании.

Лабораторная работа 8

Определение элементарного электрического заряда методом электролиза

Оборудование: источник постоянного тока, кювета с электродами из набора «Электролит», вольтметр лабораторный, резистор на панельке, весы с гирями, ключ, соединительные провода, раствор медного купороса, секундомер (или часы с секундной стрелкой).

Указания к выполнению работы

1. Решите задачу. При пропускании через раствор медного купороса тока I за время Δt на катоде выделилась медь массой m. Масса одного иона меди m_i, валентность n. Чему равен элементарный заряд e?

2. Укажите, какие физические величины подлежат прямому измерению для определения заряда электрона методом, используемым в данной работе. С помощью каких измерительных приборов будут проведены измерения? Определите и запишите границы абсолютных погрешностей этих приборов.

3. Определите и запишите границы абсолютных погрешностей отсчета при использовании механического секундомера, вольтметра и весов. Запишите формулу для определения границы абсолютной погрешности Δe.

4. Подготовьте таблицу для записи результатов измерений и вычислений.

m_1, 10^{-3} кг	m_2, 10^{-3} кг	m, 10^{-3} кг	Δm, 10^{-3} кг	n	N_A	M, кг/моль

$I_{ср}$, A	$\Delta I_{ср}$, A	t, с	Δt, с	e, Кл	Δe, Кл

5. Подготовьте вспомогательную таблицу для записи показаний вольтметра.

Δt, с									
U, В									

6. Определите на весах массу съемного электрода m_1.

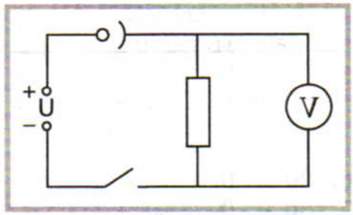


Рис. 313

7. Закрепите электрод на кювете и соберите электрическую цепь, показанную на рисунке 313. Проследите, чтобы съемный электрод оказался подключенным к отрицательному полюсу источника напряжения.

8. Заполните кювету раствором медного купороса, замкните ключ и через каждые 30 с на протяжении 15 мин записывайте показания вольтметра.

9. Через 15 мин разомкните ключ, разберите цепь, снимите электрод, высушите и определите его массу m_2 вместе с осевшей на нем медью.

10. Вычислите массу выделившейся меди: $m = m_2 - m_1$ — и границу абсолютной погрешности ее измерения Δm.

11. Вычислите среднее значение напряжения на резисторе $U_{ср}$ и среднее значение силы тока в электролите $I_{ср}$.

12. Вычислите заряд электрона e.

13. Вычислите границу абсолютной погрешности определения заряда электрона Δe.

ОТВЕТЫ

6. 20 м; 0.
7. 60 м; 94,2 м.
8. 7 км; 5 км.
10. –5 м; 5 м.
22. На расстоянии 118 м от перекрестка.
24. 32,4 м.
25. 98 м/с.
26. 380 м/с.
27. 50 м/с^2.
28. 0,5 м/с^2.
29. 42 м.
30. 300 м/с.
31. 12 м/с.
32. 200 с; 15 м/с.
33. 1,25 м/с^2; 30 м.
34. 0,2 м/с^2; 30 м.
35. 0,4 с; 2,5 с$^{-1}$.
36. 1 ч и $2{,}78 \cdot 10^{-4}$ с$^{-1}$; 12 ч и $2{,}3 \cdot 10^{-5}$ с$^{-1}$.
37. 465 м/с; 0,03 м/с^2.
38. 30 км/с; 0,006 м/с^2.
39. 90 мин.
40. $2{,}7 \cdot 10^{-3}$м/с^2.
41. 3,3 м/с^2.
42. 0,225 м/с^2.
43. 2,4 м/с.
44. 4,5 м/с.
45. 10 м/с; 9 км и 6 км.
46. 20 м/с; 18 км и 24 км.
47. 2 мин.
48. 54 км/ч.
Д1. 225 м; 300 м; 375 м.
Д2. 7,2 м/с; 14,4 м/с.
51. 10 м/с^2.
52. 2 Н.
53. 3,25 м/с^2.
54. 4 Н.
64. 6 Н.
65. 1,25 кН.
66. 0,5 м/с^2.
67. 5,1 м/с^2.
68. 1,2 Н.
69. 140 Н.
70. 740 Н.
71. 33,3 м.
72. 11,8 м/с.
74. $a = \dfrac{F}{m} - g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)$.
76. $a = \dfrac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} g$;

$T = 2\dfrac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} g$.

77.
$a = \dfrac{F}{2m}\cos\alpha - \mu\left(g - \dfrac{F}{2m}\sin\alpha\right)$;

$T = \dfrac{1}{2} F(\cos\alpha + \mu\sin\alpha)$.

78. $a = \dfrac{1}{2} g(1 - \sin\alpha - \mu\cos\alpha)$;

$T = \dfrac{1}{2} mg(1 + \sin\alpha + \mu\cos\alpha)$.

79. $\Delta l = \mu mg/k$.
80. $\Delta l = \dfrac{2ms}{kt^2}$.
82. 0,3 кг.
83. 47 Н.
84. 71 Н.
85. 1,2 кН.
86. 139 кН.
87. В воздухе тонна железа весит больше.
88. Равновесие сохранится.
Д3. 250 г.
Д4. 3,5 кН.
Д5. Горизонтальная балка растягивается силой 90 Н, наклонная балка сжимается силой 150 Н.
Д6. 10 Н.

91. $r = 0{,}9l$.
92. В 16 раз.
93. Нет.
94. На 1-м этаже.
95. 1,7 м/с^2.
96. 25,8 м/с^2.
99. На Земле: $t = 2$ с, $H = 20$ м.
100. 0,5 с; 20 м/с.
101. 3,2 м; 8 м/с.
102. $l = v_0\sqrt{\dfrac{2h}{g}}$.
103. $t = \dfrac{2v_0}{g}\sin\alpha$;
$l = \dfrac{2v_0^2}{g}\sin\alpha\cos\alpha = \dfrac{v_0^2}{g}\sin 2\alpha$;
$H = \dfrac{v_0^2}{2g}\sin^2\alpha$.
104. $\operatorname{tg}\alpha = 4$.
107. 1,6 км/с.
108. 132 000 км/с.
109. $h = 3R_З = 19\,200$ км.
110. 6,3 км/с.
111. $\approx 36\,000$ км.
112. 19 сут.
113. $R = 2G\,M/c^2$.
114. ≈ 3 км.
115. $P = 4mg = 3200$ Н.
116. $n = 3$.
119. 10 кДж.
120. 1,21 МДж.
121. 300 м/с.
122. 13,5 Дж.
123. −450 МДж.
124. 55,5 Дж.
125. 22,5 м.
126. 3,6 см.
127. 30 кН.
128. −11,25 Дж.
129. 5 м.
130. 20 мДж.
133. 6 мДж.
134. −0,5 Дж.
135. 50 кг.
Д7. 37,5 см от конца стержня с грузом в 1 кг.
Д8. 50 Н.
Д9. 9 кН; 6 кН.
Д10. 250 г; 1/3.
138. 14 м/с.
139. 6 м.
140. 20 м.
143. 130 Н/м.
144. 128 Н/м.
145. $H = \left(\dfrac{kx}{2mg} - 1\right)x$.
146. $l = \sqrt{\dfrac{2kh}{mg}}x \approx 3{,}7$ м.
147. −480 Дж; 0.
149.
$v_0 = \sqrt{2\left(\dfrac{F_с}{m}h - g(H+h)\right)}$.
150. $A_{тр} = \dfrac{mv^2}{2} - mgh_0$.
151. $52{,}8 \cdot 10^6$ кг · м/с.
152. $7 \cdot 10^7$ м/с.
153. 8 кН.
154. 0,01 с.
156. 0,2 м/с.
157. 1 м/с.
158. 50 кг.
159. 1,8 м/с.
160. 0,9 м/с; 0,05 м/с.
161. 24 м/с, в противоположном направлении.
162. 2,4 м/с.
163. 0,5 м/с.
164. 0,93 м/с.
167. 32 м/с.
168. 5 м/с.
169. 2,3 мс; 2200.
170. 0,4 с; 2,5 Гц.
171. 100 Гц; 1000.
172. 0,02 с; 0,4 с.
173. 4 с$^{-1}$; 0,6 Гц; 1,6 с; 8 Н/м.
174. 2 с$^{-1}$; 0,3 Гц; 3 с; 2,45 м.
175. 2 с; 20 с.
176. 0,3 с; 64.

177. 8 см.
178. 1,1 м/с.
179. 1 м/с.
180. 0,7 мм.
181. 5,6 м/с.
182. 0,4 м/с.
183. 8 м.
184. 3 м/с.
185. 2 м.
186. 12,5 м.
187. 3,4 км.
188. 490 м.
193. 10^{-5} лет.
194. 0,87 c.
195. 0,66 c.
196. 0,8 м.
197. 0,72 c.
198. $t = \dfrac{c}{(F/m)\sqrt{(c/v)^2 - 1}}$.
199.
$$t = \frac{2c}{F/m}\sqrt{\left(1 + \frac{F}{m}\frac{x}{2c^2}\right)^2 - 1}.$$
200. 0,4 св. года.
202. $9 \cdot 10^{-31}$ кг.
203. $5 \cdot 10^{-11}$ %.
204. $4{,}2 \cdot 10^{9}$ кг/с.
205. $4{,}4 \cdot 10^{-11}$ Дж.
206. $5{,}46 \cdot 10^{-10}$ Дж.
207. $p = E/c$.
209. $m = \dfrac{1}{c}\sqrt{(E/c)^2 - p^2}$.
210. 0,87 c.
211. $M_{\text{сист}} = \dfrac{2m}{\sqrt{1-(v/c)^2}}$.
212. $M_{\text{сист}} = m_1 + m_2 - \dfrac{|W|}{c^2}$.
213. $4{,}8 \cdot 10^{-19}$ Кл.
214. $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл.
215. $q' = -3$ нКл.
216. $q = 3$ нКл.
221. $1{,}02 \cdot 10^{-7}$ Н/Кл.
222. $3{,}5 \cdot 10^{14}$ м/с^2.
223. $2 \cdot 10^{-8}$ с.
224. 1,76 см.
225. $S = \dfrac{v_0^2}{2(e/m)E}$.
226. $v = \sqrt{2(q/m)Ed}$.
227. 0,57 мкс.
228. $E = 2\dfrac{m}{qt}\left(\dfrac{l}{t} - v_0\right)$.
230. $E = \dfrac{d}{e/m}\left(\dfrac{v}{l}\right)^2$.
231. $n = \dfrac{4}{3}\dfrac{\pi g\rho r^3}{eE}$.
232. 50 кН/Кл.
233.
$$T = \sqrt{(mg)^2 - 2mgqE\cos\varphi + (qE)^2}.$$
234. $\operatorname{tg}\alpha = \dfrac{qE}{mg}$.
235. $3{,}2 \cdot 10^{-13}$ Н.
236. 0,1 Тл.
241. $v = (q/m)BR$.
242. $1{,}8 \cdot 10^{3}$.
243. $R = \sqrt{\dfrac{2mE_k}{eB}}$.
244. $5{,}6 \cdot 10^{-16}$ Дж.
245. $N = \dfrac{qB}{2\pi m}t$.
246. 8,9 нс.
247.
$$\varphi = \begin{cases} \pi/2, \text{ если } v < (e/m)Bl; \\ \arccos\left(\dfrac{e}{m}\dfrac{Bl}{v}\right), \text{ если} \\ v > (e/m)Bl. \end{cases}$$
248. $1{,}4 \cdot 10^{-12}$ Н.
249. $T = \dfrac{2\pi m}{eB}$.
250. $R = \dfrac{mv}{eB}\sin\alpha$;
$$h = \frac{2\pi mv}{eB}\cos\alpha.$$
251. $N = \dfrac{Bv\cos\alpha}{2\pi E}$.
253. $2 \cdot 10^{39}$.
254. 10^{11}.

255. $F_2/F_1 = 1{,}8$.
256. 0,5 мкН; 0,9 мкН.
257. 4 нКл; 1 м.
258. 1,1 мкН.
259. $r < \sqrt{k\dfrac{q_1|q_2|}{T - mg}}$.
260. а) 4 мН и 3 мН;
б) 4 мН и 1 мН.
261. $q = l\sqrt{\dfrac{2mg}{k}}$.
262. $T = 2kq^2l/r^3$.
263. $T_{12} = k\dfrac{(4q_2 + q_3)q_1}{4l^2}$;

$T_{23} = k\dfrac{(4q_2 + q_1)q_3}{4l^2}$.
264. $q = 2l\sqrt{\dfrac{mg\,\mathrm{tg}\,\alpha}{k}} \cdot \sin\alpha$.
265. $q = \dfrac{\sqrt{3}}{3}q_1$.
266. $Q = \dfrac{4 + \sqrt{2}}{4\sqrt{2}}q$.
267. 4,4 кН/Кл; 4,7 кН/Кл.
268. $x = \dfrac{\sqrt{|q_2|}}{\sqrt{q_1} - \sqrt{|q_2|}}l$.
269. $E = \dfrac{k}{a^2}\sqrt{q_1^2 + q_1q_2 + q_2^2}$.
270. 64 Н/Кл.
271. $E = 4\sqrt{2}\,k\dfrac{q_1}{a^2}$.
272. $E = 6k\dfrac{q_1}{a^2}$.
275. 8 Дж.
276. −40 Дж.
277. $A_{\text{внеш}} = -A_{\text{поля}} = k\dfrac{q_1^2}{2a}$.
278. $A_{\text{внеш}} = k\dfrac{q^2}{r}$.
279. $x = \dfrac{q_1}{q_1 - |q_2|}l$;
$E = 37{,}5$ Н/Кл.
280. 0,5 мкН.
281. $10{,}3 \cdot 10^6$ м/с.
282. $v = \sqrt{-2(e/m)U}$.
283. $r_{\min} = 164k\dfrac{e^2}{E_k}$.
284. $h = \dfrac{1}{2}L - \sqrt{\dfrac{1}{4}L^2 - \dfrac{kq^2}{mg}}$,

где $L = \dfrac{v^2}{2g} + \dfrac{kq^2}{mgH} + H$.
285. $q - q' = \dfrac{mgd}{\left(1 + \dfrac{U}{\Delta U}\right)U}$.
286. $U_2 = -2U_1(d/l)^2$.
289. 0,25 Тл.
290. 1,56 Н.
291. $\mathrm{tg}\,\alpha = \dfrac{BIl}{mg}$.
292. $I = \dfrac{2T - mg}{Bl}$.
293. $B = \dfrac{\mu mg}{Il}$.
294. $I = \dfrac{T + \mu mg}{Bl}$.
295. $\varepsilon = \dfrac{F_1}{F_2}\left(\dfrac{r_1}{r_2}\right)^2$.
296. $r_1 = r_2/\sqrt{\varepsilon}$.
297. $\varepsilon = \dfrac{\rho}{\rho - \rho_{ж}}$.
298. $\rho = \dfrac{\varepsilon}{\varepsilon - 1}\rho_{к}$.
299. 90 кВ.
300. $\varphi = \left(1 + \dfrac{l}{R}\right)\varphi_1$.
301. $\varphi = 100\varphi_1$.
302. $\varphi' = \dfrac{R_1\varphi_1 + R_2\varphi_2}{R_1 + R_2}$;

$\Delta q = q_1' - q_1 =$
$= \dfrac{R_1R_2}{k(R_1 + R_2)}(\varphi_2 - \varphi_1)$.

303. $\varphi' = \dfrac{R_1\varphi_1 + R_2\varphi_2}{R_2}$.

304. $\varphi' = \dfrac{R_1}{R_2}\varphi$.

306. $\varphi = 0$.

307. 0,1 мКл.

308. 30 пФ.

309. 584 пФ.

310. 1 см.

311. $Q = \dfrac{m}{q}\varepsilon_0 gS\,\mathrm{tg}\,\alpha$.

312. $m = \dfrac{Qq}{g\varepsilon_0\pi R^2}$.

313. $C_{\text{общ}} = \dfrac{C_1C_2}{C_1 + C_2}$.

314. $C_{\text{общ}} = C_1 + C_2$.

315. 141 В.

316. 50 мДж.

317. $C_2/C_1 = 1/2$; $q_2/q_1 = 1$; $E_2/E_1 = 1$; $W_2/W_1 = 2$; $U_2/U_1 = 2$.

318. $C_2/C_1 = 1/2$; $q_2/q_1 = 1/2$; $E_2/E_1 = 1/2$; $W_2/W_1 = 1/2$.

319. $A = W_2 - W_1 = \dfrac{\varepsilon - 1}{\varepsilon}\dfrac{q^2 d}{\varepsilon_0 S}$.

320.

$A = W_2 - W_1 = \left(\dfrac{1}{\varepsilon} - 1\right)\dfrac{C_1U^2}{2}$.

321. $I = \dfrac{e^2}{2\pi r}\sqrt{\dfrac{k}{mr}}$.

322. $2 \cdot 10^6$ А/м^2.

323. 60 кДж.

324. 2 А.

325. $l = \dfrac{\pi d^2 Q}{4\rho It}$.

326. $N = \dfrac{Qd^2}{4\rho DI^2 t}$.

327. 4 В.

328. 236 мА.

329. $t_2 = t_1 + \dfrac{R_2 - R_1}{\alpha R_1}$.

330. 1756 °C.

331. $I = \dfrac{mgv(k - \sin\alpha)}{\eta U}$.

332. $\eta = 0,5$.

333. 330 мА.

334. 30 В.

335. $r = \dfrac{U_2 - U_1}{U_1/R_1 - U_2/R_2}$;

$\mathscr{E} = \dfrac{(R_2 - R_1)U_1U_2}{U_1R_2 - U_2R_1}$.

336. $\dfrac{\mathscr{E}}{U} = \dfrac{k+1}{k}$.

337. $\mathscr{E} = \left(1 + \dfrac{r}{R}\right)\dfrac{q}{C}$.

338. 10 мкКл.

339. 0,1 нКл.

340. 13,3 А.

341. а) 1,6 Ом; б) 5 Ом; в) 0,5 Ом; г) 2,6 R.

342. а) 2,1 Ом; б) 5 Ом; в) 5 Ом; г) (73/34) R.

343. $n = \sqrt{R/R_0}$.

344. $\dfrac{a}{b} = \dfrac{5 + \sqrt{15}}{5 - \sqrt{15}}$.

345. 2 А.

346. 1,8 А.

347. $R_0 = R(1 + \sqrt{3})$.

348. $R_0 = R$.

349. $R_0 = 2R$.

350. $R_0 = 3R/2$.

351. $R_0 = 5R/6$.

352. $R_0 = \rho\dfrac{r}{d^2}$.

353. $I_0 = 2$ А; $I_1 = 0,4$ А.

354. $I_0 = 2$ А; $I_3 = 1,4$ А.

355. $I_4 = 3$ А; $U_2 = 2$ В.

356. $I_3 = 1,8$ А; $U_1 = 3$ В.

357. $U_3 = 4,5$ В; $I_5 = 5$ А; $U_1 = 2,5$ В.

358. $I_4 = 2,4$ А; $U_1 = 11,2$ В; $U_5 = 2,4$ В.

359. 40 В.

360.
$$I_{к.з}=\frac{(R_1+R_2)\mathscr{E}I_0}{\mathscr{E}(R_1+R_2)-I_0R_1R_2}.$$
361. $R_ш=\dfrac{r}{I/I_0-1}.$

362. $R_д=\left(\dfrac{U}{U_0}-1\right)r.$

363. $l=\dfrac{(U_0-U_л)R_лS}{\rho U_л}.$

364. $P_2=(U_2/U_1)^2\ P_1.$

365. $\dfrac{P_1}{P_2}=\left(\dfrac{R+2r}{2R+r}\right)^2.$

366. $Q_1/Q_2=\rho_2/\rho_1.$

367. $\mathscr{E}=\dfrac{P_2I_1^2-P_1I_2^2}{I_1I_2(I_1-I_2)};$
$r=\dfrac{P_2I_1-P_1I_2}{I_1I_2(I_1-I_2)}.$

368. $\Delta P=\dfrac{I_2^2(I_2R_2-I_1R_1)}{I_1-I_2}.$

369. $r=\sqrt{R_1R_2}.$

370. $\eta=\dfrac{R_1R_2}{R_1R_2+(R_1+R_2)r}.$

372. $I_{к.з}=\dfrac{I_2U_1+I_1U_2}{U_1-U_2}.$

373. $R_2/R_1=1/3.$

374. $\dfrac{R_1}{R_2}=\dfrac{4R_1}{R_1-3R}.$

375. $t=d\sqrt{\dfrac{2}{(e/m)U}}.$

376. $y=\dfrac{e}{m}\dfrac{Ul}{v_0^2d}\left(L+\dfrac{l}{2}\right).$

377. $E=\dfrac{E_i}{el},\ v=\sqrt{\dfrac{2E_i}{m}}.$

378. 1,8 мм.
379. $2,4\cdot10^{-7}$ кг/Кл.
380. 2 ч.
381. 2,6 кА/м^2.

382. $t=\dfrac{\rho d}{jk}.$

383. $m=kA/U.$
384. 3,2 г.
393. а) $\Delta\Phi=5$ мВб;
б) $\Delta\Phi=-4$ мВб;
394. а) $\Delta\Phi=1$ мВб;
б) $\Delta\Phi=0$.
395. 200 В; 10 А.
396. 0,5 с; 5 А.
397. 25 мВ.
398. 100.
399. 10 мкА.

400. $\dfrac{\Delta B}{\Delta t}=-\dfrac{16\rho I}{\pi Dd^2}.$

401. 0,5 нКл.
402. $\Delta q=-16$ мКл.

403. $\Delta q=\dfrac{BSD}{2\rho}.$

404. $\cos\varphi=1-\dfrac{R\Delta q}{BS}.$

405. $Q=\dfrac{S^2}{R}\left(\dfrac{\Delta B}{\Delta t}\right)^2t.$

406. $\Delta q=-\dfrac{B_xl^2}{16R}.$

408. 0,55 В.
409. 10 м/с.
410. 5 мДж.

411. $R=\dfrac{B^2l^2v}{mg}.$

412. $F=\dfrac{v}{R}(Bl)^2.$

413. $\mathscr{E}_S=-0,4$ В.
414. 0,6 Гн.
415. 2 А.
416. 2,5 Дж.
419. $\Phi=0,008\cos 50t;$
$\mathscr{E}=0,4\sin 50t.$
420. 0,63 В.
427. $R=200$ Ом; $I_д=0,1$ А;
$U_д=20$ В; $\overline{P}=2$ Вт.
428. $R=20$ Ом; $I_m=0,7$ А;
$U_m=14,1$ В; $\overline{P}=5$ Вт.

429. 8,5 А.
430. 41 В.
431. $\Delta t = \dfrac{1}{4\nu}$.
432. $\Delta t = T/6$.
433. $U_д = \sqrt{2}\pi\nu L I_m$.
434. Результат Джексона в 100 раз превышает правильное значение.
435. $U_m = \dfrac{T I_д}{\sqrt{2}\pi C}$.
436. 2,2 мкФ.
437. 251 нс.
438. $T = 1,26$ мкс; $T'/T = \sqrt{\varepsilon}$.
439. От 0,8 до 80 МГц.
440. От 10 до 16 мГн.
441. 120 мкДж и 40 мкДж.
442. 50 мкДж.
443. $\dfrac{P - \Delta P}{P} = 1 - \dfrac{PR}{U^2}$.
444. $N_1 = N_2 \sqrt{U'/U}$.
445. 10^7 м$^{-1}$.
446. 1 м$/\lambda = 100$.
447. $|\Delta\varphi| = \pi/2$.
448. $|\Delta\varphi| = \dfrac{2\pi\nu}{v}\Delta x$.
451. 1,89 км.
452. $d_1/d_2 = 64$.

ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

ОГЛАВЛЕНИЕ

Учебное издание

Громов Сергей Васильевич
Шаронова Наталия Викторовна

ФИЗИКА

МЕХАНИКА
ТЕОРИЯ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ
ЭЛЕКТРОДИНАМИКА

Учебник для 10 класса общеобразовательных учреждений

Профильный уровень

Зав. редакцией *В. И. Егудин*
Редактор *Т. П. Каткова*
Младший редактор *Т. И. Данилова*
Художники *А. В. Щетинцева, Э. Н. Малания*
Художественный редактор *Т. В. Глушкова*
Технический редактор *Н. В. Лукина*
Корректор *Е. В. Павлова*

Налоговая льгота — Общероссийский классификатор продукции ОК 005-93—953000. Изд. лиц. Серия ИД № 05824 от 12.09.01. Подписано в печать с оригинал-макета 03.04.07. Формат $60\times90^1/_{16}$. Бумага офсетная. Гарнитура Школьная. Печать офсетная. Уч.-изд. л. 26,56+0,44 форз. Тираж 20 000 экз. Заказ № 16141 (К-Гз).

Открытое акционерное общество «Издательство «Просвещение». 127521, Москва, 3-й проезд Марьиной рощи, 41.

Открытое акционерное общество «Смоленский полиграфический комбинат». 214020, г. Смоленск, ул. Смольянинова, 1.